バナジウムによる散乱陽子の統計理論による解析

牧 孝¹・中野正博²・隼田和明²・森田浩介²¹産業医科大学医療技術短期大学物理学教室 ²九州大学理学部物理学教室

要 旨: バナジウム (^{51}V) による陽子の弾性・非弾性散乱の実験を、陽子エネルギー 5.700—5.962 MeV で行った。励起関数については、測定角度 90° , 105° , 118° , 135° , 150° , 163° の 6 点を入射陽子エネルギーのステップ 2 keV で測り、 ^{51}V の基底状態から第 4 励起状態までの陽子グループの励起関数を得た。角度分布は 50 keV ステップで測定した。得られた散乱断面積は陽子の入射エネルギーによって大きなゆらぎ現象を現わしている。解析は統計理論に基づいて行った。エネルギー相関、角度相関、チャンネル間相関、確率分布、分散の解析から平均準位巾 Γ は 2.0 keV, 複合核の寿命 τ は 3.3×10^{-19} 秒, 核半径係数 r_0 は 1.18×10^{-13} cm, 有効チャンネル数 N_{eff} は 5—25, が導けた。核反応機構は統計理論, Hauser-Feshbach の複合核理論や光学模型による計算, および角度分布の解析から、断面積のうち直接反応過程からの寄与の割合が (p, p₀) 反応では 90—95%, (p, p₁), (p, p₂) 反応では 60—80%, (p, p₃), (p, p₄) 反応では $\approx 0\%$ であることが分った。

(1979年12月13日 受付)

序 論

低エネルギー領域の核反応における、励起関数の測定では、放出粒子の断面積 (cross section) が入射粒子のエネルギー変化に応じて非常にガタガタ変化することが、多く報告されている (Ericson & Mayer-Kuckuk, 1966; Braga Marcazzan & Milazzo Colli, 1970; Hodgson, 1971; Richter, 1974)。観測された断面積のこうした変化 (fluctuation) の理論的記述では、核反応は平均準位幅 (mean level width) Γ が平均された準位間隔 (mean level spacing) D よりも大きいような高く励起した複合核 (compound nucleus, CN) を通って進む過程が主であることが示されている (Ericson, 1960, 1963; Brink *et al.*, 1963, 1964)。

ところが、中重核領域で fluctuation に注目した弾性散乱 (p, p) や非弾性散乱 (p, p') の実験の報告は極めて少ない (Lamba *et al.*, 1968; Ernst *et al.*, 1969; Maki, 1977, 1978; Kreische *et al.*, 1977)。理由は (1) (p, p) や (p, p') の実験では cross section にかなりの直接反応 (direct reaction, DI) の寄与があるために cross section の fluctuation にダンピング (damping) が生じ測定がむづかしくなること, (2) 15—

20 MeV に励起した中重核では fluctuation は大凡の幅 (width) が数 keV のオーダーであるため、こうした“微細構造 (fine structure)”測定の分解能は静电加速器のような、入射粒子のエネルギーの拡がりがない (1 keV 以下) 加速器と高分解能の検出器系がないと実験できない。

fluctuation の理論は統計モデル (statistical model) と呼ばれている。このモデルの仮定と成立条件、およびモデルからの導かれる予想は、

(a) 原子核反応が少なくとも部分的に、高く励起して $\Gamma \gg D$ の overlap した連続領域にある複合核を通して進むことが条件である。Moldauer (1964), Dallimore *et al.* (1965) によると $(\Gamma/D) \geq 1$ でよいと述べている。

(b) 非常に微細に入射エネルギーを変えて測定した励起関数に現われる幅 Γ は全くランダムな位相をもった fluctuation であること、

(c) 異なったチャンネルからの放出粒子グループの励起関数の間には相関 (channel cross correlation) がない。また、同じチャンネルからの粒子グループで測定角度が異なっている場合、あるコヒーレントな角度 (coherence angle, θ_c) 以上の測定角の励起関数間

には相関 (angular cross correlation) がない。

(d) 角分布は 90° で前方角側と後方角側の断面積が対称になる。そして入射エネルギーの変化によって角分布が急激に変化する。

(e) (p, n) 反応で中性子 (neutron) のチャンネルが開くしきい値 (threshold energy) より 3–4 MeV 以上に複合核の励起エネルギーがあること、などが掲げられる (Ericson, 1960 a)。

この実験はバナジウム (^{51}V) をターゲットにして陽子の弾性・非弾性散乱による微分断面積 (differential cross section) の励起関数と角度分布を測定し、fluctuate している結果を統計モデルによって解析した。ターゲットに V を選んだ理由は次のようである。

(i) 入射陽子エネルギーが 10 MeV 以上では弾性・非弾性散乱は直接反応 (direct reaction, DI) が強く効いてくるが、この実験のように $E_p \approx 6$ MeV であると直接反応の他に複合核過程を通る反応が寄与してくる。これらの反応がどの位、寄与しているかを定量的に求めて反応機構を調べる。

(ii) 中重核で fluctuation に注目し統計モデルで解析した実験は非常に少ない。Lamba *et al.* (1968) の実験は $4.0 \leq E_p \leq 5.5$ MeV で、 $E_p > 5.5$ MeV の実験はない。

(iii) ^{51}V は中重核の fp shell 核のうち low-lying level は他の核と比べて比較的是なれているので、C, N, O や、他の contamination peak と容易に分けて測れると期待された。

(iv) V は原子相対頻度 (abundance) がほとんど 100% であるため contaminate する元素が少ない。

(v) 入射陽子エネルギー E_p が 5.700–5.962 MeV は複合核 $^{52}\text{Cr}(=^{51}\text{V}+p)$ の励起状態 (excited state) は 16.097–16.354 MeV になり continuum region になっている (Fig. 1)。この excited state は (p, n) 反応で中性子を放出する threshold 値の約 4 MeV 上にあるから、複合核から競争しながら崩壊していくいろいろなチャンネルが開かれている。

cross section の fluctuation を統計モデルで定量的に解析して、具体的に得られる物理量は、

(イ) 複合核の excited states 間のエネルギー相関 (autocorrelation) から予測される複合核の level の平均的な幅 (average width) Γ と、これから複合核が崩壊するまでの平均寿命 τ 。

(ロ) angular cross correlation から原子核の直径が求まる。

Fig. 1. Decay mode of the compound nucleus $^{52}\text{Cr}^*$ formed by proton bombardment at 16.223 MeV excitation energy. The solid line denotes the compound-nucleus formation process and the decays from compound states. The level positions of some low-lying states of the nuclei are illustrated.

(ハ) channel cross correlation によりチャンネル間の相関の有無が分る。統計モデルでは相関は無いと仮定しているけれども、相関があればこの理論がよくないことになる。即ち、よってたつ理論自身のチェックができる。

(ニ) 弾性散乱 (p, p_0) の角分布を光学模型 (optical model) で合わせて、ポテンシャル (potential) のパラメーターが求まり、さらに遷移係数 (transmission coefficient) が導びかれる。この transmission 係数は Hauser-Feshbach の複合核理論による計算 (Feshbach, 1960) に用いられ、角分布が求まる。

(ホ) 分散 (variance) が求まり、さらに effective channel の数 N_{eff} が算定できる。

(ヘ) N_{eff} と variance から測定した平均断面積中で直接反応に関係した cross section σ_{DI} が算定でき、さらに複合核過程を経由する cross section σ_{CN} が計算できるので、平均断面積 (mean cross section)

$\langle\sigma\rangle$ の内, σ_{DI} と σ_{CN} の割合が求まり, 核反応機構 (reaction mechanism) について議論ができる.

(ト) 確率分布 (probability distribution) が以上の議論とは別に計算される. σ_{DI} と $\langle\sigma\rangle$ の比を $y_D = \sigma_{DI}/\langle\sigma\rangle$ として, y_D と N_{eff} が確率分布から算定される. この y_D と N_{eff} は(ホ), (ヘ)から求まった y_D や N_{eff} と consistent かどうか議論できる.

実験方法

1. 陽子ビームと散乱槽

実験は九州大学の 7 MV バン・デ・グラーフ (Van de Graaff) 加速器を用いて行われた. 加速された入射陽子ビームは, エネルギー分析 90° マグネットですら定エネルギーに分析されたのち, 第1スリット (スリット幅 0.3 mm), 第1Qマグネット, 振り分けマグネット, 第2スリット, 第2Qマグネットのビームトランスポート系を通過し, Fig. 2 に示すような直径 1 m 散乱槽に設置したコリメーター (図中A, collimating slit), スリット (B: defining slit, C: anti-scattering slit) 系に入り, 収束 (focus) したビーム

となって標的 (target) をたたき標的核と核反応を起こす. 散乱槽中のスリット B, C は散乱陽子のスペクトルに入るバックグラウンドを極力おとすためにセットしたものである. 核反応を起こさない標的を通過した陽子ビームはファラデー・カップ (Faraday cup) に集められた*. 標的上のビームスポットは 1 mm × 1.5 mm の大きさであった. ビーム電流は 0.1–0.3 μ A で実験を行った. これ以上の電流では放出散乱陽子数がふえて測定器でパイプアップ (pile up) を起こし, スペクトルが乱れるのでビーム電流をおさえた. ターゲットを置く標的支持棒 (target holder) にはターゲットの他に薄い水晶板を保持しておき, それぞれの測定時にターゲットを水晶板に置きかえてビームの位置出しと確認を行った. 入射陽子ビームのエネルギー分解能は 1.0 keV 以下であった. 1 m 散乱槽は上蓋中央に散乱槽の真空を破らずにターゲットを取換えるターゲット交換装置と, 散乱槽底板中央に検出器を -100°C 以下に冷やすための冷却棒 (cold finger) を備えた冷却装置があり, 散乱槽外から液体窒素 (Liq. N_2) によって冷却するようになっている. 散乱槽は実験中 10^{-6} Torr を保つよう真空系に接続されている.

Fig. 2. Scattering chamber and experimental arrangement used to measure the excitation functions and the angular distributions. See the text for details.

* 入射ビームの陽子数のうち, 核反応を起こさないでそのままターゲットを通過する陽子数と核反応にあずかる陽子数の割合は, 大凡 10^{25} – 10^{27} 個対 1 個の割合であるから, 殆んど陽子はターゲットを通過するとみてよい. Faraday cup は入射陽子ビームを集積し, その電荷量から 1 秒当りの入射陽子数を算出するための装置で, Faraday cup 系は電氣的にアースと絶縁され浮いている.

2. 検出器と測定系エレクトロニクス

散乱槽の中央にターゲットをビームに対して 45° 傾けておき (Fig. 2), その周りに2個の表面障壁型半導体検出器 (Surface Barrier Solid State Detector: SSD) をターンテーブル上に固定した. 検出器は低温にして, 暗電流 (leak current) によるノイズ及びバックグラウンドを減らすために散乱槽外の液体窒素デューワー瓶から, cold finger を介して -100°C 以下に冷却した. 角度分布を測定するときは cold finger をつけたままターンテーブルが回転し, 測定角度に検出器をセットすることができるようになっている. 測定角の精度は $\pm 0.1^\circ$ である. 検出器の前面に counter hole (Fig. 2中D) を置いて検出器の有効面積を決め, ターゲットに近い方に counter slit (E) を置いた. 検出器(SSD) がターゲットを見込む立体角は 1.2 msr (ミリステラジアン) であった. さらに counter hole (D) と counter slit (E) の間に約100 Gaussのフェライト磁石 (sweeping magnet) を2枚置いて, 2次電子による影響をなくすようにした.

半導体検出器 (SSD) は160ボルトの逆バイアスを使った. 散乱した陽子を検出した検出器からのシグナルのパルスは75 Ω 同軸ケーブル (signal line) を通って散乱槽外の壁にセットした前置増幅器 (pre-amplifier: PA) に送られて前段増幅される. その後, パルスは Fig. 3 に示したように増幅器 (constant fraction amplifier または Spectroscopy amplifier: AMP) で増幅・整形され, シングルチャンネルアナ

ライザー (SCA) でノイズ部分を discriminate をかけて落とされ, NUCLEAR DATA 社の多重波高分析器 (Multi-Channel Pulse Height Analyzer: MCA, 4096 channel) に送られた. 4096 ch-MCA の ADC (Analogue to Digital Converter) 2台に検出器 SSD1, SSD2 をそれぞれ対応させ, $2048\text{ ch} \times 2$ として波高分析を行った. 波高分析されて得られたデータは BARP によって紙テープに穿孔され, 九州大学大型計算機センターでリストにされる.

また, Fig. 3 において SCA と MCA の間に RATE METERを入れて, 入射陽子ビームの電流を監視しコントロールする. またスケーラー (SCALER) を入れておいて, 弾性散乱部分の陽子数を測り, 実験が順調に進行しているかどうかのモニターとした.

入射陽子数は FARADAY CUP で電荷をうけとめ, Integrator に接続して入射ビームの電気量を測り入射陽子数を算定した.

3. 標的 (ターゲット, target) の製作

ターゲットになるバナジウム (^{51}V) は質量数50.94, 原子相対頻度は99.76%である. ターゲットは化学的に純粋なバナジウム金属片を真空蒸着法で作製した. バナジウムの融点は 1917°C と高く, 普通の抵抗加熱型の蒸着法ではバナジウムが蒸発しないため, モリブデン・フィラメントをもつ電子衝撃型 (electron bombardment) の蒸発装置を, この真空蒸着装置にセットしてバナジウムを蒸発させた. バナジウム薄膜の製法は,

Fig. 3. Schematic diagram of the electronics used to process and analyze the emitted particles. The circuitry other than solid state detectors (SSD1, SSD2), pre-amplifiers (PA) and bias were in the counting room. Here, AMP, SCA, and MCA mean amplifier, single channel analyser and multi-channel analyser (4096 ch), respectively.

(a) あらかじめスライドガラス上に塩化バリウムを真空蒸着で蒸着させておいて、その上にバナジウムを蒸着し、大気中に取り出してスライドガラスを斜め(約 20°)に傾けて、バットに張った水中にゆっくり、わずかつ浸漬すると、塩化バリウムが水に溶けてバナジウム薄膜が水面に浮く。このバナジウム薄膜を1 cm 径の孔をもつターゲット枠で非常に注意深くしゃくりとり自然乾燥させる。(細心の注意を払わないと、もろくも破れる。収量は蒸着膜約400枚のうち3枚程度である)。こうしてできたターゲットは自己保持(self-support)型である。

(b) もう一方のターゲット製作法はスライドガラスに中性洗剤(Teepole)原液を2-3倍に稀釈して薄く塗りつけて乾燥したものを蒸着装置にセットし、真空中(約 10^{-6} Torr)で炭素アークをとばしてプレパラート上に炭素を附着させる。真空を破り、プレパラートを(a)と同じ方法で水中に傾斜させて浸漬させて水面に浮んだ炭素薄膜をターゲット枠でしゃくり上げ自然乾燥させる。次に乾燥し枠に張られた炭素膜を再び真空蒸着装置にセットし、電子衝撃法でバナジウムを炭素膜上に蒸着する。この方法は炭素膜がバツ

キングとなり力学的強度が大きくなる。散乱の実験の場合、放出粒子のスペクトルを炭素による散乱粒子のスペクトルが汚染(contamination)することがある。製作したターゲットの厚さは(a)の方法によるself-supportのバナジウム・ターゲットは $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ で、ターゲット中での入射陽子ビームのエネルギーの拡がりは2 keVであった。(b)の方法での炭素バック付バナジウム・ターゲットは炭素バックの厚さは約 $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ 、バナジウムの厚さは $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ であった。Fig. 4にself-supportバナジウムによる散乱陽子のスペクトルの一枚が示されている。剝離剤としての塩化バリウムのBa、電子衝撃装置の電子銃のフィラメントのMo、漏気したためにO,N,Cのピークその他、PやSiのピークがみられる。

実験結果

バナジウムによる陽子の弾性・非弾性散乱(elastic・inelastic scattering)の微分断面積(differential cross section)の励起関数(excitation function)を実験室系(lab. system)で 90° , 105° , 118° , 135° ,

Fig. 4. Spectrum from $^{51}\text{V} + p$ for lab. energy $E_p = 5.704$ MeV at 90° (lab) for $50 \mu\text{C}$ charge.

150°, 163° の 6 角度で測定した (Figs. 6—9). 入射陽子のエネルギー領域を 5.700—5.962 MeV (lab. 系) にとり, 入射陽子エネルギーを 2 keV 毎に順次変化させて, バナジウム・ターゲットによって散乱された陽子数を測って断面積を求めた. 反応は

で, はじめの ^{51}V はターゲット核, カッコ内の p は入射陽子 (proton), 次の p は V で散乱された陽子を表わし, p_0 は弾性散乱して残溜核は基底状態 (ground state), そのスピンは $7/2^-$ を示し, p_1 — p_4 は非弾性散乱で残溜核 V^* は第 1—第 4 励起状態 (excited state) にあり, 励起エネルギーは 0.320—1.813 MeV, そのスピンは $5/2^-$ — $9/2^-$ であることを表わしている. 以後, 散乱陽子グループで反応を示すことにする.

入射陽子エネルギー $E_p(\text{lab}) = 5.704$ MeV, 測定角 $\theta(\text{lab}) = 90^\circ$, 入射陽子ビーム電気量 $50 \mu\text{C}$ でのスペクトルを Fig. 4 に示した.

断面積はターゲット核子 1 個当り, ターゲットを見込む 1 立体角当り, 単位時間に, 入射する陽子数に対する散乱される陽子数の割合と定義され, 波動関数の散乱振幅の絶対値の 2 乗に等しいので重要な物理量である. 単位は $[\text{cm}^2]$ だが $1 [\text{mb}(\text{ミリバーン})] = 10^{-27} [\text{cm}^2]$ を用いる. 断面積の絶対値は弾性散乱 p_0 の角度分布をとり最前方角では Rutherford の散乱公式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E} \right)^2 \left(\frac{M_1 + M_2}{M_2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}, \quad (1)$$

に一致するとして normalize (規格化) する. ここに $d\sigma/d\Omega$ は微分断面積を $[\text{mb/sr}]$ 単位で, 然も cm (center-of-mass, 重心) 系で表わしており, E は入射陽子のエネルギー (lab 系にとり, 単位は $[\text{MeV}]$), e は電荷で $e^2 = 1.44 [\text{MeV} \cdot \text{fm}]$, ($10^{-13} \text{cm} = 1 \text{fm}$ (フェルミ) と規定しておく), M_1, Z_1 は陽子の質量 (a. m. u. 単位) と原子番号, M_2, Z_2 はターゲット V の質量 (a. m. u.: atomic mass unit) と原子番号, θ は散乱陽子の散乱角度 (cm 系) である. Rutherford の散乱公式に normalize すると target の厚さや, 検出器がにらむ立体角の測定値やそれから入ってくる誤差に関係なく, normalization から入る誤差だけを考慮するだけでよく, 断面積の絶対値が求められる.

断面積 (cross section, σ) を Fig. 4 に示すよう

なスペクトルから算出するには p_0 — p_4 のピークの面積から求められる.

測定角度を変えていくと, p_1, p_2 group と O や C の弾性散乱 p_0 group とが kinematic の関係から重なる角度 (p_1 では 135° — 163° , p_2 では 105° — 163°) があって分解できなかった.

角度分布は前方 30° , 入射陽子エネルギー 5.704, 5.750, 5.800, 5.850, 5.900 MeV の 6 点で測定して断面積を算出したのち平均して averaged cross section (平均断面積) を出した. 得られた角度分布を Fig. 5 と Fig. 16 に示した. 測定値の統計誤差は小さく, 図の点の大きさ内である. Rutherford の散乱公式に前方角 30° で normalize してある. 後方角では Rutherford の式からずれてきている. normalization にともなって絶対断面積に入る誤差は約 10% と見積られた.

測定された励起関数は Fig. 6—9 に示されている. 横軸に入射陽子エネルギー $E_p[\text{MeV}](\text{lab})$, 縦軸に散乱陽子の絶対微分断面積 $d\sigma/d\Omega[\text{mb/sr}](\text{lab})$ をとってある. Fig. 6 で p_0 group の点線は Rutherford 散乱式から求めた値である. Fig. 7 の p_1 group は $90^\circ, 105^\circ, 118^\circ$ だけ, p_2 group は 90° の測定角だけ散乱陽子が測定できたが, 他の角度では, ^{12}C , ^{16}O からの p_0 group と重なり合って測定できなかった. これらの励起関数の同一入射エネルギー E_p で全ての角度 θ と共通してピークになっているところがある (例えば p_3 group の $E_p = 5.890$ MeV, p_4 group の 5.850 MeV 附近). これは IAR (アイソバリック・アナログ共鳴; Isobaric Analogue Resonance) の影響かもしれないが, この論文では, これら IAR ないしは anomalous structure について言及しない.

これらの励起関数の再現性は実験の途中で繰返し行ったり, 入射陽子エネルギー E_p を重複させて測定したりしてチェックし再現性のあることを確認している.

励起関数の断面積に入っている誤差は, (1) 統計誤差 5%, (2) 陽子弾性散乱 p_0 の角分布を Rutherford の散乱断面積に normalize するときに約 10%, (3) この p_0 の角分布と励起関数とを normalize するときに 5%, (4) 励起関数の 1 点の測定は殆んどの場合, 入射陽子ビームの電気量を $50 \mu\text{C}$ で行ったが, このときの Integrator から入る誤差は 1% 以下, (5) ターゲットの厚さや検出器の立体角から入る誤差は Rutherford 散乱断面積に normalize したために関係

Fig. 5. The averaged angular distribution of elastic scattering for the mean energy $E_p=5.827$ MeV. The solid line obtained by Rutherford scattering.

なくなった。以上の各々の誤差が伝播して、全体としては励起関数の断面積の絶対値には約 20% の誤差が入っていると見積られる。しかし、各測定点の隣り同士の断面積には、殆んど統計誤差のみしか効いてこないため相対的には誤差はずっと小さくなり約 5% の誤差になる。

解 析 と 議 論

1. Fluctuation Analysis の妥当性

Fig. 6—9 に示したように励起関数の断面積に入射エネルギーにともなって非常に fluctuate している。この測定結果を統計的ゆらぎとして統計モデルで解析するには、統計モデルがなりたつための条件を満足していなくてはならない。その条件は序論で述べたように平均的な準位の幅 (mean level width) Γ が平均的な準位間の間隔 (mean level spacing) D より大きいことが要請される。これは複合核 $^{52}\text{Cr}(=^{51}\text{V}+p)$ の励起された準位 ($E_x=16$ MeV) は互いに重なり連続領域であることを意味する。Lamba *et al.* (1968) は $E_p=4.005-5.515$ MeV の (p, p) 散乱実験で

Fig. 6. Excitation functions for $^{51}\text{V}(p, p_0)$ measured in steps of 2 keV for different angles from 5.700 to 5.962 MeV in lab. energy. The upper line denotes the Rutherford scattering.

Fig. 7. Same as in Fig. 6, but for the $^{51}\text{V}(p, p_1) ^{51}\text{V}^*$ and $^{51}\text{V}(p, p_2) ^{51}\text{V}^*$ reaction.

$\Gamma = 4.0 \text{ keV}$ を見出していて、 D については、 $^{51}\text{V}(p, n) ^{51}\text{Cr}$ 反応の実験 (Gibbons *et al.*, 1955) において $E_p = 1.55 - 1.68 \text{ MeV}$ で既に $D < 2 \text{ keV}$ ゆえ、 $4 < E_p < 5.5 \text{ MeV}$ ではさらに D が小さくなっているだろうから、条件 $(\Gamma/D) > 1$ は成立しているだろうとしている。

この論文では D を直接、核の準位密度 (level density) ρ から計算によって求める。

複合核 ^{52}Cr の準位のスピン J 、励起エネルギー E での level density $\rho(E, J)$ は次の式で与えられる (Gilbert & Cameron, 1965)。

Fig. 8. Same as in Fig. 6, but for the $^{51}\text{V}(p, p_3) ^{51}\text{V}^*$ reaction.

Fig. 9. Same as in Fig. 6, but for the $^{51}\text{V}(p, p_4) ^{51}\text{V}^*$ reaction.

$$\rho(E, J) = D_J^{-1} \quad (\text{MeV}^{-1}) \quad (2)$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} \cdot U^{5/4}} \times \frac{(2J+1) \exp[-(J+1/2)^2/2\sigma^2]}{2\sqrt{2\pi} \cdot \sigma^3}$$

ここで,

$$U = E - U_0 = E - P(Z) - P(N), \quad (\text{MeV})$$

$$\sigma^2 = 0.0888(aU)^{1/2} A^{2/3}, \quad (3)$$

$$a/A = 0.00917S + 0.142, \quad (\text{MeV}^{-1}) \quad (4)$$

$$S = S(Z) + S(N)$$

と表わされる. ここで D_J は核スピン J の level spacing, $P(Z)$, $P(N)$ は陽子, 中性子の結合エネルギー (pairing energy), S は全 shell の補正, $S(Z)$, $S(N)$ は陽子, 中性子による shell の補正項, a はパラメーター, σ^2 は spin cut-off のパラメーター, A は複合核 ^{52}Cr の質量数である. とりうるすべての J の level density ρ は

$$\rho = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \quad (\text{MeV}^{-1}) \quad (5)$$

で表わされる. また, 核の温度 T は次式で与えられる.

$$\frac{1}{T} = \frac{d}{dU} \log \rho = \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \quad (6)$$

で与えられる. この実験では, 励起エネルギーの平均をとり $E = 16.22 \text{ MeV}$, $Z = 24$, $N = 28$, P と S は Gilbert & Cameron (1965) の表を用いて計算すると $\sigma^2 = 11.3$, $a = 5.05$, $T = 1.78 \text{ MeV}$ となる. また J に対する level spacing D_J は $J = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ に対して $D_J = 0.62, 0.23, 0.16, 0.15, 0.17, \dots \text{ keV}$ と, いずれも 1 keV 以下の spacing がある. 全ての J の level density の計算から出した spacing は 27 eV であった. いずれにしても $D < 1 \text{ keV}$ である.

一方 T については, この実験の autocorrelation (エネルギー相関) の解析から $T = 2.0 \pm 0.3 \text{ keV}$ が求まっている (後述) から $(T/D) > 2$ となり条件 $(T/D) > 1$ を満足している.

さらに ^{52}Cr の 16.22 MeV に複合核を形成後, 崩壊するチャンネルは (p, α) , (p, n) 反応が開いている. Fig. 1 に示しているように (p, n) 反応の中性子放出のしきい値 (threshold) Q は -1.534 MeV で ^{52}Cr の基底状態からは 12.035 MeV に当る. 故に ^{52}Cr の複合核 level からは 4.2 MeV の差があり, 条件にあった「連続領域で複合核がいろいろなチャンネルに崩壊しうするためには, 複合核の level が中性子放出の

threshold より 約 3 MeV 以上であること」を満している。

以上のことから、励起エネルギーが約 16.22 MeV での複合核 ^{52}Cr や、Figs. 6 – 9 の励起関数にみられる cross section のガタガタ、fluctuation は統計モデルでの解析、さらには複合核理論や Hauser-Feshbach の理論計算が行えることが分った。

2. FRD (Finite Range of Data) の効果

ガタガタのゆらぎ fluctuation を解析するのに統計モデルを用いるが、この理論は観測するエネルギー領域 (energy interval) を無限大と仮定することによって成立っている。しかし実際の実験では energy interval は有限にしかとれないことから、そこに特別の誤差が生じてくる (Hall, 1964)。特に励起関数において、測定した入射粒子エネルギーの energy 領域 (range) I が平均準位幅 Γ の π 倍より小さい、即ち $I \leq \pi\Gamma$ の場合にはこの誤差が大きく関与してくる。そこで統計モデルでの解析には、統計的に独立な測定データ点の数と $(I/\pi\Gamma)$ の数値との比較が問題になってくる。この統計的な特別の誤差を FRD (finite range of data) error と呼ぶ。われわれは以後の各 section で述べる相関関数 (correlation function) で、それぞれの場合についての FRD error に言及しよう。一般に $I/\Gamma = n$ とおくと $n > 50$ で統計的解析は成立する。この実験では $n > 131$ である。

3. Autocorrelation による解析

統計モデルによる fluctuation 理論では $\Gamma > D$ のエネルギー領域、つまり連続領域では断面積 (cross section) は平均準位幅 (mean level width) Γ に等しい coherence energy で fluctuate を起こすと予想される。これら cross section 間のエネルギー相関 (autocorrelation) $C(\varepsilon)$ は次の式で表わされる (次式の導出は付記 A・2 に示す)。

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N} (1 - y_D^2) \left(\frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \right), \quad (7)$$

ここで、 ε は励起エネルギーの微少変化分 (energy increment), N は the number of effective channels (有効チャンネルの数) で (fluctuation damping parameter ともいう)、縮退 (degenerate) した magnetic sub-states が均等に、しかも独立して複合核反応に関与するとき、有効に関与した数を表わす (詳しい説明は後の 8 節で示す)。

y_D については、実験で測定した平均の断面積 (average cross section) $\langle \sigma \rangle$ が、ガタガタを生じる fluctuate cross section σ^{en} とガタガタを生じない non-fluctuate cross section σ_D の和

$$\langle \sigma \rangle = \sigma^{\text{en}} + \sigma_D \quad (8)$$

で表わされるとして (理由は 5 節, (29) 式に示す) $\langle \sigma \rangle$ と σ_D の比、すなわち、

$$y_D = \frac{\sigma_D}{\langle \sigma \rangle} \quad (9)$$

で表わして、測定した cross section 中に direct cross section 部分がいくら含まれているかを示す。

Γ は複合核 (CN) の overlap した level の平均幅に対応した coherence energy である。

(7) 式は Lorentzian の型で、 $C(\varepsilon)$ の半分の大きさに対応する ε の大きさが mean level width Γ を与える。

autocorrelation 関数は、注目している入射陽子のエネルギー E での cross section を $\sigma(E)$ で書くと、 ε が小さい場合 次のように書ける。

$$\begin{aligned} C(\varepsilon) &= \frac{\langle [\sigma(E+\varepsilon) - \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle] [\sigma(E) - \langle \sigma(E) \rangle] \rangle}{\langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle \langle \sigma(E) \rangle} \\ &= \frac{\langle \sigma(E+\varepsilon) \sigma(E) \rangle}{\langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle \langle \sigma(E) \rangle} - 1 \\ &= \frac{\langle (E+\varepsilon) \sigma(E) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2} - 1, \end{aligned} \quad (10)$$

われわれの実験では $\varepsilon = 2 \text{ keV}$ である。 E は lab 系エネルギーで $E = 5.700 - 5.962 \text{ MeV}$ である。

(10) 式の autocorrelation 関数の計算を行った場合、 ε が小さいところでは近似的に Lorentzian 形になるがデータのかなりは ε 軸の周りに大きな振動形のテイルをもった Lorentzian になり $C(\varepsilon) = 0$ に収斂しない。その原因は、

(a) fluctuation 構造と、gross な構造の中間の構造 (intermediate structure) があるかも知れぬ。

(b) DI を含む非統計的变化 ($1/E$ に比例) の存在。

(c) Rutherford 散乱 (1) 式で $1/E^2$ に関係する。

(d) 入射陽子エネルギーの増大と共に、複合核の崩壊モードのチャンネルがだんだん開いてくるため

(p, p_0) 弾性散乱の cross sections はエネルギー E と共にゆっくり減少し, (p, p') 非弾性散乱の cross section は E と共にゆっくり増加している.

(e) 平均化した cross section が, E に無関係に一定値でなく, E と共に変化していることによる.

(f) $\langle \sigma(E) \rangle$ を計算するときに E のエネルギー領域の両端では, 各々の測定点に対しての平均値が領域の中央部の平均値からわずかにずれてくる.

などが考えられる.

そこで Papalardo (1964) が指摘したように, 微細構造すなわち fluctuation を平均化して一定値にするために充分大きなエネルギー範囲で, しかも巨大構造には充分小さなエネルギー範囲をとって, 実験で測定した average cross section をエネルギー範囲を変えながら平均化する方法, すなわち moving average 方法を用いることにする. moving average 法では巨大構造から入る影響をなくして, average cross section は入射陽子エネルギー E と共に単調に変化することになる.

Moving average 法を用いると autocorrelation の式 (10) は, 次のように書きなおされる (附記 A 3).

$$C(\varepsilon) = \left\langle \left[\frac{\sigma(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} - 1 \right] \left[\frac{\sigma(E)}{\sigma_R(E)} - 1 \right] \right\rangle, \quad (11)$$

ここに moving average $\sigma_R(E)$ は次式で表わす.

$$\sigma_R(E) = \left(\frac{\delta E}{\Delta E} + 1 \right)^{-1} \sum_{E-\delta E/2}^{E+\delta E/2} \sigma(E). \quad (12)$$

ここで ΔE はデータ点の間のインターバル (interval) で, この実験では 2 keV である. δE は平均化しようとするエネルギー範囲 “averaging interval” である. Fig. 10 は moving average 法で, averaging interval δE と normalized variance $C(0)$ を, 測定角 θ と陽子グループをパラメータにとって計算しプロットしたものである. プログラムコードは「ERIC-SON」である. この図の中の $\delta E = 40$ keV での点線は mean level width Γ を求めるときに切った averaging interval である. $\delta E = 40$ keV は Γ をだんだん大きくとっていくとき, $C(0)$ の値は立上り plateau 部になって勾配が小さくなる肩のところの値である.

Fig. 11 は $\delta E = 40$ keV として (11), (12) 式を用いて計算した autocorrelation の一部を図示した. ε が小さい間は $C(\varepsilon)$ が Lorentzian 形をしている. ε が大きくなると ε 軸の周りに $C(\varepsilon)$ が振動しているが振幅が小さくなっている. coherence energy に等しい mean level width Γ を求めるには $\varepsilon = 0$ で

Fig. 10. Curves showing the variation of $C(0)$ with the moving average interval δE , at all angles, and scattering proton groups of p_0-p_2 (Fig. 10a) and p_3-p_4 (Fig. 10b). The vertical dotted line at $\delta E = 40$ keV indicates the optimum value of δE used in the analysis.

Fig. 11. Typical autocorrelation functions $C(\varepsilon)$ for the full range of data of $5.700 \leq E_p \leq 5.962$ MeV for $p_0(90^\circ)$, $p_1(118^\circ)$ and $p_2(90^\circ)$.

の variance $C(0)$ が $1/2$ になる, 即ち $C(0) = 2C(\varepsilon)$ になるときの ε の値が I' である. Fig. 10 で, plateau 部にさしかかるときの δE interval の切り方には, いくらか任意性が含まれており, ひいては I' の値にも違いがでてくる.

Fig. 12 は interval δE を変化させて mean level width I' に現われる影響を計算しプロットした一部の図である. δE を大きくすると I' も大きくなるが, この実験では他の correlation の解析の結果や, effective channel 数の計算結果 (後述) などとつぎ合わせて一番もっともな値として $\delta E = 40$ keV を決めた. この実験から得られた mean level width I' は平均して $I' = 2.0$ keV であった. 各 I' の値を Table 1 に示す. Table 中の誤差の項は Allardyce *et al.* (1966) の論文の中にある Böhning の FRD error の計算式

$$\frac{\Delta I'}{I'} = \pm \left[\frac{\pi}{4n} \left\{ 1 + 2 \left(\frac{\Delta \varepsilon}{I'} \right)^2 \right\} \left(1 + \frac{1}{N} \right) \right]^{1/2} \quad (13)$$

Fig. 12. Variation of coherence width I'_{coh} as a function of the averaging interval δE as determined from autocorrelation analysis with the moving average method.

を用いて計算した値である. この式でデータの領域 ($5.700 - 5.962$ MeV) を nI' で表わした. $\Delta \varepsilon$ は次ぎ次ぎに取りだす ε の間の値で, この実験では $\Delta \varepsilon = 2$ keV である. N は effective channel 数である. N を理論的に計算することは後述するが, 90° 近くで, 取り得る N の最大値 N_{max} は Ericson (1963) によれば次式で表わされる.

$$N_{max} = \frac{1}{2} (2i_1 + 1) (2i_2 + 2) (2i_3 + 1) (2i_4 + 1), \quad (14)$$

ここで i_1, i_2, i_3, i_4 は入射粒子 (陽子) のスピン ($i_1 = 1/2$), ターゲット核のスピン ($i_2 = 7/2^-$), 放出粒子 (陽子) のスピン ($i_3 = 1/2$), 残溜核のスピン (基底, 第 1, 第 2, 第 3, 第 4 状態でそれぞれ $i_4 = 7/2^-,$

Table 1. Mean level widths Γ'_{coh} obtained from autocorrelation analysis using moving average method ($\delta E=40$ keV). All values are in keV, and errors shown are those arising from finite range of data effects

θ_{lab}	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	Mean
90°	2.4 ± 0.3	2.1 ± 0.2	1.3 ± 0.3	1.3 ± 0.3	1.6 ± 0.3	1.7 ± 0.3
105	2.3 ± 0.3	2.0 ± 0.3		2.1 ± 0.3	1.5 ± 0.3	2.0 ± 0.3
118	2.3 ± 0.3	2.5 ± 0.3		2.5 ± 0.3	1.5 ± 0.3	2.2 ± 0.3
135	2.9 ± 0.3			2.8 ± 0.3	1.6 ± 0.3	2.4 ± 0.3
150	3.0 ± 0.3			1.4 ± 0.3	2.2 ± 0.3	2.2 ± 0.3
163	3.0 ± 0.3			1.4 ± 0.3	2.1 ± 0.3	2.2 ± 0.3
Mean	2.7 ± 0.3	2.2 ± 0.3	1.3 ± 0.3	2.0 ± 0.3	1.8 ± 0.3	2.0 ± 0.3

5/2⁻, 3/2⁻, 11/2⁻, 9/2⁻)を表わす。(14)式で N を計算すると残溜核の各スピに対応して $N_{\text{max}}=128, 96, 64, 192, 160$ となる。

(13)式に N_{max} を代入して求めた FRD error は残溜核のいずれの状態に対しても $\Delta\Gamma'/\Gamma=0.13$ になる。一方、理論計算から求めた effective channel 数 (N_{cal} , Table 6を参照のこと)で求めた FRD error は今注目している残溜核のどの状態も $\Delta\Gamma'/\Gamma=0.14-0.15$ となる。結局 N_{max} をとっても N_{cal} をとっても FRD error $\Delta\Gamma'/\Gamma=0.15$ となり, mean level width Γ' は $\Gamma' \pm \Delta\Gamma' = 2.0 \pm 0.3$ keV が求まった。

ここに mean level width Γ' は coherence energy とも呼ばれ, 形成した複合核の寿命 (life-time) τ と不確定性原理 $\Gamma'=\hbar/\tau$ で直接結びついている。ここで $\hbar=\frac{h}{2\pi}$, h はプランク定数である。この関係式に, 得られた Γ' の値 $\Gamma'=2.0 \pm 0.3$ keV を代入すると, 複合核が崩壊するまでの寿命 τ が求まる。陽子エネルギー 5.700–5.962 MeV (lab.) で励起され形成した複合核 ^{52}Cr の 16.2 MeV の level が崩壊するまでの寿命 $\tau=(3.3 \pm 0.5) \times 10^{-19}$ sec であることが導けた。得られ $\Gamma'=2.0 \pm 0.3$ keV の値は Lamba *et al.* (1968) の $\Gamma'=4.6$ keV, Kreische *et al.* (1977) の 5.9 keV と比較して, わずかに小さいが, 大凡 reasonable である。

4. Angular cross correlation (角度間の相関)

励起関数に fluctuation が生じる, すなわち断面積がエネルギーの関数として変化することは角度分布が変化し fluctuate することになる。前の autocorrelation で述べたように, 励起関数が相関するエネルギー Γ' を示すのと同様, 角分布にも角度間相関がある。

このことは, 非常に微小角の変化では核反応に寄与する角運動量 l の値が変化しないこと, そして核反応は同じチャンネルを通過して進行する, そのため, 断面積の値は変化しない, ということを示している。この相関角度は原子核の大きさに関係づけられる。

Fig. 6–9 で示した励起関数において, 散乱陽子の検出角度が接近した2つの角度 θ_1, θ_2 での励起関数を注目すると微細構造がかなり近似した励起関数になっていて角相関関係が現われている。一方 θ_1, θ_2 の差 $|\theta_1-\theta_2|$ が大きくなると, このような角度相関性が小さく, ラングムなガタガタした fluctuation になっている。

この coherence については angular cross correlation (角度相関) $C(\theta, \theta')$ で解析できる。励起関数のそれぞれの測定角のうちの2つの角 θ, θ' の全ての組合せの normalized variance から計算できる。 $C(\theta, \theta')$ は autocorrelation の場合と同じ型の式で, 次のように定義される。

$$C(\theta, \theta') = \frac{\langle \sigma(\theta) \cdot \sigma(\theta') \rangle}{\langle \sigma(\theta) \rangle \langle \sigma(\theta') \rangle} - 1. \quad (15)$$

ここで $\sigma(\theta), \sigma(\theta')$ は重心系 (center of mass, CM) での角度 θ, θ' で測った微分断面積で, 平均 $\langle \rangle$ は測定した全エネルギー領域で行う。このときとる2つの角の相関は, 同一入射エネルギーで同一チャンネルの陽子で, 且つ (10) 式でいうエネルギー微小変化分 (energy increment) ε がゼロ ($\varepsilon=0$), すなわち normalized variance での cross section (断面積) をとる。

Angular cross correlation を求める計算はプログ

ラム「ERICSON」で計算した。得られた数値を Table 2 に示す。これらの相関値を $\theta = \theta'$ の場合の variance $C(\theta = \theta') = 1$ となるように規格化するために

$$C(\theta, \theta')_{\text{nor}} = C(\theta, \theta') / [C(\theta, \theta) C(\theta', \theta')]^{1/2} \quad (16)$$

ととして angular cross correlation を計算し、グラフにとったものの一部を Fig. 13 に示す。実線は各点を結んだ線である。この図から $C(\theta, \theta')_{\text{nor}}$ が 0.5 になる角度、すなわち $C(\theta, \theta')_{\text{nor}} = C(0, \theta')_{\text{nor}}/2$ の角度、相関角度 (coherence angle) が求まる。

Fig. 13 は $\theta_{\text{lab}} = 163^\circ$ での p_3, p_4 の normalized angular cross correlation $C(\theta, \theta')_{\text{nor}}$ で coherent angle θ_{coh} はそれぞれ $30^\circ, 33^\circ$ である。

図中の誤差棒は finite range of data errors (後述) で coherence angle ($25 \pm 5^\circ$) より大きい角、すなわち $|\theta - \theta'| > \theta_{\text{coh}}$ の場合にのみ計算できる。

Fig. 14 には各測定角のうち、2 角 θ, θ' の差 $|\theta - \theta'|$ を横軸にとり、縦軸に $C(\theta, \theta')_{\text{nor}}$ をとって、 p_0, p_1, p_3, p_4 それぞれについて coherence angle を求めたものである。得られた coherence angle は p_0, p_1, p_3, p_4 でそれぞれ $25^\circ, 23^\circ, 27^\circ, 24^\circ$ であった。平均は $25^\circ \pm 5^\circ$ であった。

この coherence angle は原子核の interaction radius, 核半径について情報を与える。これは各々の入射陽子エネルギーでとった放出陽子の角分布を、入射陽子エネルギーに関して平均化し、得られた平均の角分布が (1) isotropic である, (2) 反応には 1 つのチャンネルのみが寄与する, という仮定をおくと求められる。

原子核半径 R , 入射陽子の波数 k とするとき、原子核反応を “Black nucleus” 近似で表現すと、散乱の matrix element S_l に条件がついてくる。

すなわち,

$$\langle |S_l|^2 \rangle = 1, \quad l \leq kR \quad (17a)$$

$$\langle |S_l|^2 \rangle = 0, \quad l > kR \quad (17b)$$

ここで l は軌道角運動量である。

式 (15) について、Brink *et al.* (1964) により Black nucleus 近似から,

$$C(\theta, \theta') = \left\{ \sum_{l=0}^{kR} \frac{(2l+1)}{(kR+1)^2} P_l(\cos(\theta - \theta')) \right\}^2 C(\theta, \theta). \quad (18)$$

と表わされる。この式はまた次のように書きかえられる。

Fig. 13. Typical angular cross correlations for the groups p_3 and p_4 at $\theta_{\text{lab}} = 163^\circ$.

Table 2. Angular cross correlations defined in the context between differnt angles of the p_0 - p_4 groups

Angles $\theta-\theta'$	Excit channel			
	p_0	p_1	p_3	p_4
$90^\circ - 90^\circ$	0.00506	0.01944	0.04388	0.06592
$90 - 105$	0.00296	0.01404	0.02510	0.03029
$90 - 118$	0.00117	0.01075	0.01767	0.02816
$90 - 135$	0.00035		0.03089	0.02110
$90 - 150$	-0.00075		0.02798	0.02180
$90 - 163$	-0.00187		0.02385	0.01469
$105 - 105$	0.00548	0.02354	0.07369	0.08302
$105 - 118$	0.00381	0.01356	0.02664	0.04441
$105 - 135$	0.00248		0.02809	0.02539
$105 - 150$	0.00125		0.03198	0.03773
$105 - 163$	-0.00003		0.02094	0.03519
$118 - 118$	0.00489	0.02056	0.05816	0.08386
$118 - 135$	0.00374		0.03334	0.03595
$118 - 150$	0.00381		0.03518	0.04792
$118 - 163$	0.00420		0.04540	0.04827
$135 - 135$	0.00644		0.08574	0.05091
$135 - 150$	0.00760		0.05888	0.04533
$135 - 163$	0.00868		0.06108	0.03523
$150 - 150$	0.01247		0.09463	0.10174
$150 - 163$	0.01475		0.07357	0.06027
$163 - 163$	0.02127		0.11537	0.08861

$$C(\theta, \theta') \cong \left| \frac{J_1(kR\alpha)}{kR\alpha} \right|^2, \quad \theta - \theta' \leq \alpha \quad (19a)$$

$$C(\theta, \theta') = 0, \quad \theta - \theta' \gg \alpha \quad (19b)$$

より

$$\alpha \cong (kR)^{-1} \quad (19c)$$

ここで, α は coherence angle, P_l は l 次のルジャンドル関数, J_1 は 1 次のベッセル関数である.

実験データから (15), (16) 式を用いて得られた $C(\theta, \theta')$ の値と (19・C) から核の interaction radius R が求められる.

実験的に求められた coherence angle α は, $\alpha = 25^\circ \pm 5^\circ$ である. 入射陽子エネルギーの平均は, $\bar{E} = 5.72 \text{ MeV (c.m.)}$ である. このエネルギーの陽子の波数 k は, $\hbar (= h/2\pi, h \text{ はプランク定数})$, m は陽子の質量にとって

$$\begin{aligned} k &= (2m\bar{E})^{1/2}/\hbar = 2.195\bar{E}^{1/2} \\ &= 5.23 \times 10^{12} \quad (\text{cm}^{-1}) \end{aligned} \quad (20)$$

interaction radius R は, 核半径係数 r_0 , 核の質量 $A (= 51)$ として,

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (21)$$

実験結果の α と (19c) から ^{51}V の核半径 $R = (4.38 \pm 0.93) \times 10^{-13} \text{ cm}$, $r_0 = (1.18 \pm 0.25) \times 10^{-13} \text{ cm}$ となる. この値は, (p, p_0) の角分布を光学模型 (optical model, 後述) でフィットさせるときの, パラメーターとして用いた r_0 が $1.17 \times 10^{-13} \text{ cm}$ であるから, よく一致している. 他のいろいろな実験から求められる r_0 は $(1.1 - 1.4) \times 10^{-13} \text{ cm}$ であるから reasonable といえる.

この値を求めるときの理論の仮定が black nucleus という, かなり単純化した近似的なモデルであるため得られた結果の吟味も, あまり serious には議論できない.

FRD errors は $|\theta - \theta'| \gg \alpha$ のとき, 次式で表わされる (Richter, 1974).

Fig. 14. Normalized angular correlation function for p_0 , p_1 , p_3 and p_4 groups. The half width of this curve gives the coherence angle. Error bars shown are those arising from FRD effects.

$$\Delta C(\theta, \theta') = \pm \left[\frac{\pi}{2n\bar{N}_\theta\bar{N}_{\theta'}} \right]^{1/2}, \quad (22)$$

n はエネルギー領域 I を mean level width I' で割った値で $n=I/I'$, N_θ , $N_{\theta'}$ は出口チャンネルの p_0 , p_1 , ..., p_4 group の散乱角 θ , θ' での effective channel の数である. この実験では, $I=5.962-5.700$ MeV, $I'=2.0$ keV であるから $n=131$, N_θ , $N_{\theta'}$ は,

後述の計算で exact に求めた値 (Table 6) を用いて, $\Delta C(\theta, \theta')$ を求め Fig. 13 に示している.

5. Channel cross correlation (チャンネル間の相関)

原子核反応における入射粒子と反応による放出粒子のチャンネル, および放出粒子ごとのチャンネル間で

Table 3. Results of channel cross correlations analysis and FRD errors between different final states.
All values of $C(c, c')$ are in units of 10^{-3}

Channels $c-c'$	Scattering angles					
	90°	105°	118°	135°	150°	163°
p_0-p_1	-1.34 ± 1.07	-3.05 ± 1.22	-3.33 ± 1.08			
p_0-p_2	-0.45 ± 1.44					
p_0-p_3	0.36 ± 1.60	1.31 ± 2.17	1.47 ± 1.82	2.60 ± 2.54	2.20 ± 3.71	7.94 ± 5.35
p_0-p_4	-2.93 ± 1.97	-2.34 ± 2.30	0.82 ± 2.19	1.17 ± 1.95	-2.16 ± 3.84	-3.07 ± 4.69
p_1-p_2	1.18 ± 2.81					
p_1-p_3	4.62 ± 3.15	3.41 ± 4.49	7.35 ± 3.73			
p_1-p_4	1.44 ± 3.86	-2.76 ± 4.77	5.59 ± 4.48			
p_2-p_3	8.48 ± 4.23					
p_2-p_4	1.74 ± 5.18					
p_3-p_4	0.84 ± 5.80	-8.64 ± 8.44	2.24 ± 7.53	1.58 ± 7.13	-15.64 ± 1.06	-24.73 ± 10.91

Table 4. Results for the normalized channel cross correlations, $C(c, c')/[C(c, c)C(c', c')]^{1/2}$, between the excitation curves for the five exit channels p_0 to p_4 as a function of the scattering angle

Channels $c-c'$	Scattering angles					
	90°	105°	118°	135°	150°	163°
p_0-p_1	-0.1325	-0.2630	-0.3255			
p_0-p_2	-0.0330					
p_0-p_3	0.0234	0.0638	0.0855	0.0025	0.0626	0.1568
p_0-p_4	-0.1571	-0.1075	0.0398	0.0019	-0.0593	-0.0691
p_1-p_2	0.0442					
p_1-p_3	0.1548	0.0801	0.2080			
p_1-p_4	-0.0392	-0.0611	-0.1317			
p_2-p_3	0.2117					
p_2-p_4	0.0353					
p_3-p_4	0.0152	-0.1080	0.0314	0.0071	-0.1557	-0.2391

の相関について、この実験での解析と議論を行う。

複合核が連続領域 ($F/D \gg 1$) まで励起されたとき、原子核反応の断面積 σ はエネルギーの関数として統計的に fluctuate (ゆらぎ) する。この現象は、Ericson (1960, 1963), Brink *et al.* (1963), Ericson & Mayer-Kuckuk (1966), Braga Marcazzan & Milazzo Colli (1970) らによって統計モデルとして理論づけられた。この理論は、Hauser-Feshbach (1952) の複合核モデルと同じように散乱振幅がランダムであることを基本的な仮定としている。

反応の入口チャンネルを c , 出口チャンネルを c' と

すると、エネルギーに依存した散乱振幅 $f_{cc'}$ は次のように書ける。

$$f_{cc'} = f_{cc'}^0 + f_{cc'}^{cn} \quad (23)$$

ここで f^0 は一定値、fluctuation 部分 f^{cn} を表わす反応振幅は Breit-Wigner の一準位式で表わされる沢山の間状態 λ からの寄与の和として書かれる。

$$f_{cc'}^{cn} = -i \sum_{\lambda} \frac{a_{cc'}^{\lambda}}{E - E_{\lambda} + (i/2) \Gamma_{\lambda}} \quad (24)$$

この式で $a_{cc'}^{\lambda}$ は状態 λ の振幅、 E_{λ} は共鳴エネルギー

ギー, T_λ は λ での幅である. $T_\lambda/D \gg 1$ の場合, (24) 式における共鳴は強く重なり合っている. この場合, 幅 T_λ は λ に無関係として, 同じ量子数の全ての中間状態 λ の平均幅 T とおきかえる, すなわち $T_\lambda \sim T$ であるとする. この仮定は T に寄与する複合核の崩壊チャンネルが多く開いている $T/D \gg 1$ の領域では正しい.

振幅 $a_{cc'}^\lambda$ は複素数で表わされるランダムな変数で, 統計モデルでは, 次のように定義される.

$$\langle a_{cc'}^\lambda \rangle = 0, \quad \text{if } c \neq c' \quad (25a)$$

$$\langle a_{cc'}^\lambda a_{c'e''}^{\lambda*} \rangle = 0, \quad \text{if } c' \neq c'' \quad (25b)$$

この式で振幅 $a_{cc'}^\lambda$ の平均はゼロ, 2つの振幅 $a_{cc'}^\lambda, a_{c'e''}^\lambda$ の集合は $c' \neq c''$ のとき互に無相関であることを意味する. $\langle \rangle$ は平均, $*$ は複素共軛を表わす.

こうして次の基本的な結果が導ける.

(a) 散乱振幅 f^{en} の実数部・虚数部は平均値ゼロの周りに Gaussian 型の確率分布をする. すなわち,

$$\langle f_{cc'}^{\text{en}}(E) \rangle_E = 0 \quad (26)$$

f^{en} の全ての奇数べきのエネルギー平均はゼロになって,

$$\langle (f_{cc'}^{\text{en}}(E))^2 \rangle_E = 0 \quad (27)$$

(b) 式 (24) の f^{en} と仮定 $T_\lambda \sim T$ を用いると,

$$\begin{aligned} \langle f_{cc'}^{\text{en}}(E) f_{cc'}^{\text{en}*}(E+\varepsilon) \rangle \\ = \langle |f_{cc'}^{\text{en}}(E)|^2 \rangle_E \frac{T}{T-i\varepsilon} \end{aligned} \quad (28)$$

ここで $T/(T-i\varepsilon)$ は相関関数で, $\varepsilon = E - E'$ は energy increment である (付記 A・1).

(c) 平均の断面積 $\langle \sigma_{cc'}(E) \rangle_E$ は散乱振幅 f で表現できて

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{cc'}(E) \rangle_E &= \langle f_{cc'} f_{cc'}^* \rangle \\ &= \langle (f_{cc'}^0 + f_{cc'}^{\text{en}}) (f_{cc'}^{0*} + f_{cc'}^{\text{en}*}) \rangle \\ &= |f_{cc'}^0|^2 + \langle f_{cc'}^{\text{en}} f_{cc'}^{\text{en}*} \rangle \\ &= \sigma_D + \sigma^{\text{en}} \end{aligned} \quad (29)$$

式 (29) で, 振幅の平均部分 f^0 は平均断面積の内の

直接反応 (direct interaction) に対応し, fluctuation 部分 $f_{cc'}^{\text{en}}$ は複合核の寄与に対応している. 式 (29) から式 (8) が出てくる.

以上の考察からの予想の1つは, チャンネル c', c'' が違っていればチャンネル間の相関がない (式 25b) ことである. この観点から実験データを解析してみる.

channel cross correlation を求める計算式は angular cross correlationでの解析や, autocorrelation で用いた相関の式と同様な手法である. 同一エネルギー, 同一角度, $\varepsilon = 0$ において, channel cross correlation の関数式 $C(c, c')$ は

$$C(c, c') = \frac{\langle \sigma(c) \sigma(c') \rangle}{\langle \sigma(c) \rangle \langle \sigma(c') \rangle} - 1 \quad (30)$$

c, c' は散乱陽子の各放出陽子のグループ, p_0, p_2, p_2, p_3, p_4 を指す. この式で計算 (プログラム名, “ERICSON”) した値の表を Table 3 に示す. これらの値を $C(c=c')=1$ として cross correlation の値を規格化すると

$$C(c, c')_{\text{nor}} = C(c, c') / [C(c, c) C(c', c')]^{1/2} \quad (31)$$

この式で得られた値を Table 4 に示す.

Table 3 には次式で求めた FRD error を掲げている. FRD error は angular cross correlation の FRD と同じ形の式 (Richter, 1974) で

$$\Delta C(c, c') = 0 \pm \left[\frac{\pi}{2nN_c N_{c'}} \right]^{1/2} \quad (32)$$

である. ここで $N_c, N_{c'}$ は average interval 40 keV にとって求めた c, c' チャンネルの effective channel の数である. n はエネルギー領域 I を平均準位幅 T (この実験で $T=2.0$ keV) で割った値 $n=I/T$ である.

Table 4 の規格された channel cross correlation をみると, チャンネル間の相関は数%から, 相関の大きなもので約 30% に達しているが平均して 10% 台である. この程度の相関は FRD error 中に含まれている.

channel cross correlation の解析によって, 統計モデルそのものをチェックすることができる, すなわち, このモデルによると (25a, b) 式, (29) 式で示すようにチャンネル c と c', c' と c'' が異なるときは, それぞれのチャンネル間に相関がないはずで, もしあればこのモデル自身が不備であることを証明することになる.

この実験では, 相関は 30% 以下であるが, FRD

error の範囲内であることから、強い相関はないといえる。このことは統計モデルで、本実験を解析・解釈してよいということである。

6. Cross section (断面積) の確率分布

Cross section の fluctuation を解析する方法として、今まで述べた cross correlation による解析法とは別に cross section の値の確率分布による方法がある。

核反応が純粋に複合核過程のみを通して進行する場合、散乱振幅 f^{cn} を実数部分と虚数部分に分けてみると、 $f^{\text{cn}} = a + ib$ と書ける。 a, b は共に同じ分散 (variance) χ_0^2 をもち、統計的に互に独立なガウス型の確率分布を示す。 a, b の確率分布は次のように書ける。

$$P(a) = \frac{1}{(2\pi\chi_0^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{a^2}{2\chi_0^2}\right) \quad (33a)$$

$$P(b) = \frac{1}{(2\pi\chi_0^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{b^2}{2\chi_0^2}\right). \quad (33b)$$

すると、cross section σ の確率分布は、

$$P(\sigma) = \frac{1}{2\chi_0^2} \exp\left(-\frac{\sigma}{2\chi_0^2}\right) \quad (34)$$

ここで $\langle\sigma\rangle = 2\chi_0^2$ とおける。

この式 (34) は核反応に1つのチャンネルのみが関与したとしての計算であるが、一般に多くのチャンネルが均等に関与する場合、有効なチャンネル数を N_{eff} とすると、それぞれのチャンネルが同じ variance χ_0^2 をとって、次のように書ける、

$$P(\sigma) = \frac{1}{2\chi_0^2(N_{\text{eff}}-1)} \left(\frac{\sigma}{2\chi_0^2}\right)^{N_{\text{eff}}-1} \cdot \exp\left(-\frac{\sigma}{2\chi_0^2}\right) \quad (35)$$

式 (35) で $\langle\sigma\rangle = 2N_{\text{eff}}\chi_0^2$, $y = \sigma/\langle\sigma\rangle$ とおくと

$$P(y) = \frac{N_{\text{eff}}^{N_{\text{eff}}}}{(N_{\text{eff}}-1)!} y^{N_{\text{eff}}-1} \cdot \exp(-N_{\text{eff}}y) \quad (36)$$

となる。式 (36) は有効なチャンネルが多く関与したときの確率分布の式であるが、直接反応が関与している場合には式 (36) は次のように書きなおされる (Hodgson, 1971). cross section $\langle\sigma\rangle$ 中で直接反応から寄与する cross section σ_D の割合を y_D で表わすと式 (9) $y_D = \sigma_D/\langle\sigma\rangle$ と書け、 $y = \sigma/\langle\sigma\rangle$ であるから

Fig. 15. Typical probability distributions of p_0, p_1 at 90° and p_2-p_4 at 163° for the parameters indicated in the figures. Solid curves are predicted by the theory.

$$P(y) = \left(\frac{N_{\text{eff}}}{1-y_D} \right)^{N_{\text{eff}}} \cdot y^{N_{\text{eff}}-1} \cdot \exp \left[-\frac{N_{\text{eff}}(y-y_D)}{1-y_D} \right] \\ \times \left[J_{N_{\text{eff}}-1} \left\{ 2i N_{\text{eff}} \frac{(y \cdot y_D)^{1/2}}{1-y_D} \right\} \right] \\ \times \left[i N_{\text{eff}} \frac{(y \cdot y_D)^{1/2}}{1-y_D} \right]^{1-N_{\text{eff}}} \quad (37)$$

式 (37) の $J_{N-1}(2i\sqrt{x})$ は虚数の argument の $(N-1)$ 次の円筒ベッセル関数で、 i は虚数単位である。式 (37) と実験結果の分布と比較して N_{eff} , y_D を勘定すればよい。

Fig. 15 に、この実験で得られた確率分布を示す。横軸に $\sigma/\langle\sigma\rangle$ をとり、縦軸に $P(\sigma/\langle\sigma\rangle)$ をとったものである。ヒストグラムは $\sigma=\langle\sigma\rangle=1$ とおき、 $\sigma=0$ と $\langle\sigma\rangle=1$ 間を10等分したストリップを単位にとり、実験で得られた cross section σ の分布をとったものである。 $P(\sigma/\langle\sigma\rangle)$ は角度、チャンネル毎の全測定点数132点を1に規格化した値を単位にとった。実線は式 (36), (37) を用いて計算した理論曲線である。

式 (36), (37) で実験結果のヒストグラムをフィットする場合、 N_{eff} と y_D の2つの変数を変化させるとベスト・フィットを示す N_{eff} と y_D の組がいろいろでてくる。われわれの場合は N_{eff} を計算で直接求め得た(後の章に述べる)ので、その N_{eff} を参考にしながらフィットさせた。Fig. 15 のいずれの図も理論曲線と実験結果が非常によく合っている。得られた N_{eff} と y_D の値を図中に示した。

確率分布での解析は $\{N_{\text{eff}}, y_D\}$ の変数が2つあり exact に N_{eff} や y_D を一義的に決定できない。 $0 \leq y_D \leq 0.4$ では y_D の寄与は殆んど無視しても差しつかえない。確率分布で求めた N_{eff} と y_D は後述の方法で求めた N_{eff} , y_D の傍証になり、よく一致している。

7. 平均化した角度分布

励起関数に fluctuation があると、入口チャンネル(入射陽子)のエネルギー分解能が非常にいいビームで測定した角度分布の形は、入射粒子のエネルギーの変化にともなって急激に変化する。ところが純粋な複合核反応においては、入射エネルギーで平均をとった角度分布は、角度分布の激変がならされ平均化して“ゆらぎ”が消え、 90° 対称の角分布が得られる。

この実験では励起関数と同じ入射陽子のエネルギー領域 $E_p(\text{lab})=5.704, 5.750, 5.800, 5.850, 5.900, 5.950\text{MeV}$ の6点、散乱陽子の測定角度 $\theta_{\text{lab}}=30^\circ -$

163° で角度分布を測定した。これら得られた角度分布の cross section を入射陽子のエネルギーで平均化して図示したのが Fig. 16 である。このときの平均入射陽子エネルギー $\bar{E}_p=5.827\text{MeV}(\text{lab})$ である。Fig. 16 の点の実験点である。

非弾性散乱陽子 p_1, p_2, p_3, p_4 グループは 90° 対称になっている。弾性散乱陽子 p_0 は角分布に式 (1) で表わされる Rutherford 散乱が混っているので散乱断面積 σ_{exp} を Rutherford 断面積 σ_R で割って最前方角で規格化する、すなわち $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_R=1$ として図示したものである。(理論曲線(実線)については後に述べる。)弾性散乱 p_0 グループが 90° 対称からずれているのは直接反応過程を通して反応した部分であることを示している。 p_1-p_4 グループが 90° 対称であることは Hauser-Feshbach (1952, 1960) の理論による平均化角分布の解析で説明できることを示している。

純粋な複合核反応での平均化角度分布の一般式は、初期状態 $c=(\alpha, l, s)$ が複合核を形成したのち、崩壊して終状態 $c'=(\alpha', l', s')$ に到るとして、次のように表わされる (Feshbach, 1960)。

$$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \rangle = \frac{\lambda^2}{4(2I+1)(2i+1)} \\ \times \sum_{s l s' l' L J} (-)^{s'-s} \langle |U(c') c| J \pi|^2 \rangle \\ \times \bar{Z}(l J l J; s L) \bar{Z}(l' J l' J; s' L) \\ \times P_L(\cos\theta) \quad (38)$$

この式で、入射粒子のスピンを $i(1/2)$ 、ターゲット核のスピンを $I(=7/2^-)$ 、バナジウム基底状態)、 $\lambda(=\lambda/2\pi)$ は入射粒子(陽子)の波長、 J と π は複合核の状態の全角運動量とパリティ、プライム(')した記号は出口チャンネルでのそれぞれの値である。 Σ で加え合せるときの実際の項の数はパリティの保存則による条件で制限されて

$$(-)^{l+l'} = \pi_\alpha \pi_{\alpha'}$$

ここで $\pi_\alpha, \pi_{\alpha'}$ は入口チャンネルと出口チャンネルのパリティである。 α, α' は入口、出口チャンネルを表わす。 L は角運動量で偶数のみをとる。 s はチャンネルスピン、 l は軌道角運動量で、次の関係がある。

(矢印→はベクトル量をあらわす)

$$\vec{s} = \vec{I} + \vec{i}$$

$$\vec{J} = \vec{l} + \vec{s} = \vec{l} + \vec{I} + \vec{i}$$

Fig. 16. The averaged angular distributions of the proton groups p_0 , p_1 , p_2 , p_3 and p_4 leading to the $0(7/2^-)$, $0.320(5/2^-)$, $0.929(3/2^-)$, $1.609(11/2^-)$ and $1.813(9/2^-)$ MeV states of ^{51}V , respectively, at mean energy $\bar{E}_p = 5.827 \text{ MeV}(\text{lab})$. The errors on the experimental points are due to the FRD. The elastic scattering solid line was obtained by using an optical model calculation. The solid lines for inelastic scattering represent Hauser-Feshbach calculations of the compound cross section. The spin cut-off parameter σ^2 is fixed at 11.3.

$P_L(\cos\theta)$ は L 次のルジャンドル関数, $\bar{Z}$ は $\bar{Z}$ 係数と呼ばれ Blatt-Biedenharn の Z 係数と次の式で結びついている.

$$Z(lJl'J'; sL) = i^{L-l-l'} \bar{Z}(lJl'J'; sL)$$

さらに

$$\begin{aligned} \bar{Z}(lJl'J'; sL) \\ = [(2l+1)(2J+1)(2l'+1)(2J'+1)]^{1/2} \\ \times (l'l'00|L0) W(lJl'J'; sL) \end{aligned}$$

この式で $(l'l'00|L0)$ は Clebsch-Gordan 係数で角運動量 $L(M=0)$ の状態を得るために $l(m=0)$ と $l'(m'=0)$ の2つの状態を結合する係数, W は Racah 係数である. $\langle |U|^2 \rangle$ は平均化された行列要素で transmission (遷移) 係数 T で書き表わされる.

$$\langle |U(c'|c|J\pi)|^2 \rangle = \frac{T_c^{J\pi} T_{c'}^{J\pi}}{\sum_{c''} T_{c''}^{J\pi}} \quad (39)$$

ここで分母は exact には計算できないので近似式を用いる. われわれは transmission 係数 T には J -dependence や s -dependence はないものとして取扱うと, 開いているすべてのチャンネル c'' の和は次の式で表わされる. c は入口チャンネル, c' は注目している1つの出口チャンネルを示す.

$$\sum_{c''} T_{c''} = \langle N_\mu^2 \rangle_\mu \frac{2\pi}{D_J} \langle \Gamma_\mu^{J\pi} \rangle_\mu \quad (40)$$

μ は共鳴を示す指数 (resonance index), $\Gamma_\mu^{J\pi}$ はスピン・パリティ $J\pi$ の準位幅, $\langle N_\mu^2 \rangle_\mu$ は R -行列 (matrix) (Moldauer, 1964) の境界条件のみに関係した数である.

さらにスピン J をもつ準位の平均間隔 D_J (準位密度の逆数で, 式(2)の Gilbert & Cameron (1965) の準位密度の式を参照されたい) を Von Witsch *et al.* (1966) に従って, 次のように仮定する.

$$D_J = D_0 / [(2J+1) \exp\{-J(J+1)/2\sigma^2\}] \quad (41)$$

σ^2 は複合核の spin cut-off parameter である. ここで Γ は J に無関係であると仮定すると, 平均角度分布 $\langle d\sigma(\theta)/d\Omega \rangle$ は次式になる.

$$\begin{aligned} \langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \rangle = \frac{D_0}{\Gamma} \frac{\lambda^2}{4(2I+1)(2i+1)} \\ \times \frac{1}{2\pi \langle N_\mu^2 \rangle_\mu} \sum_{slsl'LJ} \left[A_{cc'}^{LJ}(\theta) \right. \\ \left. \times \frac{T_c T_{c'}}{(2J+1) \exp\{-J(J+1)/2\sigma^2\}} \right] \quad (42) \end{aligned}$$

ここで

$$A_{cc'}^{LJ}(\theta) = (-)^{s'-s} \bar{Z}(lJlJ'; sL)$$

$$\times \bar{Z}(l'Jl'J'; s'L) P_L(\cos\theta)$$

式(42)は角度分布の一般式(式38)で, 行列要素(式39)の各 transmission 係数のうちで, 複合核を通して崩壊する全ての open channel の transmission 係数の和を(式40)で表わして, (式40)の D を(式41)で近似したときの角度分布の式である.

一方(式39), (式42)の分子の transmission 係数 $T_c, T_{c'}$ の計算についてのべる. 先ず T_c は, 弾性散乱陽子 p_0 グループの角度分布 (Fig. 16) σ/σ_R を光学模型のポテンシャル等のパラメーター群を動かしてフィットさせ, 得られたパラメーターを用いて波動関数を解いて入射陽子から複合核に transmission する値, すなわち T_c を求める. この transmission は入射陽子と核が反応して複合核を形成するに至る間の transmission と同値と考えることによって入口チャンネル側の T_c が得られる. (p, p_0) での T_c は入口・出口とも共通ととる. 次に $T_{c'}$ については, 残溜核 ^{51}V の励起エネルギーとスピン・パリティを考慮して, 複合核が崩壊して残溜核の励起状態に移る transmission 係数を計算する. 複合核が崩壊するのは開かれたチャンネルに競争しながら落ちていくので (p, α) 反応や (p, n) 反応についても同様な transmission 係数を計算しなければならない.

この実験の transmission 係数 $T_c, T_{c'}$ の計算に用いた光学模型による計算プログラムコード名は「SEA-RCH」を用い, 光学模型で得られたポテンシャル等のパラメーター群を用いて $T_c, T_{c'}$ の計算には, プログラムコード名「STATIS」を使った.

光学模型に用いたポテンシャル (optical potential) は

$$\begin{aligned} -V(r) = & \frac{V_V}{1 + \exp\{(r - R_R)/a_R\}} \\ & + \frac{iW_V}{1 + \exp\{(r - R_V)/a_V\}} \\ & + 4iW_{\text{SF}} \frac{\exp\{(r - R_{\text{SF}})/a_{\text{SF}}\}}{[1 + \exp\{(r - R_{\text{SF}})/a_{\text{SF}}\}]^2} \\ & + \frac{\vec{l} \cdot \vec{s}}{r} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{a_{\text{so}}} \times \\ & \times \left[\frac{V_{\text{so}} \exp\{(r - R_{\text{so}})/a_{\text{so}}\}}{[1 + \exp\{(r - R_{\text{so}})/a_{\text{so}}\}]} - V_c(r) \right] \quad (43a) \end{aligned}$$

$$V_c(r) = \frac{ZZ'e^2}{r} \quad (43b)$$

この式で、第1項はポテンシャルの実数部分、第2項、第3項は虚数部分で、第2項は入射粒子と核が、核全体で、いわゆる体積的に反応する項、第3項は核表面での反応の部分、第4項は軌道角運動量に関係した項で $l \cdot s$ 項といわれている項である。第5項はクーロン・ポテンシャルである。それぞれの項の R は半固定の変数でデータによくフィットする値をえらぶ。このポテンシャルは Wood-Saxon 形のポテンシャルで、所謂“なべ形”ないしは“洗面器形”のポテンシャルであるため、その端の“なでがた”に相当する核の diffuseness parameter a が、ポテンシャルの内側と外側をつなぐうえで重要な役割を示す。 $\vec{l}$ は軌道角運動量、 $\vec{s}$ は intrinsic spin, V, W は実数部分、虚数部分のポテンシャル、 $\hbar$ ($=h/2\pi$) はプランク定数、 c は光速、 m_π は π -meson mass, Z, Z', e^2 は式 (1) で述べた値をとる。

Fig. 16 の (p, p_0) グループの角分布 $d\sigma/d\sigma_R$ の実線は Table 5 のパラメータを用いて、光学モデルのポテンシャル (43 a, b) から得られた理論値である。この式の中で第2項の volume interaction term はないものとしておとした。この式をこの実験で得られた結果 (Fig. 16) にフィットし、比較・検討してみる。

Table 5 のベストフィットのポテンシャルパラメータは Perey (1963), Becchetti & Greenlees (1969) の結果とよくあう。

こうして得られた光学モデルの結果と transmission 係数の計算結果の値とから、Hauser-Feshbach の角分布の計算 (式42) をしたのが Fig. 16 の実線である。 p_0 – p_4 の角分布は非常によく一致している。

p_0 グループは直接反応による断面積 σ_D が主であるが、 p_1 – p_4 グループは Hauser-Feshbach の計算によくあうことから、複合核過程の寄与が主であるといえ

る。詳しくは次の章の variance で述べる。

Spin cut-off parameter σ^2 は実験から求めた角分布の形から求められ、 $I/D_0, \langle N_\mu^2 \rangle_\mu$ が絶体値として求められるのだが、実験データと比較しフィットするのに σ^2 の変化はあまり効かない (Maki, 1978)。実際には σ^2 は式 (3) から得られた値、 $\sigma^2=11.3$ をとる。 $\langle N_\mu^2 \rangle_\mu=1$ において、 I/D_0 をパラメータにして実験値と計算値を合わせてみると p_1 – p_4 group で $I/D_0=2.5 \pm 0.3$ (p_1), 3.4 ± 0.7 (p_2), 2.0 ± 0.4 (p_3), 2.0 ± 0.4 (p_4) が得られ、いずれも $I/D_0 > 1$ であることが実験的にもいえることが分った。

断面積 σ の FRD error を求める。式は Böhning (1964) の式であるが、 $\langle \sigma \rangle$ に直接反応による断面積 σ_D の項がないとすると $y_D = \sigma_D / \langle \sigma \rangle = 0$ となり Richter (1974) の式となる。

$$\frac{\Delta \langle \sigma \rangle}{\langle \sigma \rangle} = \pm \left(\frac{\pi C_{\text{exp}}}{n} \right)^{1/2} = \pm \left(\frac{\pi}{n N_{\text{exp}}} \right)^{1/2} \quad (44)$$

C_{exp} は実験で求めた normalized variance (次節)、 n はエネルギー領域 I を平均準位幅 I' で割った比で $n = I/I'$, N_{exp} は実験で求めた effective channel 数 (次節で求める) を用いて計算した。

Fig. 16 の誤差の棒の長さは測定した陽子の数に附随する統計誤差と式 (44) で求めた FRD error の和の値を表わしている。

われわれの測定した角度分布の結果は Hauser-Feshbach の理論による計算結果と誤差範囲内で、よい一致を示している。

8. Normalized variance $C(0)$, Effective channel の数 N_{eff} および直接反応の寄与 y_D

variance (分散) $C(\epsilon)$ で $\epsilon=0$ のとき $C(0)$ を normalized variance (規格化した分散) という。 $C(0)$ の実験データを理論計算とフィットさせることによって effective channel (有効チャンネル) 数 N_{eff} と、平均した cross section (断面積) $\langle \sigma \rangle$ に含まれる直接反応に寄与した cross section σ_D の割合 $y_D = \sigma_D / \langle \sigma \rangle$ が求められる。 $C(0)$, N_{eff} , y_D から、この実験の入射陽子エネルギー $E_p=5.7$ – 5.9 MeV (lab) 領域でのバナジウム核による陽子の散乱過程では複合核過程と直接反応過程がどのような割合で進行しているのか、また、そのとき有効に関係した複合核の準位の数はいくらであったか、などの反応機構を明らかにする物理量が求められる。

微分断面積 σ を、核の準位 (level) の状態を示す微

Table 5. Optical-model potential for $^{51}\text{V}+p$ channel

Strength (MeV)	Shape	
	radius ($\times 10^{-13}\text{cm}$)	diffuseness ($\times 10^{-13}\text{cm}$)
$V_v=56.97$	$r_v=1.17$	$a_v=0.75$
$W_{\text{SF}}=8.0$	$r_{\text{SF}}=1.32$	$a_{\text{SF}}=0.58$
$V_{\text{SO}}=6.2$	$r_{\text{SO}}=1.01$	$a_{\text{SO}}=0.75$

気量子数 β でラベルした cross section σ_β の総和として表わす (Bondorf & Leachman, 1965; Von Witsch *et al.* 1966) と,

$$\sigma = \sum_{\beta} \sigma_{\beta} \quad (45)$$

式でターゲット核 (^{51}V) のスピン $I (=7/2)$, 入射陽子のスピン $i (=1/2)$, 残留核のスピン I' , 散乱陽子のスピン $i' (=1/2)$ を Z 軸へ投影した値, 磁気量子数をそれぞれ M, μ, M', μ' としたとき, β は $\beta = (M, \mu; M', \mu')$ で表わされる状態を指定する suffix である. われわれは Z 軸を入射陽子の進入方向にとると, パリティ変換の不変性から

$$\sigma_{\beta} = \sigma_{-\beta} \quad (46)$$

とおける. このことから, 互いに相関のない partial cross section σ_{β} の数は factor 1/2 で少なくなる. さらに互いに反応しあう相手の状態, スピンが J に比較して小さかったり, 統計的に非常に多くの独立した振幅 f が cross section に寄与している (Bondorf & Leachman, 1965) 場合には近似的に σ_{β} は無相関となる. このとき cross section σ_{β} の normalized variance $C_{\beta}(0)$ は純粋に統計的にあつかうと 1 に等しくなるはずである. normalized variance が 1 より小さくなるとき, その逆数をとって, これを “有効な” チャンネル数 (a number of effective channels) N_{eff} と定め, 次のように書く.

$$N_{\text{eff}} = 1/C(0) \quad (47)$$

ここで, $C(0)$ は純粋に統計的な核反応における normalized variance である. 結局, effective channels の数 N_{eff} は一つ一つの基本的な cross section σ_{β} が互いに無相関で, 然も σ_{β} のエネルギー平均をとると同じ値をとり, 分散 (variance) 値も同じであるという特別な場合での基本的な cross section σ_{β} の数に対応している.

N_{eff} を求める一般式を求める. 式 (10) で $\varepsilon=0$ とおく.

$$C_{\text{exp}}(0) = \frac{\langle \{\sigma(E) - \langle \sigma(E) \rangle\}^2 \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2} = \frac{\langle \sigma^2 \rangle - \langle \sigma \rangle^2}{\langle \sigma \rangle^2} \quad (48)$$

この式が normalized variance を求める式で, 実験で求めた各々の cross section を代入して $C(0)$ が実験的に得られる.

一方, 計算で exact に $C(0)$ を求めるには collision (衝突) の行列要素 (Brink *et al.*, 1964) において randomness の仮定をおくことと, 式 (48) の σ には式 (42) の微分断面積 $\langle d\sigma(\theta)/d\Omega \rangle$ を代入し, さらに式 (48) を式 (47) に代入して求められる. この normalized variance $C(\theta)$ を $C_{\text{theor}}(\theta)$ とかけば, $C_{\text{theor}}(\theta)$ の一般式は次のようにかける (Von Witsch, *et al.*, 1966). この実験では, この (49) 式を用いて exact に $C_{\text{theor}}(\theta)$ を計算した.

$$C_{\text{theor}}(\theta) = \frac{\sum_{c_1 c'_1 c_2 c'_2} A_{c_1 c'_1 c_2 c'_2}^{J_1 J_2 L_1 L_2}(\theta) \cdot \frac{T_{c_1} T_{c'_1} T_{c_2} T_{c'_2}}{(2J_1+1)(2J_2+1) \exp[\{-J_1(J_1+1) - J_2(J_2+1)\}/2\sigma^2]}}{\left[\sum_{cc'JJ'} A_{cc'JJ'}^{JL}(\theta) \frac{T_c T_{c'}}{(2J+1) \exp[-J(J+1)/2\sigma^2]} \right]^2}, \quad (49)$$

ここで $A_{cc'JJ'}^{JL}(\theta)$ は式 (42) と同じであり,

$$A_{c_1 c'_1 c_2 c'_2}^{J_1 J_2 L_1 L_2}(\theta) = \bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2; s_1 L_1) \bar{Z}(l'_1 J_1 l'_2 J_2; s'_1 L_1) \bar{Z}(l_2 J_2 l_1 J_1; s_2 L_2) \\ \times \bar{Z}(l'_2 J_2 l'_1 J_1; s'_2 L_2) P_{L_1}(\cos\theta) P_{L_2}(\cos\theta) \cdot (-)^{s'_1 - s_1 + s'_2 - s_2}$$

である. ここで理論的に得た normalized variance を $C_{\text{theor}}(\theta)$, 実験で得た normalized variance を $C_{\text{exp}}(\theta)$ と書いて区別する.

以上の計算には直接反応からの寄与がないものとして式 (49) を導いてきたが, ここで直接反応からの寄与がある場合には, channel cross correlation の章でのべた散乱振幅の考えを再び持ち込む. 個々の par-

tial cross section σ_{β} は式 (23) と同様に

$$\sigma_{\beta} = |\langle f_{\beta} \rangle + \hat{f}_{\beta}|^2 \quad (50)$$

$\langle f_{\beta} \rangle$ はチャンネル β 中で直接反応を表わす振幅, $\hat{f}_{\beta}$ はランダムな振幅である. σ_{β} の normalized variance $C_{\text{exp}}^{\beta}(\varepsilon)$ は (ε は微小エネルギー)

Fig. 17. Calculated normalized variance $1/N_{\text{eff}}$ for p_0 to p_4 groups in solid line and the experimental points $C(0)$ corrected by the FRD. The spin cut-off parameter σ^2 is fixed at 11.3. The averaging interval is 40 keV.

$$C_{\text{exp}}^{\beta}(\varepsilon) = \{1 - (y_D^{\beta})^2\} \frac{I^2}{I^2 + \varepsilon^2}, \quad (51)$$

$$y_D^{\beta} = \frac{|\langle f_{\beta} \rangle|^2}{\langle |f_{\beta}|^2 \rangle + \langle \hat{f}_{\beta} \rangle^2}$$

この式は $N_{\text{eff}}=1$ の場合であるが, N_{eff} が多いときは, σ_{β} どうしに相関がない場合, 次の式のように一

般化できる (Von Witsch *et al.*, 1966).

$$C_{\text{exp}}(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}} (1 - y_D^2) + \frac{2y_D}{N} (1 - y_D) [N_{\text{eff}} \sum_{\beta} \alpha_{\beta} b_{\beta} - 1] \quad (52)$$

Table 6. Experimental and theoretical normalized variance, FRD errors, number of effective channels, fractions of direct interactions and experimental mean compound nuclear cross sections for the energy interval (5.700–5.962) MeV. The spin cut-off parameter σ^2 is fixed at 11.3

$\theta(\text{lab})$ (deg)	$C_{\text{exp}}(0)$ ($\times 10^{-1}$)	$C_{\text{theor}}(0)$ ($\times 10^{-1}$)	N_{cal}	$y_{\text{D(cal)}}(\%)$	N_{exp}	$y_{\text{D(exp)}}(\%)$	$\sigma^{\text{cn}} \pm \Delta\sigma^{\text{cn}}$ (mb/sr)
V(p, p ₀) 7/2 ⁻							
90	0.517 ± 0.074	0.528	18.9	94–96	19.0	94	1.95 ± 0.04
105	0.559 ± 0.080	0.476	21.0	95–99	21.0	93	1.96 ± 0.03
118	0.499 ± 0.072	0.442	22.6	93–95	21.0	93	2.00 ± 0.03
135	0.657 ± 0.094	0.531	18.8	93–94	16.0	93	2.08 ± 0.04
150	1.273 ± 0.183	0.804	12.4	90–93	13.0	90	2.19 ± 0.04
163	2.172 ± 0.314	1.270	7.8	90–92	8.0	90	2.29 ± 0.06
V(p, p ₁) 5/2 ⁻							
90	0.199 ± 0.029	0.539	18.6	76–83	17.0	80	1.23 ± 0.04
105	0.240 ± 0.035	0.492	20.3	66–76	25.0	60	1.24 ± 0.03
118	0.210 ± 0.030	0.466	21.5	70–78	24.0	70	1.27 ± 0.03
V(p, p ₂) 3/2 ⁻							
90	0.358 ± 0.052	0.669	14.9	62–74	13.0	70	0.529 ± 0.043
V(p, p ₃) 11/2 ⁻							
90	0.448 ± 0.065	0.956	10.5	68–77	17.0	30	0.747 ± 0.038
105	0.753 ± 0.111	0.936	10.7	28–56	11.0	20	0.744 ± 0.047
118	0.594 ± 0.087	0.952	10.5	50–68	15.0	0	0.736 ± 0.040
135	0.877 ± 0.130	1.133	8.8	33–58	11.0	0	0.723 ± 0.047
150	0.968 ± 0.144	1.567	6.4	54–69	5.0	60	0.706 ± 0.059
163	1.181 ± 0.177	2.164	4.6	61–73	5.0	50	0.693 ± 0.069
V(p, p ₄) 9/2 ⁻							
90	0.674 ± 0.099	0.690	14.5	0–41	12.0	0	0.675 ± 0.045
105	0.849 ± 0.126	0.671	14.9	0	11.0	0	0.678 ± 0.047
118	0.858 ± 0.127	0.674	14.8	0	10.0	0	0.685 ± 0.049
135	0.520 ± 0.076	0.795	12.6	50–66	17.0	0	0.692 ± 0.038
150	1.041 ± 0.151	1.102	9.1	0–44	7.0	0	0.696 ± 0.059
163	0.906 ± 0.135	1.535	6.5	57–71	10.0	0	0.697 ± 0.049

$$\alpha_{\beta} = \frac{\langle |\hat{f}_{\beta}|^2 \rangle}{\sum_{\beta'} \langle |\hat{f}_{\beta'}|^2 \rangle} = \frac{\langle \sigma_{\beta} \rangle}{\langle \sigma \rangle},$$

$$b_{\beta} = \frac{|\langle f_{\beta} \rangle|^2}{\sum_{\beta'} |\langle f_{\beta'} \rangle|^2} = \frac{\sigma_{\beta D}}{\sigma_D}$$

ここで $C_{\text{theor}}(0)$ は次のようにかける

$$C_{\text{theor}}(0) = \frac{\sum_{\beta} (\langle \sigma_{\beta}^2 \rangle - \langle \sigma_{\beta} \rangle^2)}{\langle \sigma \rangle^2} = \frac{\sum_{\beta} \langle \sigma_{\beta} \rangle^2}{\langle \sigma \rangle^2} = \sum_{\beta} a_{\beta}^2 = \frac{1}{N_{\text{off}}} \quad (53)$$

式 (52) の右辺の第2項は、もし α_{β} が β に無関係な場合か、 $a_{\beta} = b_{\beta}$ の場合にはゼロになる。そのとき式 (52) と式 (53) は次のように結びつく。

$$C_{\text{exp}}(0) = C_{\text{theor}}(0) (1 - y_D^2) \frac{I^2}{I^2 + \varepsilon^2} \quad (54)$$

$$y_D = \frac{\sum_{\beta} |\langle f_{\beta} \rangle|^2}{\sum_{\beta} |\langle f_{\beta} \rangle + \hat{f}_{\beta}|^2} \quad (55)$$

式 (54), (55) は式 (7), (9) にそれぞれ対応している。

以上の理論計算に従って実験データを解析してみる。Fig. 17 は各 p_0 – p_4 グループについて、角度に対する normalized variance $C(0)$ をプロットしたものである。点は実験から得られた cross section を式 (48) にそれぞれ代入して得た normalized variance $C_{\text{exp}}(0)$ である。縦棒の error bar は FRD error から求めた値である。FRD error の式は Richter (1974) の Table 3 から (N_{eff} を N とかく)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C(0)}{C(0)} &= \pm \left[\frac{\pi}{n} \cdot \frac{N+1}{N} \right]^{1/2} \\ &= \pm \left[\frac{\pi}{n} (1 + C_{\text{exp}}(0)) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (56)$$

が求められた。Fig. 17 の実線は式 (47) を直接計算した理論曲線である。計算はプログラムコード名「COMPND」である。実験結果から得た $C_{\text{exp}}(0)$ と理論計算 (式 (49) 使用) との差から y_D が求まる。 $C_{\text{exp}}(0)$ での FRD error は p_0 – p_4 グループ共 $\Delta C(0)/C(0) \approx 15\%$ であった。

Table 6 には各放出陽子グループ p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 の、各角度毎に実験で求めた normalized variance $C_{\text{exp}}(0)$ を FRD error 付きで示した。第3欄は式 (49) を使って exact に計算した normalized variance $C_{\text{theor}}(0)$ である。第4欄は式 (53) を用いて計算した N_{cal} である。 y_D^{cal} は式 (53), (54) を変形して、

$$y_D^{\text{cal}} = [1 + C_{\text{cal}}(0) \cdot N_{\text{cal}}]^{1/2} \quad (57)$$

から計算したものである。第4欄はそれぞれ実験から導きだした N_{exp} と y_D^{exp} である (式 (52))。

第5欄は、反応に直接反応が入っている場合 y_D から cross section σ_D が求まり $\langle \sigma \rangle = \sigma_D + \sigma_{\text{en}}$ (式 (8), (29)) から σ_{en} を計算したものである。第5欄に FRD error を式 (44) を用いて算出した値をかかっている。

Fig. 17, Table 6 の計算には spin cut-off para-

meter σ^2 は 11.3 で固定した。

第3節 autocorrelation のところで述べた N_{max} (式 (14)) と Table 6 の $N_{\text{cal}}, N_{\text{exp}}$ とを比較検討してみる。前に記したように N_{max} は 90° 近傍 ($60^\circ \leq \theta \leq 130^\circ$) で p_0 – p_4 に対して式 (14) より 128, 96, 64, 192, 160 であった。ところが Table 6 の p_0 – p_4 では $N_{\text{cal}}, N_{\text{exp}}$ とも 16–23, 17–25, 13–15, 8–17, 10–17 となっており N_{max} の大凡 $1/5$ – $1/20$ である。 N_{cal} と N_{exp} は非常によい一致を示しているし、Fig. 16 の角度分布も Hauser-Feshbach の理論による計算もよい一致を示していることから統計モデルを用いたこと自体は間違いなかったといえる。そこで N_{max} を求める仮定、すなわち、個々の基本的な partial cross section σ_{β} が互いに相関がなく、 a_{β} は β に無関係であるという仮定が、この実験にはなりたたないで σ_{β} がある程度、相関があったり、 a_{β} は β に関係しているということである。実際 N_{max} はあくまで N の最大値の限界を示しているだけで、実際の反応では N はずっと少ないチャンネル数のみが関与していると解釈してもよい。

FRD error から $\Delta C/C$ は p_0 – p_4 group 全て 2–10% であった。

y_D は式 (7) に示す y_D で、直接反応による寄与の割合を表わす。Table 6 の $y_D^{\text{cal}}, y_D^{\text{exp}}$ については、先ず弾性散乱 p_0 では $y_D \geq 0.9$, すなわち (p, p_0) 反応のうち 90% 以上は直接反応過程を通っている。所謂 shape elastic の過程を通っている。このことは $^{55}\text{Mn}(p, p_0)^{55}\text{Mn}$ 反応 (Maki, 1978) でもいっていることである。 p_1, p_2 group では y_D は 60–80% になっている。直接反応過程が関与してはいるが大凡は統計モデルで解析できる複合核過程を通して反応が進行している。 p_3, p_4 group は y_D が 0–60% 前後あると計算では出てきている。最後方は一般に直接反応部分が最も小さいと考えられている。特に p_4 group は後方 y_D は大きくなっている。

しかし y_D の計算式 (57) の右辺は $C(0), N$ の平方根として入ってきているため、わずかな違いも大きな数字になってくること、FRD error を考慮して、 y_D が 50% 以下は殆んど pure な複合核をつくって反応は進行すると考えられる。結局 p_3, p_4 の y_D^{cal} と y_D^{exp} の値に大きな違いがあるようだけれども実際は直接反応からの寄与は殆んどなく、大部分は複合核過程を通して反応は進むと結論してよい。

結 論

陽子エネルギー5.700–5.962 MeV(lab 系) ビームを用い、バナジウム (^{51}V) 薄膜をターゲットとして陽子散乱の実験を行った。測定は、角度分布を 5.7 MeV から 50 keV ステップで 6 点とった。励起関数は 2 keV ステップで $\theta_{\text{lab}}=90^\circ, 105^\circ, 118^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 163^\circ$ の 6 点で測定した。

励起関数の散乱断面積は入射陽子エネルギーの微少な変化によってガタガタ変化し fluctuation を示した。非弾性散乱の角度分布は 90° 対称であった。

実験データの解析は、励起関数のガタガタから、複合核理論を基にした統計モデルで行って、実験結果はこのモデルで大方説明がつくことが分った。このモデルによって分ったことや説明・理解されたことを次に列記すると

(1) coherent な準位幅 (平均準位幅) Γ' は $\Gamma'=2.0\pm0.3$ keV であった。この幅は、不確定性原理から、複合核 ^{52}Cr の励起状態から崩壊する寿命 τ は $(3.3\pm0.5)\times10^{-19}$ sec であることが導かれた。

(2) 角度毎の cross correlation の解析から、原子核反応の核半径は $(4.4\pm0.9)\times10^{-13}$ cm, 核半径係数 r_0 は $(1.18\pm0.25)\times10^{-13}$ cm である。

(3) チャンネル間の相関は FRD error 内で相関はない。すなわち統計モデルのモデル自体のチェックにかかわるこの相関は、統計モデルでの推論は正しいことを証明できた。

(4) 平均化した角度分布の解析から弾性散乱陽子 p_0 の角分布は光学模型を用いてポテンシャルパラメータを得た。非弾性散乱陽子 p_1-p_4 の角分布は 90° 対称を示し、Hauser-Feshbach 理論でフィットしてよい一致をみた。このことから p_0 グループは直接反応過程が主で、 p_1-p_4 グループは複合核過程が主で核反応は進行するという反応機構が明らかになった。

(5) effective channel の数 N_{eff} は、光学模型から導き出された transmission 係数 $T_{cc'}$ を用いて Hauser-Feshbach の計算から直接的に算出した。また実験から求めた N_{eff} と比較してよい一致をみた。

N_{eff} の値は最大 effective channel 数 N_{max} の値の $1/5-1/20$ と小さくでた。 N_{eff} は p_0-p_4 にわたって 5–25 であった。

(6) この実験で得られた、エネルギーでならした散乱断面積 $\langle\sigma\rangle$ 中に含まれる直接反応による断面積 σ_D が p_0-p_4 にわたって求められた。 p_0 グループでは $\langle\sigma\rangle$ 中 90–94% が σ_D でしめられ、残りわずかな 10–6% が複合核を形成して反応が進む複合核過程を通る。 p_1, p_2 グループは σ_D の割合が 60–80%, p_3, p_4 グループは σ_D が殆んどゼロで複合核過程 100% であることが分った。

(7) 確率分布の解析によって、有効なチャンネルの数 N_{eff} と直接反応の寄与の割合 y_D との組が得られ、いずれも、normalized variance から得られた結果とよい一致をした。

以上のように $^{51}\text{V}(p, p)^{51}\text{V}$ 反応における励起関数、角度分布のガタガタ現象、fluctuation の解析には、複合核理論、統計モデルが有効で、多くの物理量が得られ、理解された。

謝 辞

この実験を行うについては、九州大学理学部物理学教室原子核研究室の Van de Graaff 加速器を利用させていただいた。磯矢彰教授、黒柳登喜大教授はじめ研究室の方々の御理解に感謝する。膨大な実験データの解析に用いた電算機プログラム「SEARCH」, 「ERICSN」, 「DWUCK」, 「STATIS」, 「COMPND」は今西史龍博士よりおかりした。さらに得られた結果は、今西史龍・中島実両博士に議論をいただいた。困難なターゲット製作には御手洗志郎博士の電子衝撃蒸着装置を使用させていただいた。散乱陽子検出器は道城正徳博士よりおかりした。以上の方々に厚くお礼申し上げます。また、この論文を草するにあたり、産業医科大学医療技術短期大学衛生技術学科の池野貴子嬢にいろいろ御助力をいただいた。厚く感謝する。

なお、計算は九州大学大型計算機センターの FACOM 230-45S と FACOM 230-75 を利用して行った。

附 記

本文で説明不足のところや、式の結果のみを記して理由を省いたところがあるので、ここで2, 3の証明を簡単にしておく。

A-1. 式 (28) の証明

式 (23) で散乱振幅 $f_{cc'}$ を一定値の振幅部分 $f_{cc'}^{\text{cn}}$ と fluctuate する部分 $f_{cc'}^{\text{cn}}$ とに分け, $f_{cc'}^{\text{cn}}$ を Breit-Wigner の振幅の和で表わしたのが式 (24) であった。式 (24) において, 複合核準位, すなわち中間状態 λ の準位幅 Γ_λ は λ に無関係 $\Gamma_\lambda \simeq \Gamma$ とし, 振幅 $a_{cc'}^\lambda$ を, c, c' チャンネルごとの振幅 $g_{\lambda c}, g_{\lambda c'}$ で表わす。 g_λ は複素数で, 振幅や位相はランダムとすると中心極限定理により g_λ の確率分布はガウス分布をとり平均はゼロとなる。 $f_{cc'}^{\text{cn}}(E)$ を単に $f(E)$ または f とかくと,

$$\langle f(E) \rangle = 0 \quad (\text{A1})$$

$$\langle f(E_1) \cdot f(E_2) \rangle = \langle f^*(E_1) \cdot f^*(E_2) \rangle = 0 \quad (\text{A2})$$

$$\langle f(E_1) f^*(E_2) \rangle = \langle f(E_1) f^*(E_1) \rangle \frac{\Gamma}{\Gamma - i\varepsilon} \quad (\text{A3})$$

ここに $E_2 = E_1 + \varepsilon$, $\langle \rangle$ はエネルギー領域 I で平均をとること, $I \gg \Gamma$ で $\Gamma / (\Gamma - i\varepsilon)$ は相関関数である。これら (A1) (A2) (A3) は本文中式 (26), (27), (28) に対応している。式 (28), つまり (A3) を証明してみる。式 (24) より

$$f(E) = -i \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'}}{E - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \Gamma} \quad (\text{A4})$$

$$f(E + \varepsilon) = -i \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'}}{(E + \varepsilon) - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \Gamma} \quad (\text{A5})$$

(A・3) 左辺

$$\begin{aligned} \langle f(E_1) f^*(E_2) \rangle &= \langle f(E) f^*(E + \varepsilon) \rangle \\ &= \left\langle \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'} g_{\lambda' c}^* g_{\lambda' c'}^*}{(E - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \Gamma) ((E + \varepsilon) - E_{\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma)} \right\rangle \\ &= \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'} g_{\lambda' c}^* g_{\lambda' c'}^*}{I} \times \\ &\quad \int_{E-I/2}^{E+I/2} \frac{dE}{(E - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \Gamma) ((E + \varepsilon) - E_{\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma)} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

ここに I はエネルギー領域をさす。ここで簡単のため

に, 積分の項を次式のようにかく, つまり $E_{\lambda} - i\Gamma/2 \rightarrow a, E \rightarrow z, E_{\lambda'} - \varepsilon + i\Gamma/2 \rightarrow b$, と書きなおし $f(z)$ は任意の関数とおくと, $\varepsilon \rightarrow$ 大のとき相関はなくなるので $I \rightarrow \infty$ とおける。

$$\Psi(z) = \frac{f}{(z-a)(z-b)}$$

こうおいて複素積分を実行する。積分は原点を中心として, a, b を内部に含むような十分大きい円周 C を正の向きに一周する積分路をとる。 $\Psi(z)$ の特異点は $a, b (a \neq b)$ で, この点の residue (留数) A_1, A_2 は

$$A_1 = \lim_{z \rightarrow a} (z-a) \Psi(z) = \frac{f(a)}{a-b},$$

$$A_2 = \lim_{z \rightarrow a} (z-b) \Psi(z) = \frac{f(b)}{b-a},$$

$$\therefore \oint_C \Psi(z) dz = \int \frac{f(z) dz}{(z-a)(z-b)} = 2\pi i \frac{1}{b-a}.$$

ここで $f(a) = f(b) \equiv 1$, 故に

$$\begin{aligned} &\int_{E-I/2}^{E+I/2} \frac{dE}{(E - E_{\lambda} + \frac{i}{2} \Gamma) (E + \varepsilon - E_{\lambda'} + \frac{i}{2} \Gamma)} \\ &= 2\pi i \frac{I}{-\varepsilon - E_{\lambda'} - E_{\lambda} + i\Gamma}. \end{aligned}$$

(A6) 式は

$$\begin{aligned} \langle f(E) f^*(E + \varepsilon) \rangle &= 2\pi i \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{g_{\lambda c} g_{\lambda c'} g_{\lambda' c}^* g_{\lambda' c'}^*}{-\varepsilon + E_{\lambda'} - E_{\lambda} + i\Gamma} \end{aligned}$$

$g_{\lambda c}, g_{\lambda' c}$ がランダムとして和をとると $\lambda \neq \lambda'$ のところではゼロになり, $\lambda = \lambda'$ のみのところと仮定すると,

$$\begin{aligned} \langle f(E) f^*(E + \varepsilon) \rangle &\simeq 2\pi i \sum_{\lambda} \frac{|g_{\lambda c}|^2 |g_{\lambda c'}|^2}{-\varepsilon + i\Gamma} \\ &= \frac{2\pi i}{\Gamma - i\varepsilon} \sum_{\lambda} |g_{\lambda c}|^2 |g_{\lambda c'}|^2, \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

一方 $\varepsilon = 0$ とおくと (A3) 式は

$$\begin{aligned} \langle f(E) f^*(E) \rangle &= \langle |f(E)|^2 \rangle \\ &\simeq 2\pi i \sum_{\lambda} \frac{|g_{\lambda c}|^2 |g_{\lambda c'}|^2}{i\Gamma} \\ &= \frac{2\pi}{\Gamma} \sum_{\lambda} |g_{\lambda c}|^2 |g_{\lambda c'}|^2 \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

(A8) 式を (A7) 式に代入すると

$$\langle f(E) f^*(E + \varepsilon) \rangle = \frac{i\Gamma}{\Gamma - i\varepsilon} \langle f(E) f^*(E) \rangle$$

これが求める式で本文 (28) 式の証明である。 (27)

式, (A2) 式も上記と同様な手法でできる。

A-2. Autocorrelation 関数 $C(\varepsilon)$ が Lorentzian 型になること

$$\begin{aligned} C(\varepsilon) &= \frac{\langle \sigma(E) \sigma(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 \\ &= \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

の左辺を散乱振幅 f で書き表わすと,

$$\begin{aligned} &\frac{\langle \sigma(E) \sigma(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 \\ &= \frac{\langle f(E) f^*(E) \cdot f(E+\varepsilon) f^*(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

この式の右辺の分子だけ計算をすませる. ここで振幅 f の確率分布はガウス形になるとしたとき multi-variant normal distribution の加法定理,

$$\begin{aligned} \langle f_1 f_2 f_3 f_4 \rangle &= \langle f_1 f_2 \rangle \langle f_3 f_4 \rangle \\ &+ \langle f_1 f_3 \rangle \langle f_2 f_4 \rangle + \langle f_1 f_4 \rangle \langle f_2 f_3 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

を用いると

$$\begin{aligned} \langle f(E) f^*(E) f(E+\varepsilon) f^*(E+\varepsilon) \rangle &= \langle f(E) f^*(E) \rangle \langle f(E+\varepsilon) f^*(E+\varepsilon) \rangle \\ &+ \langle f(E) f(E+\varepsilon) \rangle \langle f^*(E) f^*(E+\varepsilon) \rangle \\ &+ \langle f(E) f^*(E+\varepsilon) \rangle \langle f^*(E) f(E+\varepsilon) \rangle, \end{aligned}$$

右辺の第2項, 第3項に (A2)・(A3) 式を入れると

$$\begin{aligned} \langle f(E) f(E+\varepsilon) \rangle &= \langle f^*(E) f^*(E+\varepsilon) \rangle = 0, \\ \therefore \langle f(E) f^*(E) f(E+\varepsilon) f^*(E+\varepsilon) \rangle &= \langle |f(E)|^2 \rangle \langle |f(E+\varepsilon)|^2 \rangle \\ &+ \langle |f(E)|^2 \rangle \frac{\Gamma}{\Gamma - i\varepsilon} \langle |f(E)|^2 \rangle \frac{\Gamma}{\Gamma + i\varepsilon} \\ &= \langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle + \langle \sigma(E) \rangle^2 \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \end{aligned}$$

この式を (A10) 式に代入する.

$$\begin{aligned} &\frac{\langle \sigma(E) \sigma(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 \\ &= \frac{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle + \langle \sigma(E) \rangle^2 \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2}}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 \\ &= \frac{\langle \sigma(E) \rangle^2}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \end{aligned}$$

$\varepsilon \rightarrow$ 小で, $E \rightarrow$ 大のとき $\langle \sigma(E) \rangle = \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle$,

$$\frac{\langle \sigma(E) \rangle^2}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1$$

故に

$$\begin{aligned} &\frac{\langle \sigma(E) \sigma(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle} = 1 = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \\ &= \frac{\langle \sigma(E) \sigma(E+\varepsilon) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2} = 1. \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

この関係が本文の式 (7), (10) の式になる.

A-3. Autocorrelation の一般式 (式10) と moving average の式 (式 (11), (12)) が一致すること

式 (10) と式 (11), (12) を記すと

$$C(\varepsilon) = \frac{\langle \sigma(E+\varepsilon) \sigma(E) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2} = 1, \quad (10)$$

$$C(\varepsilon) = \left\langle \left(\frac{\sigma(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} - 1 \right) \left(\frac{\sigma(E)}{\sigma_R(E)} - 1 \right) \right\rangle, \quad (11)$$

$$\sigma_R(E) = \frac{1}{\frac{\delta E}{\Delta E} + 1} \sum_{E_0 - \frac{1}{2}\delta E}^{E_0 + \frac{1}{2}\delta E} \sigma(E) \quad (12)$$

ここで, δE は測定したエネルギー領域, ΔE は実験の測定のエネルギーステップ, E_0 は注目しているエネルギーである. δE が大凡 100 keV 以上大きくなると $\langle \sigma(E) \rangle = \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle$ と考えられる.

式 (12) の和の係数 $1/[(\delta E/\Delta E) + 1]$ は, δE 間の測定点の数を示し, σ_R はガタガタふらつく $\sigma(E)$ を E_0 より $\pm \delta E/2$ だけエネルギー範囲を拡げて平均をとった平均値を表わしている.

式 (11) の右辺

$$\begin{aligned} &= \left\langle \left(\frac{\sigma(E+\varepsilon) - \sigma_R(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} \right) \left(\frac{\sigma(E) - \sigma_R(E)}{\sigma_R(E)} \right) \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)\sigma(E) - \sigma_R(E+\varepsilon)\sigma(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle \\ &\quad - \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)\sigma_R(E) - \sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)\sigma(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle - \left\langle \frac{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle \\ &\quad + \left\langle \frac{\sigma_R(E)\sigma(E+\varepsilon) - \sigma_R(E)\sigma_R(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle, \end{aligned}$$

式(12)において $\delta E \rightarrow$ 大のとき $\sigma_R(E) = \langle \sigma(E) \rangle$ においてよい. 上の式で第1項のうち $\sigma(E+\varepsilon)$, $\sigma_R(E)$ は既に平均をとった値だから constant である. 故に第1項は次のようにかける.

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)\sigma(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle &= \left\langle \frac{\langle \sigma(E+\varepsilon)\sigma(E) \rangle}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle = \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} - 1 \right\rangle \\ &= \frac{\langle \sigma(E+\varepsilon)\sigma(E) \rangle}{\sigma_R^2(E)} = \frac{\langle (E+\varepsilon)\sigma(E) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2}, \quad = \left\langle \frac{\sigma(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} \right\rangle - 1 = 0 \end{aligned}$$

第2項は、 $\partial E \rightarrow 0$ で $\langle \sigma(E) \rangle = \langle \sigma(E+\varepsilon) \rangle$ という
ことから $\sigma_R(E+\varepsilon) = \sigma_R(E)$ とかけるから、

$$\left\langle \frac{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma(E)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle = \frac{\langle \sigma(E) \rangle}{\sigma_R(E)} = 1,$$

第3項は

$$\left\langle \frac{\sigma_R(E)\sigma(E+\varepsilon) - \sigma_R(E)\sigma_R(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)\sigma_R(E)} \right\rangle$$

結局、式 (11) は

$$\begin{aligned} C(\varepsilon) &= \left\langle \left(\frac{\sigma(E+\varepsilon)}{\sigma_R(E+\varepsilon)} - 1 \right) \left(\frac{\sigma(E)}{\sigma_R(E)} - 1 \right) \right\rangle \\ &= \frac{\langle \sigma(E+\varepsilon)\sigma(E) \rangle}{\langle \sigma(E) \rangle^2} - 1. \end{aligned}$$

こうして式 (10) と式 (11), (12) は等しいことが分
る。

引用文献

- Allardyce, B. W., Dallimore, P. J., Hall, I. *et al.* (1966): An analysis of cross-section fluctuations in the reaction $^{26}\text{Mg}(p, \alpha)^{23}\text{Na}$. Nucl. Phys., 85: 193-226.
- Becchetti, F. D., Jr. & Greenlees, G. W. (1969): Nucleon-nucleus optical-model parameters, $A > 40$, $E < 50$ MeV. Phys. Rev., 182: 1190-1209.
- Böhning, M. (1964): In: Comptes Rendus du Congrès International de Physique Nucléaire. Vol. II, préparés par M^{me} P. Gugenberger, du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris. p.731.
- Böhning, M. (1965): Annu. Rep. Max-Planck-Inst. Kernphysik, Heidelberg. pp.106-107.
- Bondorf, J. & Leachman, R. B. (1965): Statistical fluctuations in the excitation functions from $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 34: No. 10, 28p.
- Braga Marazzan, M. G. & Milazzo Colli, L. (1970): Statistical fluctuations in nuclear reaction cross-sections: results and interpretation. In: Progress in Nuclear Physics, Vol. 11 (Brink, D. M. & Mulvey, J. H., ed.). Pergamon Press, Oxford. pp.145-193.
- Brink, D. M. & Stephen, R. O. (1963): Widths of fluctuations in nuclear cross sections. Phys. Lett., 5: 77-79.
- Brink, D. M., Stephen, R. O. & Tanner, N. W. (1964): The angular cross-correlation function of cross-section fluctuations. Nucl. Phys., 54: 577-585.
- Dallimore, P. J. & Hall, I. (1965): Finite range of data effect on cross section fluctuation analysis. Phys. Lett., 18: 138-139.
- Ericson, T. (1960): The statistical model and nuclear level densities. Adv. Phys., 9: 425-511.
- Ericson, T. (1960a): Fluctuations of nuclear cross sections in the "continuum" region. Phys. Rev. Lett., 5: 430-431.
- Ericson, T. (1963): A theory of fluctuations in nuclear cross sections. Ann. Phys., 23: 390-414.
- Ericson, T. & Mayer-Kuckuk, T. (1966): Fluctuations in nuclear reactions. Ann. Rev. Nucl. Sci., 16: 183-206.
- Ernst, J., Harney, H. L. & Kotajima, K. (1969): A statistical model analysis of fluctuations in the elastic and inelastic proton scattering on ^{54}Cr and ^{56}Fe . Nucl. Phys., A136: 87-121.
- Feshbach, H. (1960): Theoretical analysis of the data in Nuclear spectroscopy, Part B. Academic Press, New York. pp.625-669.
- Gibbons, J. H., Macklin, R. L. & Schmitt, H. W. (1955): $^{51}\text{V}(p, n)^{51}\text{Cr}$ reaction as a 5 to 120 keV neutron source. Phys. Rev., 100: 167-168.
- Gilbert, A. & Cameron, A. G. W. (1965): A composite nuclear-level density formula with shell corrections. Canad. J. Phys., 43: 1446-1496.

- Hall, I. (1964): Finite energy range and modulation effect in the analysis of cross section fluctuation data. *Phys. Lett.*, 10: 199-201.
- Hauser, W. & Feshbach, H. (1952): The inelastic scattering of neutrons. *Phys. Rev.*, 87: 366-373.
- Hodgson, P.E. (1971): Nuclear reactions and nuclear structure. Clarendon Press, Oxford. pp.284-343.
- Kreische, K., Hiedrig, H., Reuter, K. *et al.* (1977): Investigation of the isospin in the highly excited compound nuclei ^{51}V , ^{52}Cr and ^{58}Co by means of fluctuation analyses. *Proc. Internat. Conf. Nuclear Structure. Organizing Committee, Tokyo.* p.251.
- Lamba, C.M., Sarma, N. & Thampi, N. S. (1968): Statistical analysis of the reaction $^{51}\text{V}(p, p) ^{51}\text{V}$. *Nucl. Phys. A110*: 111-128.
- Maki, T. (1977): A statistical model analysis of fluctuations in the elastic and inelastic proton scattering on ^{55}Mn . *Proc. Internat. Conf. Nuclear Structure. Organizing Committee, Tokyo.* p.737.
- Maki, T. (1978): An analysis of cross section fluctuations in the reaction $^{55}\text{Mn}(p, p) ^{55}\text{Mn}$. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 44: 16-24.
- Moldauer, P.A. (1964): Statistical theory of nuclear collision cross sections, II. Distribution of the poles and residues of the collision matrix. *Phys. Rev.*, 136: 947-952.
- Moldauer, P.A. (1964): Nuclear cross section fluctuations. *Phys. Lett.*, 8: 70-72.
- Papalardo, G. (1964): Statistical fluctuations and intermediate structure in nuclear reaction cross sections. *Phys. Lett.*, 13: 320-322.
- Perey, F.G. (1963): Optical-model analysis of proton elastic scattering in the range of 9 to 22 MeV. *Phys. Rev.*, 133: 745-763.
- Richter, A. (1974): Specialized reactions. *In: Nuclear Spectroscopy and Reactions, Part B* (Cerny, J., ed.). Academic Press, N. Y. pp.343-391.
- Von Witsch, W., Von Brentano, P., Mayer-Kuckuk, T. *et al.* (1966): The statistical character of the reaction $^{37}\text{Cl}(p, \alpha)^{34}\text{S}$ at 21-22 MeV excitation energy of the compound nucleus. *Nucl. Phys.*, 80: 394-416.

A Statistical Model Analysis of Cross-Section Fluctuations in the Elastic and Inelastic Proton Scattering on ^{51}V

Takashi MAKI¹, Masahiro NAKANO², Kazuaki HAYATA² and Kosuke MORITA²

¹*Division of Physics, School of Nursing and Technology, University of Occupational and Environmental Health, Japan. Kitakyushu 807, Japan*

²*Department of Physics, Faculty of Science 33, Kyushu University. Fukuoka 812, Japan*

Abstract: The scattering of protons from ^{51}V has been studied for proton energies from 5.700 to 5.962 MeV. Excitation functions have been obtained in steps of 2 keV at laboratory angles of 90°, 105°, 118°, 135°, 150° and 163° for groups corresponding to the ground and first four excited states of ^{51}V . Angular distributions have been measured in steps of 50 keV in this energy range. The cross section as a function of energy as well as angle shows strong fluctuations. For the analysis, correlation functions and probability distributions have been calculated according to the statistical theory of Ericson and Brink and Stephen. The results are in good agreement with the predictions of the theory.

The average coherence energy I' of 2.0 keV corresponds to a lifetime of 3.3×10^{-19} sec for the compound nucleus ^{52}Cr excited at 16 MeV. Estimations of the number of effective channels and the amount of direct interaction are given by the compound nucleus theory of Hauser-Feshbach and optical model calculation.

Key words: proton scattering on ^{51}V , statistical model, fluctuations, number of effective channels.

J. UOEH, 2 (1): 19-51 (1980)