クラフト紙の物理的強度についての 統計学的解析 (その一)*

中山 秀 夫**

Statistical Analysis on the Physical Strength Properties of Kraft Paper

Hideo Nakayama

(Central Research Institute, Japan Monopoly Corporation, 2-1390, Yutaka-machi,
Shinagawa-ku, Tokyo, Japan.)

The present paper was reported the results of statistical analysis which are obtained from the data of the tests of physical strength done variously on the kraft papers.

It is the ultimate propose of this investigations to establish the function of discrimination for kraft paper to be coincided with the practical intensity as they apply to bags.

However, with respect to relationship between the values of physical strength on the raw paper and the dynamical actions of paper bag under practical conditions are not only complicated but also to be attended with difficulties to do the analysis.

Firstly, in order to clear the above mentioned regards and for knowing the general tendency of strength values, it was necessary that the statistical data of physical strength on the good number of kraft papers. According to these data, we have analysed mostly the individual correlations among the values of each strength, and have done the functional indication of those relationships by the method of least squares. Moreover, calculating the unbiased estimate of population variance of the most probable values of its function for the true values which have to itself were shown the confidence band of the each functions in a 5 percent level of significance.

In the analytical indications which we have tried are obtained the results as follows. It was found that to be related organically to among the individual physical properties of kraft paper, and also the relationships to be indicated mostly with the primary and exponential functions such as $y=a+bx$, $y=ax^b$ or $y=ab^x$.

The regression formulas between the basis weight and the individual strength values are shown in Figs. from 1·1 to 1·6. And, the regression formulas of the machine direction to cross direction in the each strength value are shown in Figs. from 2·1 to 2·5.

Moreover, the regression formulas among the each individual strength are shown particularly in Figs. to 3·1 to 3·17. Just as it is clearly in Figs. from 3·10 to 3·15, we could certify that the several regression formulas which are obtained after analyzing the data of dynamic tensile are shown smaller the precision error of regression with the individual strength than in the other cases. The dynamic tensile tester which we have used to this test is manufactured by TÖYÖ Testing Machine Industry Co. Ltd., it is a new tester for kraft paper (Photo. 1).

Besides, in Figs. from 4·1 to 4·8, it shown that the relationships with the values of strength and its observation error (standard deviation) in the each physical test.

In addition, the paper sample which we have tested is a natural kraft of 54 kinds and an approximate basis weight from 50 to 100 grams per square metre. For as the physical strength tests, mostly the tesile by Schopper type, burst, tear and the fold endurance by M. I. T method were tried with the Japanese standard for testing method of paper and pulp.

1. 緒 言

クラフト紙の個々の物理強度が、総合的な実際強さ

を構成する諸因子とみるならば、それらの間には個々に密接なつながりのあることは当然であるのに、クラフト紙の個々の物理強度値と実際の力学的挙動との関係についての解析はきわめて複雑であって、どんなつながりを意味するものかまだ普遍的な解析表示なるも。

* 原稿受付 37. 1. 4

** 日本専売公社, 中央研究所 (当協会第9回研究発表会講演)

のが見当たらない。従って使用時の実績と一致する品質の有意差を知るには個々の物理強度を羅列しただけでは到底不可能である。

そこで、クラフト紙袋の衝撃による破断の機構あるいは紙の物理強度と袋の強さとの関係を詳細に把握し、实用強度に対する支配的要素と、それに対応する識別函数を統計学的にもとめることが本研究の究極の目的であるが、これらを明らかにするに当って、まず各種クラフト紙の物理強度を試験し、強度値の一般的な傾向を知り、各物性間の関係等について統計的な解析を行なった。これらの結果はクラフト紙の品質の選定、各物理強度の標準値あるいは品質規格値等を定めるための資料となり、さらには品質検査方法の改善にも十分役立つ期待がもたれるので、ここにクラフト紙の实用強度の統計学的研究の一部として報告する。

なお、クラフト紙の試料としては優良銘柄と想定されるものを中心に、現在日本で抄造を行なっている9社の普通クラフト紙の市販のものを採りあげ、また物理強度試験としてはクラフト紙について一般に実施されている項目をJISの試験方法に従って行なった。さらに最近広く普及しつつある動的引張試験項目についても、われわれは東洋試験機工業(K)製の動的抗張力試験機を採用して、他の物理強度試験と同様に動的引張強さを測定し、他の物理強度値との関係を解析し、本試験機の性能を検討した。

2. 試験方法

2.1 試料

クラフト紙の試料は目的、銘柄および坪量あるいはその他重要な試料条件を系統的に揃えられることが望ましいが、これらの条件を統一して多量の試料を得ることは不可能である。従って重包装紙袋用および同用途に向けられるターボリン用原紙として抄造された9社の普通クラフト紙を採用し、結果的には銘柄別の試

Table I: Item of sample number for test

Maker division	Sample number	Basis weight division	Sample number
A.....	9	41~50 g/m ²	2
B.....	9	51~60.....	11
C.....	8	61~70.....	2
D.....	6	71~80.....	10
E.....	10	81~90.....	24
F.....	4	91~100	5
G.....	3		
H.....	2		
I.....	3		
Total, 54			

料数において5社のものが多く、また市販品である点からその坪量別の試料数においても同様 49 g/m² 公称のものと 80 g/m² 公称のものが多く、試料数の条件としては表-1のようなやや部分的にウェイトが片寄ったものとなった。

2.2 強度試験

通常クラフト紙の物理強度試験として多く実施されている項目について、JISに定められた試験方法に従って強度の測定を行なったが、個々の試験項目においては、いづれも15回測定を行ない、各試料ともその単一な平均値を強度の測定値とした。これらの試験片は、いずれも幅約1m、長さ15mの試料から、全体を十分代表するように採取し、各項ごとに少なくとも測定回数の約3倍以上調製し、その中から無作為に採り出して試験に供した。厚さおよび坪量の測定においても同様の操作を施した。

動的引張試験については、それが動的条件下における紙の強度実績に相関性が高いという試験結果の報告^{1),2)}があり、また試験機としてもBekk式あるいは、Van der Korput式等が知られており、クラフト紙の強度品質の調査試験にとくに多く使われつつあるので、われわれはこれら試験機の実際性能と本試験項目の一般品質検査分野への実用性などを種々検索した結果、簡易でしかも十分な動的引張機構を有し、かつその装置の経済性が他の装置にくらべて大きく改善されると想到される、東洋試験機工業(K)製の動的抗張力試験機を採用し、他の一般物理試験と同一条件において、本機による動的引張強さを測定し種々の解析を行った。本動的引張試験機は写真-1にも示したが、装置自体が比較的小型のもので、引張衝撃はマグネットによって、ある一定の高さに持上げたアームを瞬間的に落下させて、水平に取付けた試験片に与えられるように設計され、アームの衝撃エネルギーは試験片を瞬間的に破断し得る範囲で、最大 8 kg·cm であり、平均引張速度は約 2.4 m/sec. である。他の紙でもそうであるが、クラフト紙は粘弾性が比較強いので、瞬間的に引張って破断させるにも試験片に与える衝撃エネルギーの大小とそれを与える、いわゆる引張速度の遅速等によって、破断に至る作用機構がいちじるしく相違するので、一定条件の下でそれを測定する以外、純力学的な物性値としての結果を得ることは理論的にも不可能である。従って限られた破断機構と破断容量での試験結果が、力学的に、しかも系統的により整然としたものとして得られるかどうか、あるいはまた、他のあらゆる強度試験との関連性において十分満足し得るものかどうかで、その試験機の作用機能の優劣が決定される

Photo 1. ŌKEN-type dynamic tensile tester

ものと想定し、かかる見地から本試験機の性能を詳細に検討することとした。なお、本機には破断に至るまでの歪の量を伸びとして実測できる装置が付設されているが、まだ機構的にも若干の問題があって、本研究においては、伸びの測定機構を検討した程度で、十分な測定は実施しなかった。この場合における伸び装置の必要性に関しては、動的引張強さ自体が紙を破断するに要するエネルギーであって、抗張力と伸長率との二次元的な要素をもつ仕事量であるから、伸びそのものを同時に知ることに若干の疑問もあるが、実用適性の観点からすれば、破断エネルギーが知れると同時にその時の実際伸長率が別の因子として知り得ることは紙の変形、いわゆる柔軟性の差違がわかることにもなり、従来の品質調査に含まれなかったレオロジー的な要素を論ずるのに大いに役立と考えられる。

2.3 解析的表示

普通クラフト紙における、その個々の物理強度はそれぞれが単なる一次元的なものではなく、多かれ少なかれこれらは有機的なつながりをもって、実際使用時における強い、弱いもそれらの関連性の中での自由度をもって云々されているものと考えられる。従って個々の強度値間においては、ある範囲でのクラフト特有の強度平衡が存在し、それぞれが相互に保たれ

合うようなもので、しかもそのほとんどの多くは紙の組成的な要素から生じるものであり、紙に対する破断試験の作用機構の関連性に必ずしも起因するものではないように思われる。

そこで、われわれは実用強度に対応するクラフト紙の品質の識別函数を統計学的に体系づけることを最終目的として、まず各種の試験方法によって得られた個々の物理強度値間の函数関係を解析的に表示する試みを行った。この場合、一部には個々の物理強度値間に多数の相関、つまり多重回帰をたどる関係も解析的には存在するが、個々の変数についてその実際想定される水準の変動域よりはるかに幅広い変動域にわたって水準をとった表示を行ったとしても、クラフト紙の物理強度を必ずしも詳細に、しかも的確に解析したことにはならないと考えて、単純な解析表示にとどめた。ただし、物理強度間の関係についてのみの解釈であって、多数の因子と水準とによって当然支配されると思われる実用強度に対応する識別函数については必然的に多項式な重回帰の表示になることは論ずるまでもない。

そこで、函数関係にある変数を x および y とし、その対応する n 個の測定点 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ が得られたとき、測定値はおのおの単

一な測定の平均値をとり、横座標、すなわち x 軸では全域にわたって測定値 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ の重みが同じで、それには誤差がなく、縦座標、すなわち y 軸のみ測定値 Y_i に誤差をとめない、しかも同一項目では同一精度で測られた結果の値と仮定し、 n 個の測定点から最小 2 乗法の原理によって、正規方程式を導き、未知常数のそれぞれの最確値を求めて曲線 $y=f(x)$ の最も確からしいと思われる推定方程式を求めた。この場合 f の函数形は打点の傾向によって決定し、また形態によってはあてはめがはつきりしないこともあったが、それぞれの残渣平方和を比較して函数形を判定した。

解析的表示は簡単にするため未知常数をあらかじめ a, b の 2 つとし、測定値 Y_i とその最確値と $f(X_i; a, b)$ との間のいわゆる残渣平方和 S は次式によって求めた。

$$S = \sum_{i=1}^n \{Y_i - (a + bX_i)\}^2$$

従って、測定値 Y_i の不偏分散 $\hat{\sigma}^2$ は自由度が $n-2$ であるから

$$\hat{\sigma}^2 = S/n-2$$

から計算し、一方正規方程式から得られた最確値 a, b の不偏分散はつぎの重み方程式

$$\left. \begin{aligned} nA_{11} + \sum XA_{12} &= 1 \\ \sum XA_{11} + \sum X^2A_{12} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} nA_{21} + \sum XA_{22} &= 0 \\ \sum XA_{21} + \sum X^2A_{22} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

を解いて、 A_{11}, A_{22} をそれぞれ求め、測定値の不偏分散を $\hat{\sigma}^2$ として

$$\hat{\sigma}_a^2 = A_{11}\hat{\sigma}^2, \quad \hat{\sigma}_b^2 = A_{22}\hat{\sigma}^2$$

のごとくして求めた。

また、最確値 b の真の値を β とすれば b の不偏分散、すなわち $b-\beta/\hat{\sigma}_b$ は自由度 $n-2$ の t 分布に従うから帰帰係数 b の β に対する 95 % 信頼限界は

$$[b - \hat{\sigma}_b \cdot t_{(n-2, 0.05)}, b + \hat{\sigma}_b t_{(n-2, 0.05)}]$$

によって求めた。

さらに帰帰方程式が得られたとき、 $x=x_i$ に対する y の値 y_i は $y_i = a + bx_i$ で与えられるが、 y_i は函数の最確値であるから y_i はその真の値を中心にして $\hat{\sigma}_{y_i}^2$ 不偏分散 $\hat{\sigma}_{y_i}^2$ の正規分布に従うと考えて、

$$\hat{\sigma}_{y_i}^2 = (A_{11} + 2A_{12}x_i + A_{22}x_i^2)\hat{\sigma}^2$$

によって函数の不偏分散を求め、 t 分布を応用して函数の真の値に対する 95 % 信頼帯をえがいた。

本解における各帰帰方程式は上述のような一次函数かまたは定指数函数および変指数函数のいずれかによってすべて表示できた。

指数函数の場合は測定値 X_i と Y_i との一方かまたは両方を常用対数に変換して直線形にあてはめ、一次

函数と同様にして求めた。

$$\left[\begin{aligned} y &= ax^b \cdots \cdots \log y = \log a + b \cdot \log x \cdots \cdots y' = a' + b' \cdot x' \\ y &= ab^x \cdots \cdots \log y = \log a + \log b \cdot x \cdots \cdots y' = a' + b' \cdot x \end{aligned} \right]$$

すなわち、正規方程式には常用対数に変換したままであてはめ、 S の算出は変換したままで得られた値に $(2.3026)^2 = 5.3020$ を乗じ、分散行列の各元素の算出は変換したままで得られる値を 5.3020 で徐した。

よって $\log a$ および b または $\log b$ の不偏分散は

$$\hat{\sigma}_{\log a}^2 = A_{11}\hat{\sigma}^2, \quad \hat{\sigma}_b^2 \text{ または } \hat{\sigma}_{\log b}^2 = A_{22}\hat{\sigma}^2$$

によって求め、同様にして求めた分散行列の各元素の値を一次函数に準じて入れればこの場合の y_i の不偏分散は

$$\hat{\sigma}_{y_i}^2 = 5.3020 y_i^2 (A_{11} + 2A_{12} \log x_i + A_{22} \log^2 x_i) \hat{\sigma}^2$$

または

$$\hat{\sigma}_{y_i}^2 = 5.3020 y_i^2 (A_{11} + 2A_{12}x_i + A_{22}x_i^2) \hat{\sigma}^2$$

によって求められる。

なお、本解析における各物性の表示記号は表-2の通りである。

Table II Indication Signs of Physical Properties

W = Basis Weight (g/m ²)
H = Thickness (m.m)
T _s = Tensile Strength (kg/15 m·m width)
E = Elongation (%)
B = Burst Strength (kg/cm ²)
T = Tear Strength (g)
D = Dynamic Tensile
(kg·cm/15 m·m width)
F = Folding Endurance by MIT
(Tension : 1.5 kg)
S = Tensile (Ts) - Elongation (E)
Product
L = Breaking Length, Ts/15 × W × 1000
(km)

3. 結果と考察

3.1 坪量と各物理強度との関係

坪量と物理強度値とのそれぞれの関係は図-1.1 から図-1.6 までに示したが、いずれも帰帰方程式と x 軸、すなわちこの場合坪量の全域にわたってその対応する物理強度の最確値の真の値に対する 95 % 信頼限界をそれぞれ信頼帯として描き、またその推定精度をおのおの比較する意味で変動率 (C. V.), すなわち y_i に対する $\hat{\sigma}_{y_i}$ の割合を百分率で示した。さらに帰帰係数の最確値 b の標準偏差の推定値 ($\hat{\sigma}_b$) と函数の最確値 y_i の標準偏差の推定値 ($\hat{\sigma}_{y_i}$) を得る式を併記した。

なお 図-1.2 の坪量と引張強さとの関係における

$$\sigma_b = 0.00009,$$

$$\hat{\sigma}_{H_i} = \sqrt{0.0011(0.4596 - 0.0117W_i + 0.000077W_i^2)}$$

Fig. 1.1 Regression of thickness to basis weight

$$M.D. \quad \sigma_b = 0.112,$$

$$\hat{\sigma}_{T_{si}} = \sqrt{0.1834T_{si}^2(1.5105 - 1.611\log W_i + 0.4306\log^2 W)}$$

$$C.M.D. \quad \sigma_b = 0.119,$$

$$\hat{\sigma}_{T_{si}} = \sqrt{0.1737T_{si}^2(1.5105 - 1.611\log W_i + 0.4306\log^2 W)}$$

Fig. 1.2 Regression of tensile strength to basis weight

Tensile Factor は単位坪量当りの引張強さを百分率で示したもので、いわゆる比抗張力をあらわすものである。

図-1.3の坪量と伸びとの関係においては紙の横方向における分散が比較的大で、かつ坪量による伸びの値の差が比較的小さい傾向があらわれた。

図-1.4の坪量と破裂強さとの関係においても Burst Factor として 単位坪量当りの破裂強さを百分率で示したが、坪量によっていちじるしい差を示す傾向がみられた。

$$M.D. \quad \sigma_b = 0.004,$$

$$\hat{\sigma}_{E_i} = \sqrt{0.1733E_i^2(0.5536 - 0.0142W_i + 0.000094W_i^2)}$$

$$C.M.D. \quad \sigma_b = 0.004,$$

$$\hat{\sigma}_{E_i} = \sqrt{0.1728E_i^2(0.5536 - 0.0142W_i + 0.000094W_i^2)}$$

Fig. 1.3 Regression of elongation to basis weight

$$\sigma_b = 0.0023,$$

$$\hat{\sigma}_{B_i} = \sqrt{0.029B_i^2(0.5536 - 0.0142W_i + 0.000094W_i^2)}$$

Fig. 1.4 Regression of burst strength to basis weight

M. D. $\hat{\sigma}_b = 0.111$,
 $\hat{\sigma}_{Ti} = \sqrt{0.1461T_i^2(1.5701 - 1.677\log W_i + 0.4488\log^2 W_i)}$
C. M. D. $\hat{\sigma}_b = 0.114$,
 $\hat{\sigma}_{Ti} = \sqrt{0.1532T_i^2(1.5701 - 1.677\log W_i + 0.4488\log^2 W_i)}$

Fig. 1. 5 Regression of tear strength to basis weight

M. D. $\hat{\sigma}_b = 0.0036$
 $\hat{\sigma}_{Di} = \sqrt{0.1373D_i^2(0.5457 - 0.0143W_i + 0.000077W_i^2)}$
C. M. D. $\hat{\sigma}_b = 0.0044$,
 $\hat{\sigma}_{Di} = \sqrt{0.1983D_i^2(0.5457 - 0.0143W_i + 0.000077W_i^2)}$

Fig. 1. 6 Regression of dynamic tensile strength to basis weight

3. 2 各物理強度の縦と横の関係

クラフト紙の強度試験のうち抄紙の流れに対する縦方向と横方向について得られる物理強度には縦方向

の値と横方向の値との間に構造的な因果関係があることは容易に想定されるので、一般的なこれらの関係を知る意味で各強度について縦方向と横方向との関係を解析した。これらの結果は図-2.1から図-2.5までに掲げたが、これらによっても明らかなように一般的な傾向としても比較的是っきりした関係にある。従って紙の構造的な要素によって縦横の差が生じるものとしても一般的にはかなり変動が小さく、標準的な傾向を知ることができた。しかしながら図-2.2の伸びについては結果的に他の項目と比較してかなり大きな変動があって標準的な傾向を断定するには困難のように

Fig. 2. 1 Relation of cross direction to machine direction of tensile strength

Fig. 2. 2 Relation of cross direction to machine direction of elongation

思えた。ただし縦と横との値にはっきりした傾向があることはこの場合明らかに認められた。すなわち $r = 0.68$ で高度に有意である。

Fig. 2. 3 Relation of cross direction to machine direction of tear strength

Fig. 2. 5 Relation of cross direction to machine direction of folding endurance by MIT method
(7月号へ続く)

Fig. 2. 4 Relation of cross direction to machine direction of dynamic tensile strength