C116

加速円板が形成する渦輪の循環と加えた力の関係*

市川 誠司* (東洋大学院), 望月 修 (東洋大学)

Relation between thrust force of a disk and circulation of the vortex ring

Seiji ICHIKAWA and Osamu MOCHIZUKI

ABSTRACT

The purpose of this study is to understand the relation between circulation of a vortex ring generated by the accelerated disk and necessary force to move the disk. We measured velocity fields around the disk using a PIV method. It was found that the circulation related to the force to accelerate flow near the edge of the disk. This suggests that if we know the velocity of the edge and change in circulation of the starting vortex ring, we can estimate force of the disk. We propose the method to estimate thrust force of swimming animals.

Keywords : Circulation, Vortex ring, Disk, Thrust force

1. はじめに

本研究は静止している円板が急な加速運動によって引き起こす渦輪の循環と、加速運動に要した推進力との関係を明らかにすることが目的である。運動により形成される渦輪の循環と力との関係が明らかになれば、直接計測することが出来ない、水中で遊泳する微生物やクラゲなどの生物の推進力を見積もる際に有効である。

本研究では、水中で加速運動する円板によって形成される渦輪の循環を計測することにより、円板の加速運動のために加えた力との関係を明らかにした。このことから、物体が流体中で急な運動を行った場合に、物体が流体に与えた力を渦輪の循環を計測することにより見積もる方法を提案した。

2. 実験装置および方法

実験は縦 400mm、横 300mm、幅 300mm の水槽内に 20℃の水を貯めその中で行った。渦輪を形成するモデルとして、直径 50mm、厚さ 30mm のアクリル製の円板を使用した。円板を垂直下向きに静止状態から加速運動させるため、円板には中央にガイド棒を取り付け、既知の荷重 F を加えて落下させた。加えた荷重 F は 0.1 N から 1.0 N まで 0.1 N 刻みで 10 通りに変化させた。その様子を高速カメラを用い撮影した。撮影した映像より PIV 計測を行い、円板周りに形成される流れ場における速度分布、形成された渦輪の循環等を求めた。

3. 実験結果および考察

加速運動を行う円板周りの流れを流線線で表したものを Fig.1 に示す。この画像は 60FPS で撮影した映像で、無次元時間 $T = 2.5$ の時のものである。円板は 0.3N を

Fig. 1 The path lines visualized around the disk moved by forces of 0.3N.

加えたときのものである。この画像より円板後方に渦輪が形成されていることがわかる。

2200FPS で撮影した映像から PIV 計測した流れ場を静止座標系で速度ベクトル表示した例を Fig.2 に示す。この画像は荷重 0.3N、 $T = 2.5$ のときのものである。この結果より渦核の移動速度を用いた相対座標系で渦核中心を通る線上の速度分布を表示すると Fig.3 に示すようになる。グラフには荷重毎に測定した $T = 2.5$ のときの結果を示してある。縦軸は局所の y 方向流速成分 v を、横軸は円板の直径 L で無次元化した x 方向に測った距離を、それぞれ示している。横軸の原点は円板中心を通る線上にある。 $v = 0$ m/s の位置を渦核中心とすると、渦輪の半径は原点からその位置までの距離 R で表す。また、渦核半径 r は速度の最大と最小間の距離である。このグラフより加える荷重が増ると渦の周速度は大きくなるが、渦輪、渦核半径はほぼ変化しないことがわかる。

定常運動する単独渦輪のエネルギーを考えてみる。無限流体中において単独で渦輪が存在し定常運動を行っているときの渦輪のエネルギーは式(1)で表される。

$$E = \frac{\rho \Gamma^2 R}{2} \left(\log \frac{8R}{r} - \frac{7}{4} \right) \quad (1)$$

ここに、 E は渦輪の運動エネルギー、 ρ は水の密度、 Γ は渦輪の循環である。これより、渦輪の運動エネルギーは渦輪の大きさが同じであれば、循環の二乗に比例することになる。本実験における円板は加速運動を行っており、また円板後方に形成される渦輪も同様である。このため、エネルギーの時間変化すなわち、仕事率を求めてみる。渦の発生は物体運動の反作用の結果なので、単位時間あたりの渦輪のエネルギーは円板が行った仕事 FV_d と同じである。式(1)を時間微分すると次の関係を得る。本実験の場合、荷重に関わらず渦輪の大きさは同じであるので、本実験の渦輪のエネルギーは次のように書ける。

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\kappa \Gamma^2}{dt} = 2\kappa \Gamma \cdot \frac{d\Gamma}{dt} = FV_d \quad (2)$$

ここに、 κ は式(1)における循環以外の渦輪の寸法と密度を含む定数である。このことから、実験より求めた循環と FV_d を比較すると Fig.4 に示す関係が得られる。このグラフより、円板の落下速度が自由落下のため高速の時、低速の時によって決まって、それぞれ 1/2, 1/3 の傾きを示すことがわかる。以上から、物体の縁の速度と発生した渦輪の循環が密接に関係していることがわかったので、物体に作用した力を発生した渦輪の循環から求めるには、式(3)を次のように書き換えることができる。

$$F = \frac{1}{v} 2\kappa \Gamma \cdot \frac{d\Gamma}{dt} \quad (3)$$

ここに v は計測した時刻の物体の縁の速度である。これより、渦輪を形成する物体の縁の速度と渦輪の循環およびその時間変化、渦核半径、渦輪半径を求めることにより、物体が流体に及ぼした力を見積もることができるということである。

4. 結論

静止状態から加速運動を行う円板によって形成される渦輪の循環と、その落下速度を求め、円板に作用する力との関係を明らかにした。この結果より、物体に作用する力を見積もる際、渦輪の循環および循環の時間変化、渦輪半径、渦核半径と物体の縁の移動速度を求めることにより明らかにできる。

謝辞

Fig. 2 A vector field at $T=2.5$ around tip of the disk moved by $F=0.3$ N.

Fig. 3 Velocity profiles at $T=2.5$ of vortex rings generated by the disk moved by forces from 0.1N to 1.0N.

Fig. 4 Relation between Γ and FV_d at $T=2.5$.

本研究の一部は、日本学術振興会における特別研究員奨励費を受けて行われた。ここに付記し、謝意を表す。また、渦輪のエネルギーに関しては名古屋工業大学名誉教授の山口日出夫先生に私信にてご助言を頂いた。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Saffman, R. G. : Vortex dynamics, Cambridge University press, (1992) p.199.