D107

実河川での剥離渦構造に関する研究

赤堀 良介[○] (東京工業大学)

Study on Vortex Separation Structures in a Natural River Ryosuke AKAHORI

ABSTRACT

In Colorado River in the Grand Canyon, recirculation eddies transport sediments and built sandbars in downstream regions of channel constrictions which are formed by debris fans. Those sandbars are necessary resources as habitation areas of endangered native fish and camping sites of the national park visitors. Because of those reasons, sandbars need to be maintained, and some artificial and tentative flush floods were performed to rebuild them. In order to evaluate those artificial floods, a numerical analysis of the 3 dimensional Large Eddy Simulation model was employed. The huge amount data of 3 dimensional numerical analyses are however is difficult to implement what mechanisms drive flows. Here, a wavelet analysis is performed to investigate the flow mechanisms around a constriction section, and it reveals that the secondary flow in the main channel of a constriction section leads eddy separations and reattachments.

Keywords: LES, natural river, eddy separation

1. 背景

米国アリゾナ州グランドキャニオン内を流れるコロラド川では, debris fan により形成された河道の狭窄部下流の剥離渦再着岸域において砂州の形成が見られる. Fig.1 はその際の土砂輸送のメカニズムを模式的に示したものであり, 急拡部で生じた剥離渦が recirculation zone に土砂を輸送し, 再着岸点 (reattachment zone) に砂州を形成する様子を示している. これら砂州は, 絶滅危惧種である固有魚類の生息域として重要であるほか, 国立公園来訪者のキャンプサイトとして利用されるなど, 生態系や観光の面において重要な資源となっている¹⁾. しかしながら 1963 年に上流部においてグレンキャニオンダムが建設されると, グランドキャニオン内のコロラド川に流れ込む土砂の供給量が少なくとも 85%以上減少し, それら砂州の縮小が観察される状態となった¹⁾. このため, 砂州の維持のため何らかの対策が必要となっており, 現在はグレンキャニオンダムからの人工的洪水によって流入支川からの土砂を輸送させ, 砂州を再構築させる手法が試験的に導入されている²⁾.

この試験的洪水による, 局所的なスケールにおける流れと土砂輸送のメカニズムの評価のために数値計算が用いられており, Akahori³⁾は3次元 LES モデルを用いて, 狭窄部主流域で生じる 2 次流が recirculation zone での剥離渦の生成に影響を与えていることを定性的に明らかにした. しかしながら, 数値計算, 特に非定常 3 次元計算は計算点データが空間的, 時間的に膨大なスケールに及ぶため, 限られた数の特定の抽出点を対象とした定量

的なデータには, アニメーションなどの可視化処理によって定性的に得られた特性に対しての議論を行うことが難しい.

そこで本研究では, 連続ウェーブレット解析を数値計算によって得られたデータに適用することで, 空間的, 時間的な分布を持つデータに対してスペクトル特性による定量的評価を行い, 既に可視化処理によって定性的に得られた特性との関連の考察を行った.

解析に用いた数値計算結果は, 前述のコロラド川における人工的洪水時の流れの数値計算によるものであり, そこで議論される定性的特性とは 2 次流と剥離渦との関連性である.

Fig. 1 Schematic diagram of recirculation zone

連続ウェーブレット変換にはメキシカンハット型のウェーブレットを用いて、流下方向軸に沿って抽出された1次元の空間的広がりを持つ横断方向流速の瞬間値データを対照とした解析を行った。この解析は各時間の瞬間値に対して行われ、その結果を時間軸に沿って可視化することで、空間と時間の両方の広がりを持つデータに対しての解析を行った。これにより定性的に得られていた渦の特性に対して定量的議論を行うことが可能となり、新たに流れの構造の時間的変動についての特性についての検討も可能となった。

2. 数値計算

本研究における数値計算部分は、Akahori³⁾により詳細に示されている。ここではそのモデル、条件、結果等について概略を述べる。

2.1 モデル基礎式

本研究では流れの数値計算に Smagorinsky モデルを SGS 応力のクロージャーとした 3 次元 LES 乱流モデルを用いる⁴⁾。空間的に粗視化された基礎式は以下の連続式(1)および Navier-Stokes 方程式(2)となる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu_e \bar{S}_{ij}) + g_i \quad (2a)$$

$$\nu_e = \nu + \nu_i \quad (2b)$$

$$\nu_i = (C_s \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (2c)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2d)$$

ここで文字上の横線は空間的に粗視化された値、下付き文字 i は座標系の各成分を示し、 u_i : 流速、 x_i : 空間座標、 t : 時間、 ρ : 流体の密度、 g_i : 外力の加速度、 ν : 動粘性係数、 C_s : Smagorinsky 定数、 $\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$ 、 Δx_i : 格子スケール、 $P = p + 2/3 q$ 、 p : 圧力、 q : SGS 運動エネルギーである。実際の計算においてはこれら基礎式を細田ら⁵⁾を参考に移動境界適合座標系に展開し、運動学的条件から得られた水面系を追従する座標系の上で流れの計算を行う。

2.2 計算領域・条件

本研究において対象とした領域は、グランドキャニオン内上流部のコロラド川における 30 river-mile 地点に形成された狭窄部周辺領域である。計算のための構造格子を形成するにあたっては、米国アリゾナ州立大学マーク・シューメックリー准教授の協力の下、米国 USGS より個人的に入手した 1m メッシュの Digital Elevation

Model (DEM) データを参考とした。これは地上ベースの LiDAR システムによる測量データとマルチビームソナーによる低水時の河床地形データを合成したものである。Fig.2 はその合成された DEM データを示す。

Fig.2 において河床中に現れる極端に標高が低い地点は、データの欠損を示す。実際の計算格子の作成に当たっては、この欠損部分に対して周辺の標高データから補完を行っている。その補完された地形を、側岸部エッジを結ぶ形で抽出したチャンネルの平面形状の河床地形として与えることで、計算領域のアウトライン形状を特定し、さらに鉛直方向に格子を切ることで Fig.3 に模式的に示す 3 次元計算格子を得た。ここで中央の水路がくびれた部分が、計算対象となった狭窄部であり右から左へ向かう方向が流下方向である。

計算領域の勾配は、DEM データの最深部を繋いだ線の平均勾配から 0.002 とし、流量は実際に 2004 年 11 月に行われた試験洪水²⁾を参考に 1100(m³/s)としている。流入部ではその流量に従ずる流速分布と水位を与え、流出部では水位を与えた自由流出条件としている。

Fig. 2 DEM data of Colorado River

Fig. 3 Generated calculation grids

また計算格子数は流下、横断、鉛直方向にそれぞれ $270 \times 20 \times 20$ とし、計算時間刻みを $0.01(s)$ 、トータルでの計算時間を $2500(s)$ としている。

固体壁での境界条件であるが、計算コストの削減のために側面および底面において壁法則を用いている。側面では一般的な 2 層モデルを利用し、底面では粗度高さに一定値を与えて式(3)を用い、河床における摩擦速度 u_* を与えている。ここで k はカルマン定数、 z は固定壁からの距離、 z_0 は粗度高さである。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (3)$$

2.3 計算結果の定性的検討

研究の主眼は、再接岸域への土砂供給に関連する流れの構造の把握にある。このことから Akahori³⁾の既往の研究では、これまで述べたモデルによる数値計算結果を λ_2 法により検討することで、非定常な剥離渦の特性の理解を試みた。 λ_2 法とは渦構造の可視化を目的とした手法の一つで、圧力が極小となる等値面を描くことで渦構造の中心軸を示すものである⁶⁾。

Fig.4 は λ_2 法によって描かれた瞬間的な渦の回転軸の構造と横断面におけるベクトル成分を示している。図中の白い等値面が示す筒状の構造が、渦の中心軸と考えられる。このように可視化された図をアニメーション表示することで、時間的に変動する渦の構造の検討を行った。ここで図の左下部分が水路の狭窄部、右端のくびれている部分が剥離渦の接岸域であり図では流下方向は右方向である。

この可視化を基に定性的に得られた渦構造の特徴として、以下の点が挙げられる。

- 1) 剥離渦の中心軸は狭窄部主流域で形成される 2 次流（螺旋流）近傍（Fig.4 内の枠 A）から間欠的に放出される。

Fig. 4 Eddy structures in a constriction

- 2) 放出された複数の剥離渦を結びつける形での新たな 2 次流の形成が確認される（Fig.4 内の枠 B）。

- 3) 剥離渦間を接続する 2 次流が接岸域へと輸送され、底面近傍での接岸方向流速を時間的に変動させる（Fig.4 内の枠 C）。

このような定性的検討結果を確認するに当たって、定量的な評価が必要とされるが、時間的、空間的に平均化された結果では非定常な渦の構造を捉えることが不可能であり、これには困難を伴う。また通常、変動する流速や乱れを入力シグナルとしてスペクトル解析を行うことは流れのメカニズムの把握において重要な意味を持つが、ある構造的空間分布を持った瞬間的な乱れの特長をつかむことは、それらの手法では難しい。これは、元は時間依存したデータであっても、格子点ごとに統計的に処理されてしまうことで、瞬間的な格子点間のデータの関連が失われる為である。そこで、本研究では空間分布を持つデータに連続ウェーブレット解析を行い、それを連続した時間ステップごとに検討することで、時間的、空間的な分布を持つデータのスペクトル解析を行い、上で得られた定性的特性に対する検討を行った。

3. 連続ウェーブレット解析

3.1 解析の概要

本研究では神田らの研究⁷⁾を参考として、流下方向軸に沿った 1 次元分布を持つデータに対し、時間ステップごとに連続ウェーブレット解析を行った。その後、得られた各時間ステップでのウェーブレット係数を連続的に重ね合わせ、渦の特性の空間的、時間的な分布を可視化している。

本研究で対象とした 1 次元データは、Fig.5 に示されたライン上に位置する。ライン上格子点における横断方向流速 u'' の時間平均からの変動値 u''' を、代表的な流速 U （ここでは point1 での平均流速とする）で基準化したものである。

Fig. 5 Data acquisition points

なお, Fig.5 中の point1 から point4 は, 水路の形状と流れに関して特長的な箇所を選んだものであり, point1 からそれぞれ, 狭窄部, 剥離渦の発生箇所, 再着岸箇所, 下流部での再狭窄部を示す. ある時刻における u''/U の空間的分布を例として Fig.6 に示す. ここで point1 における流下方向距離を 0(m), point4 での距離を 358(m)としている.

このデータに対して, 本研究では式(4)および Fig.7 で示されるメキシカンハット型のウェーブレット: g_h をマザーウェーブレットとして用いた連続ウェーブレット変換を行った.

$$g_h(x) = (1 - 2x^2) \exp(-x^2) \quad (4)$$

ウェーブレット係数: W は以下の式(5)によって得られる.

$$W(l, x') = \frac{1}{\sqrt{l}} \int_{-\infty}^{\infty} g_h\left(\frac{x - x'}{l}\right) f(x) dx \quad (5)$$

ここで l は波数の逆数に比例するウェーブレットのスケールを規定するパラメーター, x' は変換後の空間における, x に対応する座標値であり, $f(x)$ は Fig.6 を例とする入力された信号値である. この式(5)に示された変換によって, Fig.5 に示されたライン上の瞬時流速分布が, $x' \cdot l$ を座標とする空間・波数平面へと展開される.

神田ら⁷⁾に述べられたように, 式(6)による変換はある種のパターンマッチングを表し, W によって表された係数は, 横断方向流速変動値の, l と x' によって, 拡大, 平行移動されたマザーウェーブレットとの相関の度合いを示す.

2.2 解析結果

Fig.6 で示されたデータに対しての式(5)による連続ウェーブレット変換の結果を Fig.8 に示す.

Fig. 6 Temporal spatial distribution of u''/U

Fig. 7 Mexican-hat wavelet

Fig.8 のピークとなる部分は, Fig.6 のデータにおいて卓越する波数スケールの空間的な分布を示している (ウェーブレットを平行移動していくと入力信号との間に位相差が生じるため, 極大値と極小値が交互に生じる). 横軸が流下方向の位置を示す座標 (Fig.6 と同様), 縦軸が波数に比例するパラメータ (波のスケールの逆数) であり, 縦軸の上の部分ほど変動の空間スケールの小さい成分を示し, 下に向かうほど変動の空間スケールは大きくなる. したがって Fig.8 において, point1 と point4 の両狭窄部では変動の卓越スケールが大きく, 両点に挟まれた剥離域, 再着岸域では卓越スケールが小さいことがわかる.

このようなウェーブレット係数の空間・波数平面上での分布を計算時間ステップごとに計算し, その結果を時系列に沿って 1400(s)から 2400(s)まで鉛直方向に積み上げ, ウェーブレット係数の卓越部分を等値面として表したものが Fig.9 となる. Fig.9 においては, 図の手前側が空間スケールの大きい変動を示し, 奥に向かうほど空間スケールは小さい. また右手に向かうほど水路の下流方向に向かい, 鉛直方向に上に向かうほど時間が経過したことを示している. この図から, ウェーブレット係数のピークが, 上流側狭窄部で比較的大きな空間スケールで生じた後, 時間の経過とともに下流側に移流し, 同時に変動の空間スケールを徐々に小さくしていくことが確認できる. また下流側狭窄部に進むに従って, 変動の空間スケールは再び大きくなる. このことから Fig.8 で示された傾向が, 広範な計算時間にわたって一般的に観察されることが確認された. また, 剥離域や再接岸域での乱れが, 狭窄部での 2 次流の変動にリードされるものであることが明示的に示されたと考えられる.

Fig.9 を元に, この結果から定量的な議論を進めることとする. Fig.9 における $1/l = 0.0356(1/m)$ での奥行き方向に垂直な断面を抜き出して図示したものが Fig.10 である. ここではストライプ状の濃淡が大規模な乱れの構造 (剥離渦などに代表される構造的な乱れ) が移流されていく様子を示しており, その傾きが大規模乱れの移流速度を示していると考えられる.

Fig. 8 Continuous wavelet coefficient

Fig.10 に図示された結果からは、移流速度は $350(\text{m})/150(\text{sec}) = 2.33(\text{m/sec})$ と評価された。

Fig. 9 Piled wavelet coefficient over time

Fig.9 の point1 (狭窄部) および point3 (再接岸域) における横軸方向に垂直な面での等値面を抜き出して表示したものが、それぞれ Fig.11 と Fig.12 である。

Fig.11 Cross-section of Fig.9 on distance-axis, point1

Fig.10 Cross-section of Fig.9 on 1/l axis

Fig.12 Cross-section of Fig.9 on distance-axis, point3

両者の比較によって、乱れの卓越する空間スケールが大きく異なることが確認され、狭窄部では大きく、再接岸域では小さいことが示された。また、図に示された計算時間幅である 1000(s)を、ピーク部分の数で除する事で、各断面における卓越した乱れのイベントの発生周期の評価が可能である。ここでは、point1 では 76(s)、point3 では 45(s)と評価された。Point1 において特徴的な渦の構造は主流域での 2 次流であり、point3 では剥離渦の再接岸となる。渦の構造の違いが、このような周期の差に結びついたと考えられる。

4. まとめ

本研究では、Akahori³⁾による既往の数値計算結果に対して連続ウェーブレット変換による解析を用いることで、これまでアニメーションを基とした定性的な検討以外の評価が難しかった、空間的な広がりを持つ非定常な現象に対して、定量的な議論を行うことが可能となった。

対象とされた数値計算は米国グランドキャニオンを流れるコロラド川における狭窄部と、それに続く剥離域、着岸域の流れを対象としたものである。連続ウェーブレット変換を用いることで、狭窄部での 2 次流の変動が、土砂輸送に関わる水平渦の剥離と着岸に先立って生じ、時間とともにそれら下流域での乱れに形態を変えていくことが確認された。

数値計算結果に対するフーリエ変換を主としたスペクトル解析は利用が進んでいるが、ウェーブレット変換を用いた例はそれほど多くない。しかしながら計算領域の形状的特性から現象が複雑化した場合、変動の空間的分布を考慮できるウェーブレット変換は流れの特性を抽出するに当たって有効なツールとなり得る。本研究で示された解析手順は、このような目的に対しての一つの応用例である。

参考文献

- 1) Rubin, D.M., Topping, D.J., Schmidt, J.C., Hazel, J., Kaplinski, M., and Melis, T.S.: Recent sediment studies refuse Glen Canyon Dam hypothesis, EOS, Transactions, American Geophysical Union, 83(25) (2002) pp. 273, 277-278.
- 2) Pennisi, E.: The Grand (Canyon) experiment. Science Magazine 306 (2004) pp.1884-1886
- 3) Akahori, R.: Modeling sediment transport in eddy recirculation zones of the Colorado River in Grand Canyon, PhD dissertation, Arizona State University, (2007).
- 4) Deardorff, J. W.: A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, Journal of Fluid Mechanics, 41(2) (1970) pp.453-480.
- 5) 細田 尚, 長田信寿, 村本嘉雄: 移動一般座標系による開水路非定常流の数値解析, 土木学会論文集, No.533/II-34 (1996) pp.267-272.
- 6) Jeong, J., and Hussain, F.: On the identification of a vortex, J. Fluid. Mech., 285 (1995) 69-94
- 7) 神田徹, 宮本仁志, 横野渉: 開水路凹部のせん断混合層における乱流構造のウェーブレット解析, 土木学会論文集, No.656/II-52 (2000) pp.121-133.