叩解過程中に変化する紙力の*

理論的な一つの考察 (その一)

藤 井 良 彦**

1) 序

紙に対する紙力試験は、抗張力、引裂度、破裂度、耐揉度等の種々な項目に別けて測定される。併しこれらの紙力はいずれも同一の紙についての単なる力のあたえ方により異なる紙力の表現であり、従って紙力が紙を構成している fibre 自身の性質によりある程度まで表わされ得るならば、これは紙の fibre—fibre 間の結合についてのより一層の知見を深めることになり有意義なことであると思われる。これから述べようとするのは Morris, W. Kane の論文¹⁾に基礎を置いたものであり、これを基礎にして 1~2 の紙力を可なり理論的に導こうとするものである。

2) 抗 張 力

これは Kane が理論的に実験と対応して求めたものであり抗張力を主として fibre 表面積と関係させたものである。fibre 表面積は水和された表面積 A と非水和状態の表面積 $(S-A)$ より成ると見做す。(但し S はこの場合の fibre の全表面積である。) 微小叩解時間 $d\theta$ の間に水和された表面積の増す割合、 $dA/d\theta$ は、非水和表面積の残存割合に比例すると想像される。従って

$$\frac{dA}{d\theta} = B \frac{(S-A)}{S} \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

ここで B は比例常数である。 S は一定なものではなく、叩解の進むにつれて増すであろう。

その増し方は叩解中 Pulp に導入された energy に比例する筈である。導入された energy は時間に比例する筈であるから、微小叩解時間 $d\theta$ 中に非水和表面積又は水和表面積を切断してできる新しい微小面積 dR は

$$dR = K d\theta \quad \therefore R = K\theta \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

$$(\because \theta=0 \text{ の時 } R=0)$$

となる。 K は新しい表面積を作る割合を示す新しい常数である。 S_0 を未叩解 pulp ($\theta=0$) の pulp の全表面積とすると、

$$S = S_0 + K\theta \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

となる。(2.3) を (2.1) に代入し整頓すると

$$\frac{dA}{d\theta} + \frac{BA}{S_0 + K\theta} = B \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

これは線型微分方程式であり、簡単に求められ次式になる。

$$\begin{aligned} A(S_0 + K\theta)^{B/K} \\ = \frac{B}{B+K} (S_0 + K\theta)^{\frac{B+K}{K}} + \text{const.} \quad \dots\dots\dots(2.5) \end{aligned}$$

この常数は

$$\theta=0 \text{ の時 } A=0 \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

と仮定し

$$\text{const} = -\frac{B}{B+K} S_0^{\frac{B+K}{K}} \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

と求められる。

$$\therefore A = \frac{B}{B+K} \left\{ (S_0 + K\theta) - S_0^{\frac{B+K}{K}} (S_0 + K\theta)^{-B/K} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

さて (2.8) の水和した表面と接触している水和した表面の最も確からしい割合は

$$\left(\frac{A}{S}\right) \times \left(\frac{A}{S}\right) = \frac{A^2}{S^2} = A'^2 \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

(但し $A' = A/S$ は比水和表面積とも言うべき全表面積に対する水和表面積の比である。) となる筈である。同様に非水和—非水和表面積間の接触の最も確からしい確率は

$$(1-A') \times (1-A') = (1-A')^2 \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

となるであろう。又水和—非水和及び非水和—水和表面積間の接触の最も確からしい確率は

$$A'(1-A') + (1-A')A' = 2A'(1-A') \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

になる。抗張力を求めるために次のような仮定をしよう、水和表面間の fibre 接触の強さは単位面積あたり T_m に等しいとしよう。であるからこの T_m は fibre—fibre 間の達しうる最大結合力になる。非水和表面間の fibre 接触の強さは単位面積あたり未叩解 fibre 間の結合力 T_0 に等しいとしよう。この T_0 は実際上殆んどすべての木材 Pulp に対しては 0 と見做しうるものである。水和と非水和表面間の fibre 接触の強さは、次の三つの何れかであると考えられる。

$$\text{水和表面間の結合 } T_m \text{ に等しい。} \quad \dots\dots\dots(2. a_1)$$

* 原稿受付 31.5.26

** 神崎製紙KK研究所

非水和表面間の結合 T_0 に等しい。……(2. a_2)

上記の平均 $\frac{1}{2}(T_m + T_0)$ に等しい。……(2. a_3)

これらに対応して可能な抗張力は次の三式が導かれる。

$$T = T_m(A')^2 + T_0(1 - A')^2 + T_m 2A'(1 - A') \dots\dots\dots(2. a_1')$$

$$T = T_m(A')^2 + T_0(1 - A')^2 + T_0 2A'(1 - A') \dots\dots\dots(2. a_2')$$

$$T = T_m(A')^2 + T_0(1 - A')^2 + \frac{1}{2}(T_m + T_0) 2A'(1 - A') \dots\dots\dots(2. a_3')$$

(2. a_1'), (2. a_2'), (2. a_3') は各々次のようになる。

$$T = T_0 + (T_m - T_0)(2A' - A'^2) \dots\dots\dots(2. a_1'')$$

$$T = T_0 + (T_m - T_0)A'^2 \dots\dots\dots(2. a_2'')$$

$$T = T_0 + (T_m - T_0)A' \dots\dots\dots(2. a_3'')$$

Kane はこれらの式の中どれが一番よく実験と合致するかを定めるための実験を行い (2. a_3'') が最もよく実験と合致することを見出した。このことは水和-非水和表面間の接触の強さが $\frac{1}{2}(T_m + T_0)$ であることを証明することにもなる。(2. a_3'') は書き直し

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \frac{B}{B + K} \left[1 - \left(\frac{S_0}{S_0 + K\theta} \right)^{\frac{B+K}{K}} \right] \dots\dots\dots(2. 12)$$

S_0 は (2. 12) 式においては絶対値としてではなく比として入っている。それ故これを 1 とおいても K, B の値に関する物理的な解釈を変更させるだけで何ら差支えない。故に

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \frac{B}{B + K} \left[1 - (1 + K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right] \dots\dots\dots(2. 13)$$

(2. 13) 式が叩解時間 θ と共に変化する抗張力を理論的に求める式である。今 Fig. 1 図 丸印の如く抗張力

Fig. 1. Beater 中にある pulp-fibre の時間と抗張力の関係。実験値曲線は計量性 (marci n Kane に於ける)

が叩解時間と共に変化する実際例がある。この Fig. 1 について理論式 (2. 13) を適用しよう。(2. 13) 式より

明かな如く $\theta=0$ の時には $T=0$ となる筈である。

($\therefore$ 前に仮定した如く未叩解 pulp 間の接触結合力 T_0 は殆んどすべての木材 pulp に対し 0 と見做しうるからこの場合にも $T_0=0$ と見做したのである。) 事例においては $T=0$ の叩解時間は求められていないから、曲線を外挿することにより $T=0$ の叩解時間を求めて見るとこれは -4 分となる。従って実際 beater 中に 1 分間あった pulp の真の叩解時間、即ち (2. 13) 式に代入すべき θ の値は $1+4=5$ (分) となり、又 beater 中に 10 分間あった pulp の抗張力を求める際代入すべき θ の値は $10+4=14$ (分) となる。次に T_0 は前述の如く $T_0=0$ とおきうるから問題はないが T_m を評価するのは可なり困難な問題である。 T_m は零間抗張力又は parchmentizing された紙の抗張力よりも求められるが次のようにしても良い。(2. 13) 式より $\theta \rightarrow \infty$ の時の抗張力 T_∞ は

$$T_\infty = T_m \frac{B}{B + K} \dots\dots\dots(2. 14)$$

となる。 T_∞ は θ が無限大になった時に達せられる非水和表面の全然ない全表面が水和されている時の抗張力である。実際的にはこの T_∞ は叩解を進めて行き叩解時間と共にやはり抗張力の増加しなくなった時の値をとればよい。

Fig. 1 の例では $T_\infty=40.5$ lb/in 程度になる。この T_∞, T_0 の値を (2. 13) 式に代入すると

$$T = T_\infty \left[1 - (1 + K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right] \dots\dots\dots(2. 15)$$

となる。この式より B, K は T, θ の実際の値を代入することにより簡単に求められ $B=0.037, K=0.004, T_m=45$ lb/in となる。Fig. 1 の曲線はこれら B, K, T_m の値を (2. 13) 式に代入して得られたものであり実験との対応は完全である。 B を例えば叩解割合 (Beating rate) K を切断割合 (Cutting rate) と呼ぶことは B, K の性質上合理的なように思われる。以上が Kane の理論の概略である。この式は下記に述べるような多くの事実を含んでいる。

a) (2. 13) 式は fibre-fibre 結合面積のみの観点より抗張力を求めたものであり繊維長の影響は全然導入されていない。例えば Clark²⁾ は抗張力が繊維長の $1/2$ 乗に比例すると述べている。叩解過程中には必ず繊維の切断があり繊維長の低下が存在する筈である。この式にも繊維切断割合 K を導入している。にも拘らず繊維長の影響がこの式の中に含まれておらず、Kane の述べているように可なり広範囲の繊維長のものに対して実験とよく合致することは (2. 13) 式を正しいとする限り抗張力が実際に繊維長と関係のないことを示すものとして結論してもよいと思われる。

b) (2.13) 式は叩解割合 B が零の時には抗張力 T が全然昇らず常に零に等しいことを示している。併し K が 0 の場合には

$$\lim_{K \rightarrow 0} T_0 + (T_m - T_0) \frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{K+B}{K}} \right] \rightarrow T_0 + (T_m + T_0)(1 - e^{-B\theta}) \dots (2.16)$$

即ち切断が存在する場合よりよりゆっくりと漸次 T_m に近づくことを示している。又 B も K も零でない場合は (2.14) 式

$$T_\infty = T_0 + (T_m - T_0) \frac{B}{B+K}$$

により T は $T_m \frac{B}{B+K}$ に近づき T_∞ の後には抗張力の低下はないことを示している。これは叩解中 pulp-fibre 自身の強度低下を全然考慮しなかったためであり $\theta = \infty$ まで (2.13) 式がよりよく実験値と合致するためには T_m の代りに非常に緩に 1 より漸次減少する函数 $f(x)$ をかけた $T_m f(x)$ を代入する必要がある。併し普通の叩解時間内ではこのようなことは考慮するには及ばない。

c) (2.13) 式は Kane の行った数多くの実験結果とよく合致し又叩解時間-抗張力曲線の一般傾向ともよく合致し抗張力を紙のより本質的な観点より説明できたものとしては重要なものである。

3) 引裂強度

引裂強度の一番の特徴は他の紙力は概ね叩解と共に漸次その値を増して行く傾向にあるが引裂強度、又はより正確には比引裂強度は叩解の初期において上昇を示し最大値をすぎると低下し始めることである。もっともこれは一般論でありすべての pulp がこのような叩解時間-比引裂曲線を描くとは限らず叩解を始めると同時に低下し始める pulp も存在するであろう。併し現在一般に認められているのは叩解初期において最大値を示す例であり、叩解の開始と共に引裂強度の低下するのはこの一般的な場合の特殊な例であると考えられ当然理論式においてもこの特殊な場合は含まれなければならない。さて引裂強度を考慮するにあたり一番影響すると思われるのは繊維長であり、これは一般に認められている事実である。例えば Fig. 2 の如く³⁾ 繊維長-引裂強度の対数 graph を画けば略直線関係が得られる。この引裂の mechanism を考えて見ると、叩解の初期には平均繊維長は長いが fibre-fibre 間の結合面積は未だ小さく紙は引き裂かれるよりむしろ繊維を引き抜かれる傾向にある。

この引抜きに対する抵抗は繊維長が長い程又 fibre-

fibre 間の結合面積が大きい程大であろう。叩解の進むにつれ結合面積は増し繊維長は低下し、いわゆる引裂が起るようになる。以上の事実を考え合せ次のように仮定するのは合理的であろうと思われる。即ち引裂強度は平均繊維長と結合面積に比例する。以上のような仮定をしこの一つ一つについて考察しよう。

イ) 平均繊維長に引裂強度が比例すると仮定はするが Clark⁴⁾も述べているように比引裂強度は平均繊維長の $3/2$ 乗に比例する等の data もある故これらを考え合せ、平均繊維長に比例するとせず平均繊維長の n 乗に比例するとしよう。この場合 n の値は上の値及び Fig. 2 より考え合せ $n = \frac{3}{2} \sim 1/2$ 程度を採用すればよいであろう。次にこの平均繊維長の叩解と共に如何に変化するかを調べて見よう。一般に平均繊維長が長ければ長い程繊維の切断される確率が多いであろう。従って平均繊維長 $\bar{l}$ の時に微小時間 $d\theta$ 中に繊維が $d\bar{l}$ だけ短くなるものとすれば

$$-d\bar{l} = k_1 \bar{l} d\theta \dots (3.1)$$

$$\therefore \bar{l} = \bar{l}_0 e^{-k_1 \theta} \dots (3.2)$$

Fig. 3⁵⁾ を見れば大体この関係が満足されていることが判る。

ロ) 結合面積はこれは絶対値を採用するより比結合面積を採用した方がよい。抗張力の項で述べたように水と一水和、非水と一非水和、水と一非水和、各表面間の結合を考え且つこれらの結合力として、抗張力の場合に正しかった (2. a₃) を仮定すれば比結合面積は A' に比例することになる。従って比引裂強度を T' とすれば

$$T' = k_1 (\bar{l}_0)^n e^{-k_2 n \theta}$$

$$\frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right] \dots (3.3)$$

となる。この函数の性質を調べて見よう。

$$\theta = 0 \quad T' = 0$$

$$\theta = \infty \quad T' = 0$$

$$\frac{dT'}{d\theta} = k_1(\bar{l}_0)^n e^{-nk_2\theta}$$

$$\frac{B}{B+K} \left[-nk_2 \left\{ 1 - (1+K\theta) \right\} \right]^{-\frac{B+K}{K}} + (B+K)(1+K\theta)^{-\frac{B}{K}-2} \dots\dots\dots(3.4)$$

Fig. 3 繊維長指数と叩解時間の対数曲線

$$\bar{l} = 0.87 \times 10^{-0.0133\theta}$$

T' が最大の時の θ は $\frac{dT'}{d\theta} = 0$ より求められ

$$nk_2 = (1+K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} [nk_2 + (1+K\theta)^{-1}(B+K)] \dots\dots\dots(3.5)$$

Fig. 4 比引裂強度 - 叩解時間曲線
抗張力

$$n = \frac{3}{2} \quad k_2 = 0.01 \quad K = 0.004 \quad B = 0.037$$

(3.3) 式の graph は $k_1(\bar{l}_0)^n \frac{B}{B+K} = 1$ とおき一例として $k_2 = 0.01$, $K = 0.004$, $B = 0.037$ とおけば $n = 1/2$

Fig. 5 比引裂強度 - 叩解時間曲線

$$n = \frac{1}{2} \quad k_2 = 0.01 \quad K = 0.004$$

$$B = 0.037$$

の場合 Fig. 5, $n = 3/2$ の場合 Fig. 4 になり何れも Fig. 5 の場合 $\theta = 60$ 分 Fig. 4 の場合 $\theta = 25$ 分程度にて何れも最大値を示す。これは一般的な叩解時間、比引裂強度曲線の傾向とよく一致する。 n が一定ならば k_2 が大になればなる程最大値はより早く達せられることは容易に判る。更にこの場合の K , B , k_2 の物理的意義を明かにするため $K=0$ としよう。これは叩解中全然表面積の増加のないことを意味し K は fibrillation, fibre の切断等の意味を含む故 $K=0$ ならば当然 $k_2=0$ とおくべきであるが k_2 はある有限な値を有するとしよう。(3.3) 式は

$$T' = k_1(\bar{l}_0)^n e^{-nk_2\theta} (1 - e^{-B\theta}) \dots\dots\dots(3.6)$$

(3.5) 式は

Fig. 6 (3.6) 式の叩解 - 比引裂強度曲線

$$n = \frac{3}{2} \quad k_2 = 0.01$$

Fig. 7 (3.7)式の叩解と比
引裂強度曲線
 $n=\frac{1}{2}$ $k_2=0.01$

$$nk_2 = e^{-B\theta}(nk_2 + B) \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

となり叩解中繊維表面積の増加は全然なくても繊維の切断により比引裂強度は最大値以後は低下する。Fig. 6, Fig. 7 参照。この最大値以後の低下は k_2 が有限の値を有すればこそこのような低下が起るのであり $k_2=0$ とすれば (3.8) 式は

$$T' = k_1(\bar{l}_0)^n(1 - e^{-B\theta}) \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

となりもはや最大値以後の低下は示さず比引裂強度は時間と共に漸次増加する。もっともこれは単なる理想抽象状態であり、叩解中繊維の切断がないようなことは起り得ないと考えられる。以上が繊維長及び結合面積を基礎にして組立てられた比引裂強度の簡単な理論である。

この理論は叩解時間—比引裂強度曲線の大体の傾向とよく合致するが次のような点で問題を含んでいる。

a) 何故比引裂強度が繊維長の n 乗 ($\frac{3}{2} \sim \frac{1}{2}$ 程度) に比例するか? これは単に実験的事実のみによっており理論的裏付けがない。

b) k_2 は単位時間にどれ位 fibre を切断するかを示す切断常数であり、 K は表面積の増加する割合であり当然その中には繊維の切断も含まれており、 K と k_2 間には何等かの函数関係が存在しなければならない。これは叩解過程を理論的に研究することにより明かになるであろう。

c) 叩解開始と共に比引裂強度が最大値を示さずに

漸次減少するような pulp は k_2 , B , K 等の関係により叩解前に既に最大値を示しているのか、(前の抗張力の項におけるように $\theta=0$ が叩解開始の時期ではない。) 又は k_2 が大なるため叩解直後に最大値を示すものであるかと思われる。Fig. 8 は $k_2=0.04$, $n=3/2$, $B=0.037$, $K=0.004$ の値を有する T' の graph であるが例えば $\theta=10$ (分) 位より叩解を始めたとなると引裂強度は低下のみを示す。

→より叩解を始めれば引裂強度は低下のみを示す。

Fig. 8

4) 耐折強度

耐折度の試験は紙に局部的集中応力を加えた場合紙が破断するまでの回数を調べるのであり紙の疲労試験と考えられる。疲労現象は一般的に言って可なり分散度の高いものでありこの耐折度についても例えば Reity は平均 1000 回の耐折度を有する紙を 10 回以内の再現性を 3 σ 有意水準で平均値を得るには実に 6000 枚以上の試験を行わねばならないと言っており、この一例より見て全般を推論することは危険であるが、普通の実験回数では可なり信頼度の低い値しか得られないことは予想される。従ってこの耐折現象に理論を適用する場合には必ず疲労現象に関する何等かの factor を導入しなければならない訳である。ここでは結合面積、繊維長、伸等の観点より耐折強度をとり扱おう。さて叩解時間—耐折強度曲線は引裂強度と同じく叩解の進むにつれ耐折強度は増加し、ある時間後最大強度に達し以後低下するのが一般である。この最大値に到達する時間は引裂強度の場合よりはるかに遅れる

のが普通である。耐折強度を Fig. 9 について考えて見ると点 A においては繊維は伸をうけ点 B においては圧縮をうけるであろう。従って点 A においては繊維自身の強度を同一とすれば長いもの程且つ繊維同志

が強固に結合しているもの程強いであろう。この繊維同志の結合の度合は前に述べた如く A' に比例する筈である。従って耐折強度を F とすれば

$$F = k_3 \bar{A}' \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

の式が成立するであろう。これでは引裂強度の式と本質的に同一になる。耐折強度を考慮する際には紙の伸が重要な factor に入ってくる。A 点においては一本一本の繊維又は繊維間の結合を考えれば当然伸のよいもの程その耐折強度は強くなるであろう。従って耐折強度は紙の伸にも比例する筈である。

$$F = k_4 \bar{A}' \epsilon \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

伸と叩解による変化は次のように一般的に考えられる。伸と緊度とは普通、直線関係にあり Fig. 11 参照。緊度は叩解により、抄紙条件が一定ならば増加するがある時間経るとはぼ一定値に近づく。Fig. 10 参照。

Fig. 10 叩解時間と紙の緊度との一般関係

従って緊度 d と叩解時間 θ との間には例えば

$$d = a - be^{-k_5 \theta} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

なる関係を定めても矛盾はしないであろう。伸 ϵ は緊度 d と直線関係にある故

$$\epsilon = \epsilon_0 + md \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

とおきうる筈である。従って

$$\epsilon = \epsilon_0 + ma - mbe^{-k_5 \theta} = a' - b'e^{-k_5 \theta} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$\therefore F = k_4 \bar{A}' \epsilon = k_4 \bar{A}'_0 e^{-k_5 \theta}$$

$$\frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right] \times (a' - b'e^{-k_5 \theta}) \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

これが求められた耐折強度の式である。(4.6) 式の函数は B, K, k_2 が (3.3) 式と同一値を有するならその最大点は (3.3) 式より、より θ の大きい値で達せられる。これは耐折強度に関し一般に認められている事実とよく一致する。(4.6) 式は次の諸点に付問題がある。

a) (4.6) 式には紙の疲労に対する factor が含まれていない。

b) (4.6) 式においては甚だ漠然と伸なる言葉を用いたが粘弾性的立場より眺める時は一層明確な定義を要する。換言すれば耐折強度試験機において紙がうけると同一条件の荷重をうけた場合の伸を代入する必要がある。

c) Fig. 9 においては A 点における紙の伸は紙の厚さがうすければ、大きい筈である。紙の厚さは一定米坪量の紙を採れば緊度に反比例する筈である。故に (4.6) 式に更に緊度に関する項を掛けなければならず

(4.6) の函数の最大点はより θ の大きい方に移動する。

5) 破裂強度

これは抗張力の理論により殆んど説明されるものである。即ち Fig. 12 図のように紙の変形を球の一部と見做しこれに表面張力の理論を適用する。この球の内外の圧力差を P とすると

$$T = \frac{2T}{r} \dots\dots\dots(5.1)$$

r は曲率半径であり, T は単位幅あたりの抗張力である。従って T に (2.13) 式の T を代入しても差支えない。 r はこの膨脹した面積を S とすると, 簡単に

$$S = 2\pi r^2 \int_0^\theta \sin \theta d\theta = 2\pi r^2 (1 - \cos \theta) \\ = 2\pi r h \dots\dots\dots(5.2)$$

故に面膨脹率を ϵ_a とすれば

$$2\epsilon = \epsilon_a = \frac{2\pi r h - \pi R^2}{\pi R^2} \times 100(\%) \dots\dots\dots(5.3)$$

となる。

$$h = r - \sqrt{r^2 - R^2}$$

を代入すると

$$2\epsilon = \frac{2\pi r (r - \sqrt{r^2 - R^2})}{\pi R^2} - 1 = \frac{R^2}{4r^2}$$

即ち

$$\frac{\sqrt{\epsilon}}{R} \propto \frac{1}{r} \dots\dots\dots(5.5)$$

$$\therefore P = k_6 (a' - b'e^{-k_5 \theta})^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{K+B}{K}} \right] \dots\dots\dots(5.6)$$

即ち比破裂度は伸の 1/2 乗に比例し抗張力又は結合面積に比例することになる。(5.6) の函数は漸次増加する函数であり, 増加割合は抗張力の場合と比較してより緩やかである。これは従来の実験結果とよく合致する。もっともこの理論は紙の膨脹に際し球状を仮定したため可なり rough な理論であるが, 大体の傾向を

察するには充分であると思われる。

6) 総 括

抗張力, 比引裂度, 耐揉度, 比破裂度, が結合面積, 繊維長, 紙の伸の観点より考察された。抗張力, 比引裂度, 耐揉度はこれらの力学的 mechanism に関し 1 ~ 2 の合理的な仮定をおくことにより説明され, 比破裂度は破裂に関する幾何学的形態より理論式が導かれた。これらの理論式は何れも従来認められて来た紙力—叩解時間曲線とよく合致するように思われる。Fig.

Fig. 13 紙力-叩解時間理論曲線
 $\eta = \frac{3}{2}, \tau_2 = 0.01, K = 0.004$
 $B = 0.037$

13 参照。この叩解時間—紙力の曲線は紙力を fibre 自身の性質より説明するための一つの便宜な方法として採用されたものであり紙力に関してより一層深い洞察が得られるであろうと思われる。ここに述べたのは一つの試案であり紙力を完全に説明するものでないことは勿論である。

記 号

A	水和表面積
$A' = A/S$	比水和表面積
a, a'	常数
B	常数
b, b'	常数
d	緊度
e	自然対数の底
ϵ_a	面膨脹率
ϵ	紙の伸度
ϵ_0	常数
F	耐揉度
$k_1 \sim k_6$	常数

K	常数 Cutting rate と言われる。
$\bar{l}$	平均繊維長
$\bar{l}_0$	$\theta=0$ における平均繊維長
P	比破裂度
m, n	常数
R, r	半径
S	繊維表面積, 破裂強度の場合には膨脹面積
T	抗張力
T'	比引裂度
T_m	fibre-fibre 間最大結合力

T_0 $\theta=0$ の時の fibre-fibre strength.
 θ 叩解時間, 破裂強度の場合は角度を表わす。

文 献

- 1) Tappi Vol 32. No. 12. p. 546
- 2) Paper Trade Journal No. 26. 1942. Vol. 115
- 3) Tappi Vol. 38. No. 5. p. 304~
- 4) Paper Trade Journal V. 115. No. 26. 1942
- 5) Tappi Vol. 38. No. 5. p. 304
- 6) 紙の強度 p. 220
- 7) " p. 206
- 8) " p. 84

Theoretical Consideration on the Variation of Strength of Paper during the Beating

Yosihiko Fujii.

According to the Kane's theory, tensile strength of paper was derived as following equation.

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right]$$

This equation explains well experimental data of tensile strength of paper from viewpoint of bonded area A' .

$$A' = \frac{B}{B+K} \left[1 - (1+K\theta)^{-\frac{K+B}{K}} \right]$$

Tear factor, folding endurance, burst factor were derived from Kane's theory, assuming simple and reasonable next assumption.

- 1) Tear factor is proportional to $(\bar{l})^n$ and A'
- 2) Folding endurance is proportional to $(\bar{l})$ and A' and elongation ϵ .
- 3) Burst factor was derived from following equation

$$P = \frac{2T}{\tau}$$

From these assumptions, next equation were obtained

$$\text{Tear factor} \quad T' = k_1 (\bar{l}_0)^n e^{-nk_2\theta} \cdot \left[\frac{B}{B+K} \left\{ 1 - (1+K\theta)^{-\frac{B+K}{K}} \right\} \right]$$

$$\text{Folding endurance} \quad F = k_4 \bar{l}_0 e^{-nk_2\theta} \cdot \left[\frac{B}{B+K} \left\{ 1 - (1+K\theta)^{-\frac{K+B}{K}} \right\} \right] \times (a' - b'e^{-k_3\theta})$$

$$\text{Burst factor} \quad P = k_6 \sqrt{a' - b'e^{-k_3\theta}} \cdot \left[\frac{B}{B+K} \left\{ 1 - (1+K\theta)^{-\frac{K+B}{K}} \right\} \right]$$

These equations diagram was represented by Fig. A. Fig. A fits to experimental date which was believed to exact till now. From this fact, it is supposed that these equations are exact approximately.

Notation

A'	Specific bonded area
B	Beating rate
F	Folding endurance
K	Cutting rate
$\bar{l}_0$	Mean fibre length at $\theta=0$
$\bar{l}$	Mean fibre length
P	Burst factor
T	Tensile strength
T_m	Fibre-Fibre maximum bonded strength
T_0	Tensile strength at $\theta=0$
θ	Beating time

other letters are all constants.