A114

シュリーレン法とアーベル変換を用いた

超音速噴流騒音の可視化

佐野貴透[○] (群馬大院), 曾根祐輔 (群馬大院), 福田将之 (群馬大院), 荒木幹也 (群馬大)
小島孝之 (IAT/JAXA), 田口秀之 (APG/JAXA), 志賀聖一 (群馬大), 小保方富夫 (群馬大)

Visualization of Supersonic Jet Noise Using Schlieren Method and Abel Inversion

Takayuki SANO, Yusuke SONE, Masayuki FUKUDA, Mikiya ARAKI
Takayuki KOJIMA, Hideyuki TAGUCHI, Seiichi SHIGA and Tomio OBOKATA

ABSTRACT

In this study, noise measurement of a supersonic jet using an optical CT (Computerized Tomography) method is investigated experimentally. An under-expanded jet is injected from a converging round nozzle into the atmosphere at a pressure ratio of 2.25 ($M_j = 1.14$). The nozzle exit diameter is 8.0 mm. Noise measurement inside the jet is realized since the optical CT method is intrusive measurement. The density gradient variation inside the jet was reconstructed using an Abel inversion. The result obtained by the optical CT method was compared with a schlieren image and an instantaneous Mie scattering image. It is shown that the density gradient variation becomes large in the shear layer between the jet and the ambient air, and that the density gradient variation takes the largest value near the third shock cell. It is also shown that the density gradient variation becomes large at several points in the potential core.

Keywords: Supersonic Jet, Jet Noise, CT, Non-Intrusive Acoustic Measurement

1. 緒言

近年, 様々な分野で環境への適合が重要視されている。次世代超音速旅客機開発において, エンジン排気騒音低減は環境に対しての大きな課題の1つである。超音速噴流では, 渦と衝撃波との干渉からスクリーチが放出される。スクリーチは狭い周波数域に非常に大きいエネルギーが集中するため, 騒音問題だけでなく, 機体への影響も大きな問題となっている。このような問題により, 騒音低減デバイスの開発は必要不可欠である。そのため, 騒音源の位置や規模を把握することが重要となる。エンジン排気騒音のような噴流騒音やスクリーチの場合, 音源は流れの内部にあるため, マイクロフォンなどの接触計測法では計測が困難である。

本研究では, これまで困難であった流れの中での音響計測を, 光を用いることで可能とする光学 CT 法を提案する

(1). 一種のシュリーレン光学系と CT を組み合わせることで, 超音速噴流内部から周囲雰囲気における騒音計測を試みる。本研究では軸対象不足膨張噴流を対象として計測を

行い, 光学 CT 法の可能性について検討する。

2. 実験装置

2.1 実験装置

図1に超音速噴流の連続シュリーレン像を示す。スクリー型コンプレッサによって圧縮された空気は, レギュレータにより調圧され, 全圧室へ導かれる。ここでの全圧を P_0 とする。空気はハニカムストレーナおよびメッシュからなる整流室を通り, 出口直径 $D=8.0$ mm の円形先細ノズルから大気へ噴出する。噴流出口中心を原点とし, 流れ方向に z 軸, 半径方向に θ とする。

Table 1 Supersonic jet conditions.

Nozzle exit diam. D	8.0 mm
Pressure ratio P_0 / P_{atm}	2.25
Jet Mach number M_j	1.14
Screech oscillation mode	Toroidal

Fig. 1 Schlieren image of supersonic jet.

表 1 に、超音速噴流の条件を示す。全圧は 0.227 MPa であり、圧力比は 2.25 ($M_j = 1.14$) である。全温は 288 K である。この時、超音速噴流中の渦形成モードを表すスクリーチ振動モード^②はトロイダルモードとなり、軸対称の周期的な渦が形成される。

2.2 計測法

従来から行ってきた計測法について説明する。ピエゾ式圧力変換機 (PCB Piezotronics 112A22) を用いて騒音計測を行った。騒音は圧力変換機によって電圧信号に変換される。電圧信号はデジタルオシロスコープ (Lecroy WR6030A) に送られ、A/D 変換され記録される。サンプリングクロックは 2 μ s である。このデータを 8192 点ずつ、150 回に分けて高速フーリエ変換を行う。これらを平均することで圧力変動の周波数分布を求めた。

連続シュリーレン法による流れの可視化を行った。光源は連続発光キセノンランプを用いた。ナイフエッジは流れと垂直に設置される。画像撮影には、30 frame/s の CCD カメラを用いた。CCD カメラからの信号は、A/D キャプチャボードを介してコンピュータに取得した。

瞬間ミュー散乱法による流れの可視化を行った。光源に、パルス Nd:YAG レーザ (Solar Laser 社, LQ-129) を用いた。レーザ波長は 532 nm である。レーザ発振時間は約 15 ns であり、流れの静止像を得るのに十分短い。散乱粒子に、エタノール粒子を用いた^{⑨, ⑩}。画像撮影には、30 frame/s の CCD カメラを用いた。CCD カメラからの信号は、A/D キャプチャボードを介してコンピュータに取得した。

3. 光学 CT 法

3.1 輝度変動計測

図 2 に光学 CT 法の光学系概略を示す。レーザビームを用いた音響計測法で、一種のシュリーレン光学系である。

Fig. 2 Schematic of optics for optical CT method.

音は圧力の変動であり、圧力の変動とともに密度も変動する。この密度変動をシュリーレン光学系で検出する。実際の光学系は、配置の都合上ミラーを用いて光路が折りたためられている。ここでは、簡単のため、光路を直線状に展開した状態で示す。

光源は連続発振 He-Ne レーザ (シグマ光機, 05-LHR-151) を用いた。波長は 632.8 nm である。レーザビーム径は約 0.8 mm である。レーザビームが超音速噴流を通過後 400 mm の位置に、焦点距離 $f = 200$ mm の凸レンズ (実際は凹面鏡) を設置する。レーザビームが凸レンズを通過後 200 mm の位置にナイフエッジを設置する。密度勾配によりレーザビームが屈折し、焦点の位置は移動する。ナイフエッジでこの一部をカットすることでレーザビーム屈折角を輝度変化として取得する。ナイフエッジは、流れに平行に設置される。

ナイフエッジ通過後 200 mm の位置に、直径 0.3 mm のピンホールが開いているスクリーンを設置する。レーザビームの一部のみを通過させることで、測定領域を限定する。ピンホール直径は空間分解能に対応する。レーザビームはピンホールを通過後、高速フォトセンサ (浜松ホトニクス, S3071) に入射し、輝度変更を検出される。

高速フォトセンサにより検出した信号は、デジタルオシロスコープ (Lecroy WR6030A) に送られ、A/D 変換され記録される。サンプリングクロックは 2 μ s である。このデータを 8192 点ずつ、150 回に分けて高速フーリエ変換を行う。これらを平均することで周波数成分を求める。対象となる周波数成分の輝度振幅を抽出し記録する。計測位置を 0.5 mm 間隔で変化させ、各位置での輝度振幅を求める。

3.2 断層像再構成

密度勾配断層像を再構成するため、本研究では、計測結

Fig. 3 Schematic of laser beam refraction due to density gradient.

果にベクトル成分を考慮したアーベル変換を施す。アーベル変換の詳細については参考文献⁽¹⁴⁾を参照されたい。

図3に、密度勾配によるレーザービーム屈折の概略を示す。非軸対称場であっても断層像再構成は可能であるが、本研究では簡単のため軸対称場を対象とする。噴流中心を原点とし、レーザービームの進行方向にY軸、レーザービームの進行方向と垂直方向にX軸をおく。原点からの距離を r とおく。流れ場は軸対称であるものの、レーザービームは直進する。ここでは参考文献⁽¹⁴⁾にならい、流れ場については円筒座標系(x, z, θ を小文字で表記)を、レーザービーム透過位置については直交座標系(X, Y を大文字で表記)を用いる。ある半径位置 r における局所密度勾配を、

$$\frac{\partial \rho(r)}{\partial r} \equiv f(r) \quad (1)$$

とおく。局所的なレーザービーム屈折角は、局所密度勾配 $f(r)$ に比例する⁽¹³⁾。ある座標(X, r)におけるレーザービーム屈折角 $\varepsilon(X, r)$ は、

$$\varepsilon(X, r) = c_1 f(r) \sin \theta = c_1 f(r) \frac{X}{r} \quad (2)$$

と表される。ただし、 c_1 は定数である。レーザービーム屈折角 $\varepsilon(X, r)$ は密度勾配のX軸方向成分のみに影響を受けるため、 $\sin \theta (=X/r)$ を乗ずる必要がある。このようなベクトル成分を考慮する手続きは、通常のアーベル変換には含まれない。本研究では、以下の式(7)の変数変換を行うことで、この問題を通常のアーベル変換に帰着する。

式(2)を、レーザービーム光路に沿って(Y軸に沿って)、 $X < r < R$ の範囲で積分した値が、光路長全体にわたるレーザービーム変位 $E(X)$ となる。

$$E(X) = 2 \int_X^R \frac{\varepsilon(X, r) r dr}{(r^2 - X^2)^{1/2}}$$

$$\therefore E(X)/X = 2c_1 \int_X^R \frac{f(r)/r r dr}{(r^2 - X^2)^{1/2}} \quad (3)$$

あるレーザービーム位置 X においてフォトセンサで検出される輝度変化 $J(X)$ を、次式のように置く。

$$\Delta I(X)/I_0 \equiv J(X) \quad (4)$$

ただし、 I_0 はレーザービームの屈折が無い場合の輝度、 $\Delta I(X)$ はレーザービーム屈折による輝度変化分である。このとき $J(X)$ は、光路長全体にわたるレーザービーム変位 $E(X)$ に比例する⁽¹³⁾。

$$J(X) \propto E(X) \quad (5)$$

式(5)を用いて式(3)を書き直すと、

$$J(X)/X = 2c_2 \int_X^R \frac{f(r)/r r dr}{(r^2 - X^2)^{1/2}} \quad (6)$$

が成立する。ただし、 c_2 は定数である。ここで、

$$\begin{cases} J^*(X) = J(X)/X \\ f^*(r) = f(r)/r \end{cases} \quad (7)$$

($X \neq 0$ かつ $r \neq 0$)

の変数変換を行うことで、式(6)は次式に帰着される。

$$J^*(X) = 2c_2 \int_X^R \frac{f^*(r) r dr}{(r^2 - X^2)^{1/2}} \quad (8)$$

式(8)は、核の位数1/2のアーベル積分方程式であり、解析的に次式のように解くことができる⁽¹⁴⁾。

$$f^*(r) = -c_3 \frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \left\{ \int_X^R \frac{J^*(X) X dX}{(X^2 - r^2)^{1/2}} \right\} \quad (9)$$

ただし、 c_3 は定数である。式(9)により、フォトセンサで検出される輝度変化 $J^*(X)$ から、局所密度勾配 $f^*(r)$ を再構成することができる。実際の計測では、その点数に

限りがあるため $J^*(X)$ は離散の数値となる。離散化された式 (9) には様々な解法がある。本研究では、Barr の方法⁽⁴⁾を用い、式 (9) を線形行列式に帰着する。

3.3 変動成分抽出

音波は圧力変動であり非定常現象である。非定常成分の取り扱いについて説明する。これ以降、すべての変数は時間の関数とする。

ある半径位置 r における密度勾配 $f(r, t)$ は、様々な周波数成分の重ね合せとして、

$$f(r, t) = \sum A_{f,n}(r) \exp(i\omega_n t) \quad (10)$$

と表される。ただし、 $A_{f,n}(r)$ は n 番目の周波数成分の複素振幅、 ω_n は n 番目の周波数成分の角周波数である。 $n=0$ の時が定常項となる。実際には、密度勾配変動は波動として空間中を伝播するため、各半径位置 r における空間的位相差を考慮する必要がある。ここでは簡単のため、密度勾配 $f(r, t)$ は、各半径位置 r でランダムな位相で振動すると仮定する。

一方、フォトセンサで計測される輝度変化 $J(X, t)$ は、

$$J(X, t) = \sum A_{J,n}(X) \exp(i\omega_n t) \quad (11)$$

と表される。ただし、 $A_{J,n}(X)$ は n 番目の周波数成分の複素振幅、 ω_n は n 番目の周波数成分の角周波数である。 $n=0$ の時が定常項となる。

式 (10)、(11) を、式 (7)、(9) に代入すると、式の線形性から、

$$\sum A_{f,n}^*(r) = \sum \left[-c_3 \frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \left\{ \int_0^r \frac{A_{J,n}^*(X) X dX}{(X^2 - r^2)^{1/2}} \right\} \right] \quad (12)$$

が成立する。ここから、 n 番目の周波数成分のみを抽出すれば、

$$A_{f,n}^*(r) = -c_3 \frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \left\{ \int_0^r \frac{A_{J,n}^*(X) X dX}{(X^2 - r^2)^{1/2}} \right\} \quad (13)$$

が成立する。式 (13) を用いることで、フォトセンサで計測される輝度振幅 $A_{J,n}(X)$ から、局所的な密度勾配振幅 $A_{f,n}(r)$ を求めることができる。この密度勾配振幅 $A_{f,n}(r)$ より、断層像を再構成する。

4. 実験結果および考察

4.1 輝度変動計測

図 4 (a) に、圧力変換器によって計測された噴流騒音周

Fig. 4 Jet noise sound spectra obtained with (a) pressure transducer and (b) photo sensor at $z/D=2.5$

波数分布を示す。縦軸は、最大値で無次元化された圧力振幅 $A_p/A_{p,Max}$ を示す。横軸は、実周波数ならびにストローハル数を示す。ストローハル数の算出には、実周波数、ノズル出口での噴流速度、ノズル出口直径を用いた。計測位置は、 $z/D=2.5$, $r/D=5.0$ ($z=20$ mm, $r=40$ mm) である。

図 4 (b) に、フォトセンサによって計測された噴流騒音周波数分布を示す。縦軸は、最大値で無次元化された輝度振幅 $A_J/A_{J,Max}$ を示す。横軸は、実周波数ならびにストローハル数を示す。計測位置は、 $z/D=2.5$, $X/D=5.0$ ($z=20$ mm, $X=40$ mm) である。

図 4 (a), (b) より、約 28 kHz にスクリーチのピークが現れる⁽⁹⁻¹¹⁾。約 40 kHz に、ブロードバンドのピークが現れる⁽⁹⁻¹¹⁾。圧力変換器とフォトセンサによる計測の結果は、比較的良好に一致する。レーザビームとフォトセンサを用いることで、非接触音響計測が可能であることが示された。

図 5 に、フォトセンサによって計測された噴流騒音周波数分布を示す。縦軸は輝度振幅 A_J 、横軸は周波数を示す。奥行方向にレーザビーム位置 X/D を示す。計測位置は、 $z/D=2.5$ ($z=20$ mm) である。

全てのレーザビーム位置 X/D において、約 28 kHz にスクリーチのピークが現れる。 $0 < X/D < 0.5$ (噴流内部) では、スクリーチのピークが現れると同時に広い周波数域にわたって変動が現れる。 $X/D=0.5$ (ノズル出口半径) で、スクリーチのピークが最大となり、主要な音源があると考え

Fig. 5 Jet noise sound spectra obtained with (a) pressure transducer and (b) photo sensor at $z/D = 2.5$.

Fig. 6 Jet noise sound spectra obtained with photo sensor at $z/D = 2.5$.

えられる。 $0.5 < X/D$ (噴流外部) では、音波が静止雰囲気中に伝播していく過程でスクリーチのピークが減衰していく。レーザビームとフォトセンサを用いることで、噴流内部から周囲雰囲気にわたる幅広い領域において、連続的な騒音計測が可能となることが示された。この結果を式 (13) に代入することで、超音速噴流内外の密度勾配振幅を断層可視化する。

4.2 断層像再構成

図 6 (a) に、スクリーチ周波数における輝度振幅 A_f を示す。縦軸は輝度振幅 A_f 、横軸はレーザビーム位置 X/D を示す。図 6 (b) に、式 (13) により求めた、スクリーチ周波数における密度勾配振幅 A_f を示す。縦軸は密度勾配振幅 A_f 、横軸は半径位置 r/D を示す。図 6 (a)、(b)

Fig. 7 Re-constructed density gradient amplitude at screech frequency and time-average schlieren image.

Fig. 8 Re-constructed density gradient amplitude at screech frequency and instantaneous Mie scattering image.

ともに計測位置は、 $z/D = 2.5$ である。

図 6 (a) より、輝度振幅 A_f は、噴流内部ではほぼ一定で、ノズル半径位置で最大となり、静止雰囲気中では単調に減衰していくことが分かる。図 6 (b) より、密度勾配振幅 A_f は、噴流中心軸近傍で大きな値をとり、ノズル半径位置で再び増大して極大値をとり、静止雰囲気中では単調に減衰していくことが分かる。これまで困難であった噴流内部から周囲雰囲気にわたる幅広い領域で、密度勾配変動計測が可能であることが示された。なお、図 6 (b) で噴流中心近傍のデータが存在しないのは、式 (7) の変数変換のため、 $r/D = 0$ で解が不定となるためである。また本研究で用いた Barr の方法では、解を安定化するため隣接する前後 2 点ずつのデータを用いて補完を行う⁽¹⁴⁾。このため、中心軸から 3 点目までの計測結果は不定となる。

図7に、再構成された密度勾配振幅の断層像ならびに連続シュリーレン像を示す。図7の上半分は式(13)を用いて再構成された密度勾配振幅 A_f の等高線、下半分は連続シュリーレン像を示す。密度勾配振幅 A_f はその最大値で無次元化されている。図中の黒点は、レーザビーム透過位置を示す。流れは左から右向きである。

図7より、超音速噴流と静止雰囲気とのせん断層で、密度勾配振幅が極大値をとる領域が離散的に観察される。また超音速噴流中心軸近傍でも、密度勾配振幅が極大値をとる領域が離散的に観察される。密度勾配振幅が大きな領域とショックセル構造は一致しており、渦の通過によりショックセルが周期的に変形する移動衝撃波⁽¹²⁾が形成されていると考えられる。密度勾配振幅は第4ショックセル近傍で最大値をとり、スクリーチ音源がこの付近に存在することが分かる。

図8に、再構成された密度勾配振幅断層像ならびに瞬間ミー散乱像を示す。図8の上半分は式(13)を用いて再構成された密度勾配振幅 A_f の等高線、下半分は瞬間ミー散乱像を示す。ミー散乱像から求めた噴流外縁を点線で示す。

図8より、 $dD=2 \sim 3$ 付近から、周期的な渦(図中矢印)が発達し始めることが分かる。この位置は、第3～第4ショックセルに対応する。周期的な渦は、ショックセルを変形させ音波を放出する。音波の一部はノズル出口に到達し、じょう乱源となり次の渦形成のきっかけとなる。このフィードバックループがスクリーチの原因となる^{9,12)}。ショックセルを変形させるのに十分なまでに渦が発達し、スクリーチの音源となることが分かる。

光学CT法を用いることで、これまで直接計測することが困難であった流れ中の音源の振舞いを、直接可視化することに成功した。

5. 結 言

非接触音響計測法である光学CT法を提案し、超音速噴流騒音の断層可視化を試みた。円形先細ノズルから噴出する不足膨張噴流にレーザビームを透過し、密度勾配による屈折の大きさを計測する。計測結果にアーベル変換を施すことで、密度振幅の断層像を再構成した。その結果、以下の知見を得た。

- (1) 従来スカラ量に対してのみ適用されてきたアーベル変換を、変数変換を行うことでベクトル量を含む問題に適用した。
- (2) 超音速噴流を透過するレーザビームの屈折の大きさから、密度振幅の断層像を求める関係式を導出した。
- (3) 光学CT法を用いることで、超音速噴流内部から静止雰囲気にわたる幅広い領域において、密度振幅の断層像を再構成することが可能であることが示された。

- (4) 超音速噴流と静止雰囲気とのせん断層で、密度振幅が極大値をとる領域が離散的に観察される。また超音速噴流中心軸近傍でも、密度振幅が極大値をとる領域が離散的に観察される。密度振幅が大きな領域とショックセル構造とは一致し、渦の通過によりショックセルが周期的に変形する移動衝撃波が形成されていると考えられる。

- (5) 密度振幅は第4ショックセル近傍で最大値をとり、スクリーチ音源はこの付近に存在する。ショックセルを変形させるのに十分な規模まで渦が発達し、スクリーチの音源となると考えられる。

謝 辞

本研究は、宇宙航空研究開発機構(JAXA)と群馬大学との共同研究の一部として実施された。本研究の実施にあたり、文部科学省 科学研究費補助金(課題番号:15760595, 17760634)の助成を頂いた。本研究の実施に当り群馬大学中村 壽雄 技術専門職員の援助を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- (1) Araki, M. et al., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 74-738, B (2008), 377-384.
- (2) Raman, G., *J. Sound and Vibration*, 225-3 (1999), 543-571.
- (3) Powell, A. et al., *J. Acoust. Soc. Am.*, 92-5 (1992), 2823-2836.
- (4) Umeda, Y. and Ishii, R., *Int. J. Aeroacoustics*, 1-4 (2002), 355-384.
- (5) Ahuja, K. K. and Brown, W. H., *AIAA paper* 89-0994.
- (6) Samimy, M. et al., *AIAA Journal*, 31-4 (1993), 609-619.
- (7) Kobayashi, H. et al., *ASME NCA, Acoustic Radiation and Wave Propagation*, 17 (1994), 149-163.
- (8) Outa, E. et al., *Proceedings of the 16th Int. Symposium on Airbreathing Engines (ISABE 2003)*, CD-Rom, AIAA.
- (9) Araki, M. et al., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 71-707, B (2005), 1798-1805.
- (10) Araki, M. et al., *AIAA Journal*, 44-2 (2006), pp. 408-411.
- (11) Araki, M. et al., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 73-726, B (2007), 567-574.
- (12) Suda, M. et al., *AIAA Paper* 93-4323.
- (13) Asanuma, T., *A Handbook for Flow Visualization*, (1977), Asakura Shoten, Tokyo, pp. 328-341.
- (14) Yaoita, A., *Numerical Methods for the Abel Inversion, The Circulars of the Electrotechnical Laboratory*, 172 (1971), pp. 1-32.