パルプサスペンションの流動への化学工学的アプローチ

東京工業大学工学部化学工学科 小川 浩平, 吉川 史郎, 小川 博久

Chemical engineering approach to pulp-suspension flow

Kohei Ogawa, Shiro Yoshikawa and Hirohisa Ogawa

Department of Chemical Engineering Tokyo Institute of Technology

An experimental investigation of a pulp-suspension flow in a circular pipe was made. The pressure loss was measured by using pressure transducers, and the velocity gradient at pipe wall and the local velocity were measured by an electrochemical technique. The local pulp-fiber concentration was also directly measured by sampling the pulp-suspension flowing in a circular pipe.

Flow characteristics of pulp-suspension was examined from the lower flow region of the relation between pressure loss and flow rate. The relationship between friction factor and Reynolds number was examined. Though there were inconsistencies between the flow characteristics and the relationship between friction factor and Reynolds number, the inconsistencies were explained by considering the mechanism of pulp-suspension flow on the measured pulp-fiber concentration distribution and the measured velocity distribution and so on. And a model for the lower flow region of under one-percent concentrated pulp-suspension was presented.

はじめに

製紙産業は装置産業である。一方、化学工学という学問分野は装置内の運動量移動、物質移動、反応そしてエネルギー移動を明らかにし、装置の最適設計・改良あるいは最適操業条件に指針を与える学問分野である。したがって、製紙産業と化学工学との間には自ずと強い結びつきがあって当然のことと思われる。しかしながら、これまでのところ両者の結びつきはきわめて希薄であったと言っても過言ではない。

そのことはパルプサスペンションの流動の問題においても例外ではなく、以下のような形でみられる。たとえば、パルプサスペンションが円管内を流動する際の管摩擦抵抗は、現在でも圧力損失と流量の関係で考えられており^{1),4)}、スケールアップのことを念頭においた管摩擦係数とレイノルズ数の関係(無次元数の関係)で扱われたことはほとんどない。したがって、化学工学における手法を用いてパルプサスペンションの流動を解析することにより、従来不明であった点を明らかにしたり、新たな問題点を指摘できる可能性がある。そこでここで特にパルプサスペンションの円管内流動に焦点を絞って化学工学的なアプローチを試みた結果について述べる。

1. 実験

1.1 実験装置

パルプサスペンションが鉛直管内を流れる際の圧力損失、流量、局所流速、壁面における速度勾配、局所パルプ繊維濃度を測定することによりパルプサスペンションの円管内流動に関する実験的検討を行った。

実験に用いた装置は図1に示したもので、パルプサスペンションは上部タンクより助走区間を通してテストセクションを流下する。流量の調節はテストセクションの下流に設置したバルブによって行った。実験に用いた円管は1%以下のパルプサスペンションに対しては内径25 mmのアクリル樹脂管であり、1~3%の試料に対しては50 mmのアクリル樹脂管である。

図2はテストセクションを拡大した図である。圧力損失は管軸方向の2点間の圧力差を動ひずみ測定器(共和電業製)を用いて測定することにより求めた。流量は重量法により直接測定した。

局所流速及び壁面速度勾配は電極反応法^{6),7),8)}で測定した。パルプサスペンションの母液である水にフェロシアン化カリウム($K_4[Fe(CN)_6]$)、フェリシアン化カリウム($K_3[Fe(CN)_6]$)を各々 $3 \times 10^{-3} \text{ mol/l}$ 、支持電解質として塩化カリウム(KCl) 0.1 mol/l を溶解さ

図1 実験装置

図2 テストセクション

図3 流速測定用プローブ

せ、流速測定用プローブあるいは壁面速度勾配測定用プローブ（正極）とテストセクションより下流に設けた白金板（負極）との間に生じさせた電気分解を利用して測定した。局所流速を測定したプローブは図3に示したようなブラントノーズを有するもので、図中の矢印の方向からパルプサスペンションが流れてくるため電極表面にパルプ繊維が付着する恐れは極めて少ない。壁面測定用プローブは白金線をパイプに埋め込みその表面は管壁と同一面になるようにしてある。

局所濃度の測定は図1の右図のように局所流速測定用のプローブの代わりに細い円管をその管軸がテストセクションの管軸と平行になるように配置し、そのパイプに流れ込んでくるパルプサスペンションを採取して濃度を直接求めた。

局所流速測定用プローブ、濃度を測定するときに行っている細い円管とも管半径方向の数点にトラバースして、流速分布および濃度分布を求めた。

1.2 試験流体

使用したパルプサスペンションはLBKPをビーターで叩解しイオン交換水に懸濁させたものである。パルプ繊維濃度は0.1～3%の間にあり、フリーネスは230～470 mlの間にある。また、電極反応を利用して局所流速や壁面速度勾配を測定するために先に述べた量だけ母液である水にフェロシアン化カリウム ($K_4[Fe(CN)_6]$)、フェリシアン化カリウム ($K_3[Fe(CN)_6]$)、支持電解質として塩化カリウム (KCl) を溶解させてある。

2. 圧力損失と流量の関係

図4は1%以下のパルプサスペンションの圧力損失

図4 1%以下のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係

と流量の関係^{7),8)}である。この図より1%以下のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係は以下の3つの部分からなっていることが分かる。流量の小さい側から、

- ① 圧力損失が流量に比例して増加する部分
- ② 流量の増加にもかかわらず圧力損失がほとんど増加しない部分
- ③ 圧力損失が流量の増加にしたがってかなり急に増加する部分

である。既往の研究²⁾と比較することによりこれらの部分は流量の小さい側から栓流、混相流、乱流におおむね一致していることが分かった。

この圧力損失と流量の関係はパルプ濃度に依存しており、パルプ濃度が大きくなるにしたがって①、②の部分は流量の広い範囲にわたり、①の部分では直線の傾きが大きくなっていく傾向にある。また、圧力損失と流量の関係はフリーネスには影響されない⁷⁾ことが分かった。

図5は1~3%のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係である。1%以下のパルプサスペンション

図5 1~3%のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係

の関係とは明確に異なっていることが分かる。測定された範囲内では以下の3つの部分が確認される。流量の小さい側から、

- ① 圧力損失が流量が増加するにつれて直線的に増加する部分
- ② 流量の増加にもかかわらず圧力損失がほとんど変化しない部分
- ③ 流量が増加するにつれて圧力損失が②の部分よりも小さくなり、しかも減少してゆく部分

である。1~3%のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係では、1%以下のパルプサスペンションの場合のように①の部分は原点を通らない。すなわち①の部分で代表する直線を流量がゼロへ外挿すると流量がゼロのときに圧力損失が有限の値を持つことになり、ビンガム性を有することが分かる。また、パルプ繊維濃度への依存性には1%以下のパルプサスペンションの場合と同様の傾向が見られる。

1%以下のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係には、1~3%のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係で見られる③のような部分が見られない。しかし、この事実は1%以下のパルプサスペンションが1~3%のパルプサスペンションと、圧力損失と流量の関係において異なることを表わしているのではないと思われる。既往の研究²⁾も参考にして考察した結果、1%以下のパルプサスペンションの圧力損失と流量の関係においては、そのような部分は存在するのが非常に狭い範囲のために図中に明確に現われないと思われる。

この圧力損失が流量の増加にもかかわらず減少してゆく部分に対しては定性的にはある次のような考察を行った。既往の研究²⁾よりこの部分では、パルプ繊維が絡まり合ってきたネットワークが存在し、そのネットワークと管壁との間に層流で流れる水環が存在する。また、この水環は流量が増加するにつれてその厚みを増してゆく。一般に圧力損失は管壁における剪断応力を用いて

$$\Delta P = \frac{2L}{R} \tau_w \quad \dots\dots(1)$$

で表わされる。また、一般に剪断応力は剪断速度と粘度を用いて

$$\tau_w = \mu \left(-\frac{du}{dr} \right) \Big|_{r=R} \quad \dots\dots(2)$$

で表わされる。したがって、圧力損失は管壁における流体の粘度と剪断速度の積に比例する。いま問題にしている部分よりも流量の小さい部分では水とパルプ繊維がいずれも管壁と接触している。したがって、管壁

における剪断応力は、水と管壁およびパルプ繊維と管壁の接触により生じていると考えられる。一方、圧力損失が流量の増加にもかかわらず減少していく部分では、上述したように水環が存在するために管壁における剪断応力は水と管壁の接触によってのみ生じていると考えられる。均質流体の場合は流量が増加するにつれて管壁における剪断速度は大きくなるが、水の粘度と比べて相当地に大きい粘度を有すると考えられるパルプサスペンションの場合は流量が増加するにつれて管壁における剪断速度が増加しても、管壁は水環で覆われるようになって粘度が当初より小さくなるために結果として圧力損失は小さくなると考えられる。また、管壁付近の水環は流量の増加につれてその厚みを増して行くことが報告されており、そのために流量が増加するにもかかわらず管壁における剪断速度が小さくなり、結果として圧力損失は減少してゆくと推察される。

3. パルプサスペンションの流動特性

流体の挙動を調べるとき、その流体の流動特性は重要な基本要素である。水や空気などの均質（単一相とだけでなく、管内の全域にわたって均質である）な流体に対しては円管内を層流で流れる際の圧力損失と流量を測定することで、その流動特性を決定することが可能である⁸⁾。

ところで、パルプサスペンションは空気の相を無視すると、パルプ繊維と水の混合物と考えられる。したがって、パルプサスペンションが速度勾配を有して流れる場合には速度の異なる流体層の間で、水—水、水—パルプ繊維、パルプ繊維—パルプ繊維の間での内部摩擦が生じていると思われる。そこで、パルプサスペンションをこれらの内部摩擦によるのと正味同じ内部摩擦（粘性）を生じる均質流体として捉えて扱うことを試みた⁸⁾。

パルプサスペンションの流動特性は、圧力損失と流量の関係における流量の小さい部分、すなわち1%以下のパルプサスペンション^{6),7),8)}においても1~3%のパルプサスペンションにおいても①の部分を用いて決定した。（この部分では流体は半径方向の速度成分を有せず、管軸方向の速度成分のみを有している、すなわち層流で流れていると思われる。）この部分は従来から知られている圧力損失と流量の定性的な関係（図6⁴⁾参照）におけるCの流域までに対応する。

1%以下のパルプサスペンションに対する結果は図7に示すようなものであり、流動特性は原点を通る直線で近似することができる。つまり、ニュートン流体と考えられる。一方、1~3%の範囲のパルプサスペン

図6 圧力損失と流量の関係 ($\log \Delta P/L$ vs $\log u_a$)

図7 1%以下のパルプサスペンションの流動特性

図8 1~3%のパルプサスペンションの流動特性

ションに対する結果は図8に示すように、原点を通らずにY切片をもつ直線で近似される。つまり、ビンガム流体と考えられる。表1, 2は各パルプサスペンションに対して求めた粘度および降伏応力である。この表より1%以下のパルプサスペンションではパルプ濃度の増加とともに粘度が増加することが認められる。また、1~3%のパルプサスペンションの場合には、降伏応力およびビンガム粘度（図中の直線の傾き）が同様にパルプ濃度の増加とともに大きくなっている。先に、パルプサスペンションを水—水、水—パルプ繊維、

表 1 1% 以下のパルプサスペンションの見かけ
粘度

Concentration [%]	0.15	0.21	0.43	0.62	0.15
CSF [ml]	230	260	260	260	300
$\mu_a \times 10^3 [\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})]$	2.40	2.51	6.36	9.70	2.11

表 2 1~3% のパルプサスペンションの降伏応力
とビンガム粘度

Concentration [%]	1.28	1.78	2.42	3.02
CSF [ml]	470	470	470	470
$\tau_B [\text{N}/\text{m}^2]$	0.552	1.19	3.39	11.5
$\mu_B \times 10 [\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})]$	1.23	3.04	4.43	4.94

パルプ繊維—パルプ繊維の間の接触により生じる内部摩擦と正味同じ内部摩擦を生じる均質流体と考えることにすると述べたが、これらの内部摩擦を生じる機構の中でパルプ繊維—パルプ繊維の接触により生じる内部摩擦が他の内部摩擦よりも大きく、パルプ繊維の濃度が大きくなるとパルプ繊維—パルプ繊維の接触の度合が水—水、水—パルプ繊維の接触の度合よりも増えてゆき、その結果、全体の内部摩擦が増加し粘度や降伏応力が大きくなっていくと思われる。

4. 管摩擦係数とレイノルズ数の関係

パルプサスペンションは水とパルプ繊維の混合物と考えられるが、静止したパルプサスペンション中において、パルプ繊維はそれぞれ独立に存在しているのではなく、お互いに絡まり合った状態にある。そのため、応力に対する抵抗が生じ、応力がある有限値に達したときに流動が起これと考えられる。このことから、パルプサスペンションの流動特性には元来降伏応力が存在しているものと思われる。しかし、化学工学においては非ニュートン流体に比べてニュートン流体の取扱いが進んでおり、しかも容易である。そこで、化学工学的な取扱いの観点から、パルプ濃度が小さく降伏応力が無視できる範囲では、パルプサスペンションをニュートン流体とみなすことにする。(いまのところ降伏応力が無視できるパルプ繊維濃度の範囲は0.6~1%の間にある可能性だけが予測されるが、それが何%であるか正確なことは不明である。)

流体が円管内を流れる場合の圧力損失の問題は、スケール・アップを念頭において流れの相似条件をもとに、管摩擦係数とレイノルズ数の関係で取り扱われる。その際にレイノルズ数の中の粘度の項は当然のことな

がらパルプサスペンションが円管内を流れるときの流体の粘度を用いなければならない。過去においては、パルプサスペンションの粘度として母液の水の粘度を用いて検討した例^{(3),(4)}があるが明確な結果は得られていない。そこで、先に決定したパルプサスペンションの流動特性を利用して、圧力損失の問題を管摩擦係数とレイノルズ数の関係を検討してみた。

1%以下のパルプサスペンションはニュートン流体とみなせるので、管摩擦係数とレイノルズ数^{(7),(8)}は

$$f = \left(\frac{\Delta P}{2\rho u_a} \right) \left(\frac{D}{L} \right), \quad \text{Re} = \frac{\rho D u_a}{\mu} \quad \dots\dots(3)$$

と書ける。図9は管摩擦係数とレイノルズ数の関係である。図中の破線はレイノルズ数の小さい側からそれぞれ、①と②の部分の境界、②と③の部分の境界を示す。なお以下では、①の部分ではパルプサスペンションは管軸方向の速度成分のみを有し、その他の速度成分は存在しないと思われるので、①の部分を層流域と呼ぶことにする。一方、③の部分は水やパルプ繊維が乱流状態で流れているので、③の部分を乱流域と呼ぶことにする。また、②の部分は①と③の部分の間にあるので遷移域と呼ぶことにする。図より、層流域では $f=16/\text{Re}$ の関係を、管摩擦係数とレイノルズ数の関係は十分に満たしていることが分かる。一方、乱流域においてはニュートン流体が満たす Blasius の関係から外れる傾向にある。その外れる度合はパルプ濃度が増加するにつれて大きくなっている。この Blasius の関係から外れることに関しては後で考察を加えることにする。

1~3%のパルプサスペンションはビンガム流体とみなせた。しかし、残念ながら現状では非ニュートン流体に対してはニュートン流体の場合と異なり、一般的な管摩擦係数とレイノルズ数の関係は見つかっていない

図 9 1%以下のパルプサスペンションの管摩擦
係数とレイノルズ数の関係

い。すなわち、非ニュートン流体に対する適当なレイノルズ数が見つからない。そこで、一つの試みとして、エネルギー散逸の相似則を利用してまとめることを試みた。このエネルギー散逸の相似則⁵⁾の詳細な説明はここでは省略するが、概略は以下のようなものである。流体内にある領域を考え、その領域に対するエネルギー収支を出発点としたものであり、非ニュートン流体の圧力損失と流量の関係と Hagen-Poiseuille の式を比較し、ニュートン流体の粘度の項にあたる項を非ニュートン流体の粘度の項として見かけ粘度と呼び、この粘度をレイノルズ数の粘度の項として用いる。例えば、ビンガム流体に対する見かけ粘度とレイノルズ数はビンガム流体が層流で流れるときの栓半径を a 、 α を a の関数とするとき

$$\mu_a = \frac{\mu_B}{4\alpha a}, \quad \text{Re} = \frac{\rho D u_a}{\mu_a} \quad \dots\dots(4)$$

となる。このようなレイノルズ数を用いて圧力損失のデータを管摩擦係数とレイノルズ数の関係にまとめると、当然のことながら層流域においては $f=16/\text{Re}$ の関係を満たす。そこでさらに管摩擦係数とレイノルズ数に運動エネルギーの補正を行い、乱流域のデータもニュートン流体の乱流域の関係を満たすようにする。したがって、エネルギー散逸の相似則を利用すれば、非ニュートン流体の圧力損失のデータを遷移域を除いてニュートン流体の管摩擦係数とレイノルズ数の関係と同様にまとめることができるわけである。

図 10 はエネルギー散逸の相似則を利用してまとめた 1~3% のパルプサスペンションの管摩擦係数とレイノルズ数の関係である。管摩擦係数とレイノルズ数

には先に述べたものに、運動エネルギーの補正を施した管摩擦係数とレイノルズ数

$$f^* = \frac{f}{\xi}, \quad \text{Re}^* = \frac{\rho D u_a \xi}{\mu_a} \quad \dots\dots(5)$$

を用いた。ここで、 ξ は運動エネルギーの補正係数である。図よりレイノルズ数の大きい範囲、すなわち乱流域のデータは得られていないが、②と③の部分は遷移域に含まれている。①の部分は層流域であり、図中の破線は層流域と遷移域の境界を表わす。この図より層流域では概ね $f^*=16/\text{Re}^*$ の関係を満たしている。遷移域の初期には 1% 以下のパルプサスペンションでは見られなかった傾向が存在すると思われるが、現状では十分な考察を加えるにはデータ数が不足している。今後、遷移域から乱流域にわたる測定を行い検討をする必要がある。

ここまで 1% 以下、1~3% のパルプサスペンションの管摩擦係数とレイノルズ数の関係を別個に見てきたが、化学工学的アプローチによりかなり定量的に明確な関係が得られることが分かった。

さて、1% 以下のパルプサスペンションはニュートン流体とみなせた。しかし、乱流域の初期において管摩擦係数とレイノルズ数の関係はニュートン流体の関係にしたがっていない。この矛盾に関して考察をする。図 11 は 1% 以下のパルプサスペンションの管壁における剪断応力と剪断速度の関係である。各パルプサスペンションのデータは原点を通る直線関係を満たす。このことは、パルプサスペンションがニュートン流体であることとは矛盾しない。しかし、各直線の傾きから粘度を求め流動特性より決定した粘度と比較すると両者は一致しない (図 12 参照)。つまり、パルプサスペンションには二つの粘度が存在することになり、パルプサスペンションはニュートン流体ではないということになる。図 13 は管壁における速度勾配と流量の関係である。図中の実線はニュートン流体に対して成り

図 10 1~3% のパルプサスペンションの管摩擦係数とレイノルズ数の関係

図 11 管壁における剪断応力と剪断速度の関係

立つ関係

$$\dot{\gamma}_w = \frac{4}{\pi R^3} Q \quad \dots\dots(6)$$

であり、データの多くはこの直線からは大きく偏位していることから、パルプサスペンションはニュート

ン流体ではないことが分かる。

流動特性からはニュートン流体と見なせたにもかかわらず、実はニュートン流体ではないという矛盾を説明する流動モデル^{6),8)}を考えることにする。これに先立って、実測したパルプサスペンションの濃度分布に

図 12 パルプ繊維濃度に対する見かけ粘度と管壁における粘度

図 13 管壁における剪断速度と流量の関係

図 14 1%以下のパルプサスペンションの濃度分布

図 15 1~3%のパルプサスペンションの濃度分布

について簡単に触れる。図 14 と図 15 はパルプサスペンションが円管内を流動しているときの半径方向の濃度分布である。図 14 は 1%以下のパルプサスペンションが円管内を流れているときの濃度分布であり、図 15 は 1~3%のパルプサスペンションが流動しているときの濃度分布である。これらの図より、パルプサスペンションが円管内を流動するときにはパルプ繊維は均質に分散するのではなく、濃度分布の形に違いこそあれ、どの濃度分布も管中心付近の方に管壁付近よりもパルプ繊維がより多く集まっていることが分かる。(このような濃度分布が生じる原因としてマグヌス効果、慣性効果、パルプ繊維間の相互作用や壁効果などが考えられるが、これらがどのように効いているかは未だに不明である。)このようにパルプ繊維の濃度分布が半径方向に存在することを考慮して、粘度が二つ存在する矛盾を説明する流動モデルを次のように考えることができる。

- (1) パルプ繊維の半径方向の濃度分布に対応して粘度も半径方向に分布をもつ。
- (2) パルプサスペンションは各半径位置においてその位置における粘度の値にもとづいたニュートン流体として挙動する。

この流動モデルにもとづき、流動特性より決定された粘度(管内流れの見かけ粘度)と管壁における剪断速度と剪断応力の関係から求めた粘度(管壁におけるパルプサスペンションの粘度)の二つの粘度と管壁における剪断速度の関係は

$$\dot{\gamma}_w = \frac{4}{\pi R^3} \cdot \frac{\mu_a}{\mu_w} Q \quad \dots\dots(7)$$

図 16 管壁における剪断速度と $(\mu_a/\mu_w) Q$ の関係

のように表わされる。そこで、各パルプサスペンションに対して求められた μ_a と μ_w を用いて $\dot{\gamma}_w$ を $(\mu_a/\mu_w)Q$ に対してプロットしてみたのが図 16 である。図中の直線は(7)式を表わしている。この図より、どのパルプサスペンションの場合も(7)式の間隔を概ね満足している。したがって、上述の流動モデルによって二つの粘度が存在する矛盾が説明されたことになる。

さて、ここまでパルプサスペンションが円管内を流動する問題を取り扱ったときに二つの粘度が現われたが、ここでその二つの粘度について考察してみる⁸⁾。粘度とは元来、流体の物性であり、ある状態においては、その状態に対して唯一に決まる性質のものである。したがって、粘度が二つも存在することは不可解なことである。流れ場の剪断速度に対する、流体層の間で生じている剪断応力の比がパルプサスペンションの粘度である。先ほど述べた流動モデルの中に“パルプ繊維の半径方向の濃度分布に対応して粘度も半径方向に分布をもつ”という仮説があったが、この中で触れられている各半径位置における粘度(各半径位置における濃度をもつパルプサスペンションの粘度)こそ各々のパルプ繊維濃度のパルプサスペンションの粘度である。したがって、管壁における粘度 μ_w は、管壁(極めて管壁に近い部分)におけるパルプサスペンションの粘度でしかない。パルプサスペンションが円管内を層流で流れるときの圧力損失と流量の関係から求められた粘度は物性ではないが、少なくともパルプサスペンションの流動が反映された管断面についてのある程度の平均された粘度と考えられる。また、この粘度を用いたレイノルズ数を用いることで、圧力損失と流量の関係が上述のような管摩擦係数とレイノルズ数にまとめられたという点でも有効であると考えられる。

さて、ここまで述べてきたことを踏まえることで、1%以下のパルプサスペンションの管摩擦係数とレイノルズ数の関係で、乱流域の初期において、パルプサ

スペンションに対するデータがニュートン流体の満たす関係式を満たさないことを説明できるように思われる。流動特性の上からはニュートン流体とみなせるけれども、実はパルプサスペンションはニュートン流体ではなく、パルプサスペンションでは層流域における流動の機構がニュートン流体のそれと異なっているのと同様に、乱流域においても流動の機構が異なっているものと考えられる。このように考えると、圧力損失と流量の関係から求められた粘度を用いて、層流域のデータをニュートン流体の満たす関係にまとめられたにもかかわらず、乱流域では同じようにまとめられないことはむしろ当然のこととも考えられる。

以上、パルプサスペンションの円管内流動における

圧力損失の問題について述べてきたが、現時点では層流域から乱流域まで十分カバーできる一般的な関係は未だ得られていない。もしかしたら、このパルプ繊維の管断面内の分散状態を考慮することでよい結果が得られるかもしれないし、そのことに捕らわれることなく、全く新しい観点からの解析が有効であるかもしれない。

5. 流速分布

図 17 から図 20 は電極反応法を利用して測定した半径方向の流速分布である。図 17 と図 18 は 1% 以下のパルプサスペンションの流速分布^{(6),(7),(8)}であり、図 17 は層流域、図 18 は乱流域のものである。また、図 19 と

図 17 1%以下のパルプサスペンションの流速分布 (層流域)

図 18 1%以下のパルプサスペンションの流速分布 (乱流域)

図 19 1~3%のパルプサスペンションの流速分布 (層流域)

図 20 1~3%のバルブサスペンションの流速分布 (層流域外)

図 20 は 1~3%のバルブサスペンションの流速分布であり、図 19 は層流域、図 20 は層流域外のものである。

図 17 には 1%以下のバルブサスペンションの層流域の流速分布と一緒に、比較のためにニュートン流体の層流域の流速分布を載せている。この図より、1%以下のバルブサスペンションの層流域の流速分布とニュートン流体の層流域の流速分布とは大きく異なっていることが分かる。このことは、1%以下のバルブサスペンションはニュートン流体ではないということとも符合する。

図 19 には 1~3%のバルブサスペンションの層流域の流速分布と一緒に、比較のためにバルブサスペンションの流量と同じ流量でビンガム流体が流れた際のビンガム流体の流速分布 (破線) を示している。この図より、1~3%のバルブサスペンションの流速分布は、1%以下のバルブサスペンションとニュートン流体の流速分布との違いほどではないにしても、やはりビンガム流体の流速分布とは異なっている。先に述べたように、1~3%のバルブサスペンションも円管内を断面

内にバルブ繊維濃度の分布を有して流れており、均質なビンガム流体ではない。したがって、流速分布の不一致はそのことに矛盾することではない。

図 18 は 1%以下のバルブサスペンションの乱流域の流速分布であり、レイノルズ数によって流速分布が異なることが分かる。ニュートン流体の乱流域の流速分布は一定の形をしているので、このことは乱流域においてもバルブサスペンションの流動のメカニズムはニュートン流体の流動のメカニズムと異なることを示している。また、図中の実線は

$$\frac{u}{u_a} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^n \quad \cdots \cdots (8)$$

を表わしており、乱流域の流速分布はこの式でよく表わされる。

ここまで流速分布の形などを見てきたが、ここで、1%以下のバルブサスペンションに注目してその層流域の流速分布を推定してみる^{6),8)}。先に 1%以下のバルブサスペンションの層流域に対して立てた流動モデルをもとに、各半径位置におけるバルブサスペンションの粘度を μ とすると、その半径位置における流速 u は

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\mu L} r \quad \cdots \cdots (9)$$

の関係を満たす。この式から流速分布を求めるには粘度の半径方向の分布が必要である。しかし、バルブサスペンションの粘度を測定することは現時点では不可能なので、濃度分布をもとにして半径方向の粘度分布を求めることはできない。そこで、粘度は壁面で μ_w になること、壁面から管中心に向かって単調に増加すること (濃度分布からこのように予測される)、そして、管中心付近では非常に大きくなると考えられることを踏まえて

$$\mu(r/R) = \mu_w \cdot \exp\{A(1-r/R)\} \quad \cdots \cdots (10)$$

のように仮定してみる。ここで A は濃度によって異なるパラメーターである。(10)式を(9)式に代入して積分すると

$$u = -\frac{\Delta P R^2}{2 A^2 \mu_w L} [A(r/R) - 1] \cdot \exp\{-A(1-r/R)\} - (1-A) \quad \cdots \cdots (11)$$

で表わされる流速分布の式が得られる。この式を用いて流量を求めると

$$Q = \frac{\Delta P \pi R^4}{A^2 \mu_w L} \left[-\frac{2}{3} + \frac{3}{A} - \frac{3}{A^2} \times \{1 - \exp(-A)\} + \frac{A}{2} \right] \quad \cdots \cdots (12)$$

が得られ、一方、1%以下のバルブサスペンションの流動特性のところで求めた粘度を用いると、圧力損失と流量の間には

$$Q = \frac{\Delta P \pi R^4}{8 \mu_a L} \quad \cdots \cdots (13)$$

の関係がある。(12)式と(13)式からパラメーターAは粘度 μ_a と μ_w とで

$$\frac{\mu_a}{\mu_w} = \frac{RL}{AD^2} \left(1 - \frac{1}{A}\right) - \frac{L}{A^2 D^2} \quad \cdots \cdots (14)$$

のように表わせる。この式に μ_a と μ_w を代入することによりAを決定することができる。このAと管壁における粘度 μ_w から半径方向の粘度分布の式が決定され、それを図示したのが図21である。図中の直線の傾きがパラメーターAであり、パラメーターAはパルプ濃度が濃くなると大きくなる。また、管中心付近の粘度は水に比べて非常に大きくなっていることが予測される。

また、(11)式にパラメーターAの値を代入して求めた流速分布を図22に示す。図中の各キーは測定値を表わしており、(11)式は概ね妥当な関係式といえる。

さて、1%以下のパルプサスペンションの層流域の流速分布の推定はできたが、1~3%のパルプサスペンションの層流域のモデリングは残念ながら現時点ではできていない。しかし、1%以下のパルプサスペンションの場合から推して、各半径位置においてその位置のパルプサスペンションの濃度に対応したビンガム流体の集まりと考えて推定することが可能ではないかと思われるが、これは今後の検討問題である。

図21 1%以下のパルプサスペンションの粘度分布

図22 流動モデルから求めた流速分布と測定値との比較

む す び

以上、パルプサスペンションの流動に関して化学工学的アプローチによる検討結果を示した。

現時点でパルプサスペンションの流動に関して研究を概観すると、残念ながら円管内流動の圧力損失の問題一つにしても、全流動領域を十分にカバーできる一般的な関係は得られていない状況にあり、また、流動のメカニズムにいたってはほとんど分かっていない。これらの問題を解明するには、今後さらに多くの実験的研究が待たれるところであり、また現象に関する観点の飛躍が要求される。

使用記号

A : パラメーター	[—]
a : 相対栓半径	[—]
C : パルプ繊維濃度	[%]
$\bar{C}$: 管断面平均パルプ繊維濃度	[%]
D : 管径 (内径)	[m]
f : 管摩擦係数	[—]
f* : 管摩擦係数	[—]
L : 管軸方向距離	[m]
n : パラメーター	[—]
Q : 流量	[m ³ /s]
R : 管半径	[m]
r : 半径位置	[m]
Re : レイノルズ数	[—]
Re* : レイノルズ数	[—]
u : 流速	[m/s]

u_a : 管断面平均流速	[m/s]	Moller : Appita p 363-370, 5, vol. 29 (1976)
ΔP : 圧力損失	[N/m ²]	3) James W. Daily and George Bugliarello : Tappi p 497-512, 7, vol. 44 (1961)
α : a の関数	[—]	4) B. G. Norman, K. Moller, R. Ek and G. G. Duffy : "Hydrodynamics of Papermaking Fibers in Water Suspension" : Paper Technology Department, Swedish Forest Products Research Laboratory, Stockholm, Sweden
$\dot{\gamma}$: 剪断速度	[1/s]	5) 伊藤 : "化学技術者のための流体力学" : 科学技術社
$\dot{\gamma}_w$: 管壁における剪断速度	[1/s]	6) Kohei Ogawa, Shiro Yoshikawa, Akira Suguro, Jun Ikeda and Hirohisa Ogawa : Journal of Chemical Engineering of Japan p 1-6, 1, vol. 23 (1990)
μ : 粘度	[kg/(m·s)]	7) Kohei Ogawa, Shiro Yoshikawa, Jun Ikeda and Hirohisa Ogawa : Tappi Journal p 217-221, 4, vol. 73 (1990)
μ_a : 見かけ粘度	[kg/(m·s)]	8) 梶内, 薄井 : "分散系のレオロジーと分散化技術" : 信山社サイテック
μ_B : ビンガム流体の粘度	[kg/(m·s)]	
μ_w : 管壁における粘度	[kg/(m·s)]	
ξ : 運動エネルギーの補正係数	[—]	
ρ : 密度	[kg/m ³]	
τ : 剪断応力	[N/m ²]	
τ_B : ビンガム流体の降伏応力	[N/m ²]	
τ_w : 管壁における剪断応力	[N/m ²]	

参考文献

- 1) W. Brecht and H. Heller : Tappi p 14 A-48 A, 9, vol. 33 (1950)
- 2) G. G. Duffy, A. L. Titchener, P. F. W Lee and K.