1f7/2⁻ 領域の奇数質量核における低い励起状態の数値的分析

牧 孝¹・中野正博²

¹ 産業医科大学医療技術短期大学物理学教室

² 九州大学理学部物理学教室

要 旨: 1f7/2⁻ 領域の奇核の低い励起状態に対し χ^2 フィットを行う。最初に χ^2 フィットの方法と、そのプログラムを示した。次に得られた結果の特徴がいくつか述べられ、考察が加えられる。これらの結果は、型の分類の確かさと、 χ^2 フィットの有効性と、内容の豊富さを、示唆している。

(1979年9月12日 受付)

序 論

原子核は多様な現象を示す複雑な多体系である。しかしながら、この多様な現象の中にもおどろくべきシンプルで説明することのできる種類の現象がある。例えば、核構造論的には振動模型、回転模型殻模型等でそれぞれ説明される典型的現象群である。ところが一方でこれらの単純な模型では説明できない現象群も広く存在する。これらは模型からのずれとしてとらえられている。振動模型からのずれは非調和効果によるもの、回転模型からのずれは非断熱効果によるものと呼ばれている。こうした効果がどこで、どのように出現するのかを研究することは、原子核の核構造のより一層、精密な理解、本質への理解に近づくことになる。

我々が、前論文で 1f7/2⁻ 領域の原子核も取り上げたのも、上記の観点に立ってのことである (Maki & Nakano, 1979)。この領域の原子核は非調和効果を研究する対象としては、ユニーク・パリティ殻 1f7/2⁻ の存在のために現象が簡単になるため非常に良いものである。前論文で述べたように、ここの現象、特に、 $2^+ \otimes 7/2^- = 3/2^- - 11/2^-$ 多重項の分岐の仕方を見ても、大体4つの型に分類される。また、現象論的なハミルトニアンの中の幾つかの項の適当な組合せで理解される可能性を指摘しておいた。本論文では、この点を数値的に詳しく分析もしてゆく。対象とするのは前論文と同じく 1f7/2⁻ 領域の奇核である。そのレベル構造は前論文も参照していただきたい。ここでは数値分

析の結果のみを記す。

数 値 分 析 の 方 法

数値的分析の方法はいろいろあるけれども、ここでは χ^2 フィット (最小二乗法) の方法を用いる。すなわち、実験点のセットに対しパラメーター群を自由に動かして、実験値と計算値の差の2乗が最も小さくなるようにパラメーター・セットの値を決めるのである。式で書くと、

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (E(i) - C(i, \alpha_K))^2$$

ここで、 $E(i)$ は実験値の i 番目のもの、 $C(i, \alpha_K)$ は計算値の i 番目のもので、 α_K はパラメーターセット、 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K$ である。 N は実験点の個数、 K はパラメーター・セットの個数を表す。一般に、 $N > K$ でなければ、 χ^2 フィットの意味はない。1f7/2⁻ 殻領域のデータは、3/2⁻, 5/2⁻, 9/2⁻, 11/2⁻ が、かなりの核で見つかっている。通常、2番目の7/2⁻が見つかっていない場合が多い。そこでデータを3/2⁻, 5/2⁻, 9/2⁻, 11/2⁻ に絞る。レベルの絶対値自身を合わせることはフォノンエネルギーを変化させることで可能なので、その差のみが合わせられるように考えると、結局、相対エネルギーを取った方が良いことになる。すなわち、

$$\begin{aligned} E(1) &= E_{3/2^-} - E_{5/2^-} \\ E(2) &= E_{7/2^-} - E_{9/2^-} \end{aligned}$$

$$E(3) = E_{9/2^-} - E_{5/2^-}$$

$$E(4) = E_{11/2^-} - E_{5/2^-}$$

と定義して、これを三つ以下のパラメーターで、 χ^2 フィットさせるわけである。なお $7/2^-$ はほとんどの核で見つかっていないが、これは低い準位には存在しないことだと考えて、適当な高いエネルギーを与えて

おく。但し、 χ^2 を計算する場合に、重みをかけて、収束の制限をゆるめておく。重みは、0.1に取ってある。

χ^2 フィットのメイン・プログラムを、Table 1 に示してある。このプログラムはサブ・プログラムとして、SIXJ (6j) 係数のプログラムを必要とする。以下に、どのようなパラメーター・セットを取るか、 $C(i, \alpha_K)$

Table 1. A list of the main program of the calculation χ^2 fit

```

FACOM OSIV/F4 FORAN IV (GE) VO4LO9                                DATE 79.09.06 TIME 22.14.22
000001      DIMENSION EI (4,10) ,AA(10), BB (10), EX(10), EXSA(10), LV(10)
000002      AJ=3.5
000003      DO 1 I=2,6
000004      AI=I-0.5
000005      IPH=AJ+AI+0.01
000006      EI(1,I)=1+10.*SIXJ(AJ,AJ,AI,AJ,2.,2.)-20/48.*DEL(I,4)
000007      EI(2,I)=1.-(2.*AJ+1.)*SIXJ(AJ,AJ,AI,AJ,2.,2.)
000008      EI(3,I)=10.*SIXJ(2.,2.,AJ,AJ,2.,AI)*(-1)**IPH
000009      EI(4,I)=10.*SIXJ(2.,2.,AJ,AJ,1,AI)*(-1)**IPH
000010      EI(1,I)=-EI(1,I)
000011      EI(2,I)=-EI(2,I)
000012      EI(3,I)=-EI(3,I)
000013      1 CONTINUE
000014      WRITE(6,113) ((EI(K1,K2),K2=2,6),K1=1,4)
000015      113 FORMAT(1H ,10X,'EI=',5X,5F10.5,/5(10X,'EI=',5X,5F10.5,/ ))
000016      991 CONTINUE
000017      READ(5,125,END=999) ((EX(I),I=2,6), (LV(J),J=2,6) )
000018      125 FORMAT(5F10.4,5I2)
000019      DO 24 I=2,6
000020      EXSA(I)=-1000.
000021      IF(EX(I).LT.-999) GO TO 24
000022      EXSA(I)=EX(I)-EX(3)
000023      24 CONTINUE
000024      WRITE(6,122) (EX(I),I=2,6), (EXSA(J),J=2,6)
000025      122 FORMAT(1H ,5X,5F10.4,5X,5F10.4)
C
000026      MKAI=10
000027      NEND1=5
000028      NEND2=9
000029      XHAN=1.0E-03
000030      DEF=5.
000031      DEF=-3.0
000032      DEF=-1.0
000033      XN1=1.
000034      XN2=1.
000035      XN3=1.
000036      XN4=1.
C
000037      XX2=1000.
000038      MID1=(NEND1+1)/2
000039      MID2=(NEND2+1)/2
000040      DO 55 KAI=1,MKAI

```

(continued)

```

000041      ADEF=DEF/(KAI**2)
000042      XXN1=XN1
000043      XXN2=XN2
000044      XXN3=XN3
000045      XXN4=XN4
000046      DO 14 N1=1,NEND1
000047      DO 13 N2=1,NEND1
000048      DO 12 N3=1,NEND2
000049      DO 11 N4=1,NEND2
000050      AN1=XXN1+ADEF*(N1-MID1)
000051      AN2=XXN2+ADEF*(N2-MID1)
000052      AN3=XXN3+ADEF*(N3-MID2)
000053      AN4=XXN4+ADEF*(N4-MID2)
000054      DO 17 I=2,6
000055      AA(I)=AN1*EI(1,I)+AN2*EI(2,I)+AN3*EI(3,I)+AN4*EI(4,I)
000056 17      CONTINUE
000057      X2=0.
000058      DO 18 I=2,6
000059      BB(I)=AA(I)-AA(3)
000060      IF(EXSA(I).LT.-999) GO TO 18
000061      DD=BB(I)-EXSA(I)
000062      WEGT=1.
000063      IF(LV(I).EQ.0) WEGT=0.1
000064      X2=X2+DD**2 *WEGT
000065 18      CONTINUE
000066      IF(X2.GE.XX2) GO TO 11
000067      XX2=X2
000068      XN1=AN1
000069      XN2=AN2
000070      XN3=AN3
000071      XN4=AN4
000072      WRITE(6,120) X2,XN1,XN2,XN3,XN4, (BB(I),I=2,6) ,KAI
000073 120      FORMAT(1H, 3X, 5 F10.4, 5X, 5F10.4, 5X,I5)
000074 11      CONTINUE
000075 12      CONTINUE
000076 13      CONTINUE
000077 14      CONTINUE
000078      IF(X2.LT.XHAN) GO TO998
000079 55      CONTINUE
000080 998      CONTINUE
000081      GO TO 991
000082 999      CONTINUE
000083      STOP
000084      END

```

をどのようにして計算するかを述べる。

現象論的ハミルトニアン

前論文で、レベル・スキームを説明できそうな現象論的ハミルトニアンを導入した。そのエネルギーは

以下のようになるべきものであった。

$$\Delta E_I = \alpha_1 \Delta E_1 + \alpha_2 \Delta E_2 + \alpha_3 \Delta E_3 + \alpha_4 \Delta E_4 + \alpha_5 \Delta E_5$$

ここで、

$$\Delta E_1 = 1 + 10 \left\{ \begin{matrix} j & j & 2 \\ j & I & 2 \end{matrix} \right\} - \frac{20\delta_{jI}}{4j^2 - 1},$$

$$\Delta E_2 = 1 - (2j+1) \left\{ \begin{matrix} j & j & 2 \\ j & I & 2 \end{matrix} \right\},$$

$$\Delta E_3 = (-)^{j+I} 10 \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ j & j & I \end{matrix} \right\},$$

$$\Delta E_4 = (-)^{j+I} 10 \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 1 \\ j & j & I \end{matrix} \right\},$$

$$\Delta E_5 = A(I)$$

各項の由来を述べると、 ΔE_1 は3準粒子の反対称化の効果、 ΔE_2 は $f7/2^- \otimes 2^+$ と $f7/2^- \otimes 2^+ \otimes 2^+$ の状態のハミルトニアン H_Y によるカップリングの効果、 ΔE_3 はフォノンと1準粒子の交換による H_Y の効果、 ΔE_4 はコア・パーティクル・カップリングにおける $J=1$ 対の散乱、 ΔE_5 は1体と3体の H_Y によるカップリングの効果、特に $7/2$ を上げる方に、 $3/2$ と $5/2$ を下げる方向に効く。非調和効果の分類では、 ΔE_1 のみがカイネマティカル効果、 $\Delta E_2 - \Delta E_5$ はダイナミカル効果と呼ばれるものに分類できるだろう。但し、 ΔE_4 については微視的な由来が明確ではないので、これを分類の中に入れるのは今の所、適当ではないだろう。これ

らの分岐の具合は、Fig. 1 のようである。Fig. 1 からわかるように、 ΔE_1 は $j-1$ が下がり、 $j+2$, $j-2$, $j+1$, j の順。 ΔE_2 は、 ΔE_1 とスピンの順が、ほぼ逆。 ΔE_3 は $j-2$ が下がり、 $j+2$, $j-1$, j , $j+1$ の順、 ΔE_4 は回転的で、 $j-2$, $j-1$, j , $j+1$, $j+2$ の順になっている。これらの特徴は、 j が、何であっても、ほぼ、変らない。

さて、こうしてパラメーターセット $\alpha_1 - \alpha_5$ を導入したが、4個のデータだから3個以下に $\{\alpha_i\}$ を選ばなくてはならない。本論では通常考えられる効果 ΔE_1 , ΔE_2 , ΔE_3 を選んだ時に、 χ^2 がどこまでゆくのかを見た結果を報告する。これからは実験が通常の効果でどこまで理解できるかの目安を与えることができる点で意義がある。勿論、別の観点から別のパラメーター・セットを選ぶこともできる。例えば、コア・パーティクル・カップリングの観点から α_3 と α_4 を、あるいは α_4 だけを、ということもありうる。こうして α_1, α_2 と α_3 もパラメーターに選べば、エネルギー

Table 2. The result of the χ^2 fit. The experimental energy difference $E(i)$, calculated energy difference $C(i, \alpha_K)$, the value of χ^2 and the values α_K are listed

Type		$E(i)$ (upper)	and	$C(i, \alpha_K)$ (lower)	χ^2	α_1	α_2	α_3
^{51}Ca	I	0.190	— 0.603	0.205 — 0.188	0 190	0.754	1.171	0.171
		— 0.393	0.204	0.108 — 0.246				
^{49}V	II	0.062	1.209	1.064 0.931	0 326	0 336	0 280	0 318
		0.338	1.209	1.169 0.442				
^{51}V	II	0.609	1.681	1.494 1.290	0 287	0 797	0 135	0 204
		0.867	1.791	1.581 0.829				
^{53}V	II	0.101	1.173	1.138 0.963	0 325	0 609	0 021	0 322
		0.345	1.374	1.272 0.473				
^{43}Ca	II	0.220	1.627	1.721 1.305	0 533	1 400	0 600	0 500
		0.575	2.286	1.832 0.707				
^{53}Mn	II	0.911	1.322	1.243 1.063	0 173	1 400	0 600	0 200
		1.301	1.713	1.204 0.994				
^{47}Tl	III _a	1.550	2.000	1.253 1.445	0 066	1 856	0 957	0 365
		1.674	2.001	1.299 1.225				
^{49}Cr	III _a	1 742	2.200	1.085 1.563	0 087	2 660	1 950	0 551
		1.885	2.199	1.139 1.310				
^{51}Mn	III _a	1.824	2.200	1.139 1.488	0 032	2 522	1 830	0.552
		1.912	2.200	1.172 1.333				
^{46}Tl	III _b	— 0.003	1.560	1.313 1.429	0 967	0 458	0.340	0 385
		0.472	1.559	1.494 0.587				
^{47}V	III _b	— 0.087	1.212	1.184 1.207	0.745	0.663	0.065	0.388
		0.327	1.477	1.315 0.467

Fig. 1. The energy splitting of each energy expectation value given by ΔE_1 , ΔE_2 , ΔE_3 and ΔE_4 . (see text)

の計算値 $C(i, \alpha_K)$ は

$$C(i, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3) = (\alpha_1 \Delta E_1 + \alpha_2 \Delta E_2 + \alpha_3 \Delta E_3)_{I=i} - (\alpha_1 \Delta E_1 + \alpha_2 \Delta E_2 + \alpha_3 \Delta E_3)_{I=5/2^-}$$

となる。ここで i は i 番目のレベルを意味する。これで、 χ^2 フィットが計算できることになる。

計算結果と考察

χ^2 フィットの結果を、Table 2 と Fig. 1 にまとめている。この結果の中に、いくつかの特徴が見られる。この点について考察を加える。

前論文で、この領域のエネルギーレベルを三つのタイプに分類した。それは (I) 独立粒子と phonon の結合運動 (II) 振動的運動様式 (III_a) と (III_b) 型は

回転的運動様式で (III_a) は $j-2(3/2)$ が一番下にあり、(III_b) は $j-2$ が一番上にあるものをさす。まず、この型と χ^2 フィットの最終値との関係をみてみると次のことに気がつく。

- 1 型 (タイプ) 毎に、 χ^2 の値が違う。すなわち、小さい方から書くと、(III_a) 型 0.032–0.087, (I) 型 0.190, (II) 型 0.173–0.533, (III_b) 型 0.745–0.967 である。上のことは実験値を見て導入された直観的な型の区別が、こうした計算によって理論的にも支持されていることを示している。また、型の中の核に類似性が強いことは、 χ^2 の値の近いことからわかる。とにかく、まず、型という分類に意味があることが明確になっているという点は非常に面白い。
- 2 (III_a) 型と (III_b) 型に、はなはだしい差があること、一方では χ^2 が非常に小さく、一方は大きい。こ

のことは(Ⅲ_a)型と(Ⅲ_b)型の異質性を意味している。

3 (Ⅲ_a)型の χ^2 の値が非常に小さいことが予想に反して非常におもしろいことである。2で述べたことと合わせて考えると回転的なのは(Ⅲ_b)型だけで、本当は(Ⅲ_a)型は振動型の一部なのかもしれない。

4 (Ⅱ)型が、0.177–0.533、平均0.329と意外に大きい。最も良く合うだろうという予観に反している。

以上は、型と χ^2 の関係であったが、今度はもう少し内容を調べて α と χ^2 、レベルと χ^2 の関係について考察していこう。

5 一番よく再現された(Ⅲ_a)型の場合、 α_1 は α_2 の1.4–1.9倍とやや大きめ、 α_3 が負で α_1 の1/5程度となっている。ここで注目できる点は $j+1$ と $j+2$ の逆転で、 ΔE_1 で $j+2$ の方が $j+1$ より低いけれど、 ΔE_2 と負の ΔE_3 でそれが逆になっていることである。また、 α_3 が小さいことから、この型の核は5準粒子までの通常の取り扱いで十分よく再現できる可能性がある。この型の核の χ^2 と α_k の値の同様さは核の同質性を示している。

6 (Ⅱ)型は、ほとんど $\alpha_2-\alpha_3$ で、 α_1 がそれらの2–3倍あり、 α_1 が主である。このことは予想と一致している。にも拘らず χ^2 の値が大きい理由は $j+2$ にありそうだ。計算値は、 α_1 が主だからどうしても $j+2$ が下る。しかし実験はそれ程下っていない。この矛盾をどう理解するか今は明らかではない。 $j-2$ も、やや実験の方が高いけれど、これは $p_{3/2}$ とのカップリング ΔE_5 を考えれば解決できる。 $j-2$ のエネルギー差は、ほぼ0.2–0.3 MeVと一定していることもおもしろい。

7 (Ⅲ_b)型が合わない理由は $j-2$ が下り、 $j+2$ が上っていることにありそうである。ともに下がった(Ⅱ)型は ΔE_1 が主で合わせられ、ともに上った(Ⅲ_a)

型はもっとも合っている。この型のものは他の効果、例えば ΔE_4 でフィットするのがおもしろい。とにかく通常の微視的效果までは合わない核であることがわかる。

8 (Ⅰ)型は、 χ^2 は小さい方だがレベルは全く合っていない。これはここで取り上げた効果が独立粒子のものを含んでいないからであり当然といえる。然しながら α_2 が一番大きいことは、このカップリングが予想されることと一致しておもしろい。

9 ^{53}Mn は(Ⅱ)型ではあるが、3/2が他の(Ⅱ)型のものより高く、(Ⅲ_a)の傾向を持っている。これは χ^2 が(Ⅱ)型と(Ⅲ_a)型の中間の値であることと一致している。

10 (Ⅲ_a)型と ^{53}Mn だけ α_3 が負で、他は正である。然も、中性子数 $N=25$ で負、23で正と例外なく別れている。このことは重大で $N=23$ と25で α_3 の符号、ひいてはコアの Q モーメントの符号が変化していること、この変化によって $N=25$ で(Ⅲ_a)型がもたらされていることを示唆している。

以上、 χ^2 フィットで得られた結果の特徴を述べ、考察を加えた。

結 語

1f7/2⁻領域の奇核を三つの効果の結果として理解するために、 χ^2 フィットを行った。得られた結果はいろいろあったが、一番重要なことは、こういう χ^2 フィットによる分析が核の一般的特徴を浮きぼりにし、多くの示唆に富む結果をもたらすことが明らかになった。したがって今後、こうした χ^2 フィットを1f7/2領域で、また偶核で種々の現象論的モデルとパラメーターを用いて解析していくことは一つの大きな方向である。

引 用 文 献

- Maki, T. & Nakano, M. (1979): The structure of the low-lying excited states of the nuclei in 1f7/2⁻ region. J.UOEH, 1(3): 283–295. (in Japanese)
 Nakano, M. (1976): The analysis of the one-quasiparticle-two-phonon multiplets by a microscopic quasiparticle-cluster-phonon-coupling model. Prog. Theor. Phys., 56: 675–676.

The Numerical Analysis of Low-Lying Excited States of Odd-Mass Nuclei in 1f7/2⁻ Region

Takashi MAKI¹ and Masahiro NAKANO²

¹ *Division of Physics, School of Nursing and Technology, University of Occupational and Environmental Health, Kitakyushu 807, Japan*

² *Department of Physics, Kyushu University, Fukuoka 812, Japan*

Abstract: The method of χ^2 fit is applied to the low-lying excited states of odd-mass nuclei in 1f7/2⁻ region. In the beginning the procedure of χ^2 fit is shown and the main program is also listed. Next, the characteristic features of the results of the analysis of the nuclear structure are shown and investigated. These results suggest that the method of χ^2 fit is very useful and important.

Key words: nuclear structure, χ^2 fit.

J. UOEH, 1 (4):409–415 (1979)