液相反応乱流場の濃度可視化について*

道岡 武信**

Visualization of concentration field in turbulent liquid flows with chemical reactions

Takenobu MICHIOKA

1. はじめに

化学反応を伴う乱流場での混合反応メカニズムを可視化により解明することは、自動車やプラントなどから排出される反応性汚染物質予測や、攪拌装置などの化学反応装置や燃焼器などの工業装置内の最適化設計と関連して非常に重要な課題である¹⁾。

まず、数値シミュレーションにより可視化する場合、乱流モデルを用いない直接数値シミュレーション (DNS) が最も有力である。DNS を実行する場合、流動場に対しては流れ場での最小スケールであるコルモゴロフスケール (η) 程度の空間・時間分解能で計算格子・時間刻みを設定して解析する必要がある。また、濃度場に対しては、 η をシュミット数 (Sc : 流体の動粘性係数と物質の拡散係数の比) の平方根で除したバチュラスケール ($\xi = \eta / \sqrt{Sc}$) 程度の空間・時間分解能が必要になる。気相乱流場では Sc が 1 程度であるため、バチュラスケールはコルモゴロフスケールと同程度であり、レイノルズ数が小さな流れ場に対して DNS を実行可能である。しかしながら、液相乱流場ではシュミット数が数百程度であり、バチュラスケールがコルモゴロフスケールより 1 オーダ以上小さくなる。このことは、レイノルズ数が小さな流れ場においても、何からの工夫をしなければ、DNS を実行することが非常に困難であることを意味する。Schumacher et al.²⁾ は、定常等方性乱流場中においてシュミット数が 32 の物質を対象とした DNS を、Michioka&Komori³⁾ もほぼ同様な定常等方性乱流場において、シュミット数が 1 ~ 600 の範囲の物質を対象とした DNS を実行している。両 DNS に共通するのは、計算機の記憶容量の問題から、乱流エネルギーの大部分を占める積分スケール相当の乱流渦を計算領域内に再現していないこと、また、レイノルズ数が比較的小さいこと (マイクロスケール基準のレイノルズ数が最大でも 30 程度) である。3 章で解説するが、現在の計算機でもバ

チュラスケールから積分スケールに至る濃度 (速度) 変動を考慮した DNS を実行することにより、高解像度で濃度場を可視化することは非常に困難である。

次に、室内実験により液相乱流場を可視化する場合においても、バチュラスケール程度の空間・時間分解能が要求される。光ファイバプローブを用いた吸光光度法^{4), 5)} やレーザ誘起蛍光法^{6), 7), 8)} などにより、濃度の点計測が行われてきたが、レーザの高出力化などにより、(Planar Laser Induced Fluorescence: PLIF)^{9) - 13)} などによる面的な可視化が行われるようになってきた。Kurose et al.⁹⁾ は格子乱流場を対象とした室内実験において、Nd:YAG レーザを光源とした PLIF にて、液相における物質の濃度変動をバチュラスケールと同程度の解像度 (空間解像度 $10\mu\text{m}$ 程度) で可視化することに成功している。また、星野ら¹⁰⁾ は正格子およびフラクタル格子乱流場を対象とした室内実験で、半導体励起景気固体連続光レーザを用いて、空間解像度 $30\mu\text{m}$ で PLIF による可視化により、詳細な濃度統計値を取得している。以上のように、DNS や室内実験における PLIF などにより、液相乱流場においてバチュラスケール程度の濃度変動まで可視化できるようになりつつある。

そこで、本稿では、著者らが実施した研究事例の中から、液相反応乱流場で濃度を高解像度で可視化する必要性の具体例をもとに、その際に実施した DNS や PLIF による可視化例を紹介させて頂く。

2. 高シュミット数の濃度場を可視化する必要性

前章で解説したように実用的な液相反応乱流場に対して、DNS を実行することは非常に困難である。一方、計算格子より小さなスケールの流れや濃度変動に対してはサブグリッドスケール (SGS) モデルを与え、計算格子より大きなスケール (GS) を直接解くラージ・エディ・シミュレーション (LES) は、レイノルズ数の高い流れ場やシュミット数の大きな液相の流れ場まで適用可能であることが期待できる¹⁾。そこで、不可逆 2 次反応 ($A + B \rightarrow P$) をする反応物質 A, B が存在する液相乱流場に対して LES を適用することを考える。LES での支配方程式は、フィルタ操作による空間平均操作 (上

* 原稿受付 2015 年 1 月 15 日

** 一般財団法人 電力中央研究所 環境科学研究所
(〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646,
E-mail: michioka@criepi.denken.or.jp)

付きーで表す) を施すことにより得られる連続の式, 運動方程式および反応物質 A, B の拡散方程式であり,

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}_A}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{\Gamma}_A}{\partial x_j} = D_A \frac{\partial^2 \bar{\Gamma}_A}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial q_{Aj}}{\partial x_j} - \bar{\omega} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}_B}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{\Gamma}_B}{\partial x_j} = D_B \frac{\partial^2 \bar{\Gamma}_B}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial q_{Bj}}{\partial x_j} - \bar{\omega} \quad (4)$$

となる. ここで, $\bar{U}_i$, $\bar{\Gamma}_A$, $\bar{\Gamma}_B$ はそれぞれ, GS での速度, 物質 A, B の濃度を表す. 式 (2) ~ (4) 中に現れる, $\tau_{ij} (= \bar{U}_i \bar{U}_j - \bar{U}_i \bar{U}_j)$, $q_{Aj} (= \bar{\Gamma}_A \bar{U}_j - \bar{\Gamma}_A \bar{U}_j)$, $q_{Bj} (= \bar{\Gamma}_B \bar{U}_j - \bar{\Gamma}_B \bar{U}_j)$ および $\bar{\omega} (= k \bar{\Gamma}_A \bar{\Gamma}_B)$ は SGS 応力項, 反応物質 A および B の SGS 乱流物質流束項およびフィルタ操作を施した反応項であり, それらの項に対して適切な SGS モデルを与える必要がある. SGS 応力項や SGS 乱流物質流束項に対しては, Smagorinsky モデル¹⁴⁾ や Dynamic subgrid scale モデル¹⁵⁾ などの数多くのモデルが提案されている. しかしながら, 反応乱流場での反応項 $\bar{\omega}$ に対しては, 適切なモデルが提案されていない.

Schumann¹⁶⁾ や Sykes et al.¹⁷⁾ は, SGS での濃度変動を無視した次式を適用した.

$$\bar{\omega} (= k \bar{\Gamma}_A \bar{\Gamma}_B) \approx k \bar{\Gamma}_A \bar{\Gamma}_B \quad (5)$$

式 (5) では計算格子内の物質は完全混合される仮定のため, 反応生成物質量を過大評価することになる. その例として, Fig. 1 (a) に示すように, 計算格子内に反応物質 A と反応物質 B が完全分離の状態が存在すると想定する. 微小時間が経過後, 計算格子内の反応物質 A と B は乱流により混合され, 反応生成物質 P が生成する. 実際の現象は Fig. 1 (c) に示すように反応物質 A と B が混合する境界近傍にのみ生成物質 P が生成されるはずであるが, 計算格子内の物質を完全混合と仮定した式 (5) では Fig. 1 (b) のように計算格子内全体で化学反応が起こると仮定され, 反応生成物質 P が実際より多く生成される. よって, SGS での混合反応現象を考える場合, SGS での濃度むら (濃度分散) を考慮できる適切な反応項モデルを適用しなければならない.

著者らは気相および液相の反応乱流場に対して適用可能な SGS 反応モデルの開発を行っており, モデルの詳細に関しては, Michioka&Komori³⁾ を参照されたい. SGS 反応モデルの入力パラメータには SGS での濃度分散があるが, LES ではその値を直接求めることができないため, 何らかの方法で求める必要がある. Cook&Riley¹⁸⁾ は, LES での計算格子幅 (フィルタ幅 $\bar{\Delta}$) より大きなフィルタ幅 Δ をもつテストフィルタを

Fig. 1 Schematic of the distributions of the chemical species in a LES grid cell.

Fig. 2 Power spectra of the concentration fluctuation: (a) in air and (b) in liquid.

施すことにより, その領域内のスカラ (φ) の分散 $\tilde{\varphi}^2$ を求め, 次式に示すように SGS での φ の分散 $\bar{\varphi}^2$ と $\tilde{\varphi}^2$ との間に一定の相関関係が成り立つと仮定した.

$$\bar{\varphi}^2 \approx c_f \tilde{\varphi}^2 = c_f [\tilde{\varphi}^2 - \tilde{\varphi}^2] \quad (6)$$

ここで, c_f は相関係数であり, 気相の乱流場では 1.0¹⁸⁾ が用いられる. なお, 反応物質 A, B の濃度変動 $\tilde{\gamma}_A^2$, $\tilde{\gamma}_B^2$ においても, 式 (6) と同様な関係が成り立つとし, 相関係数を c'_f とすると次式となる.

$$\bar{\gamma}_i^2 \approx c'_f \tilde{\gamma}_i^2 = c'_f [\tilde{\gamma}_i^2 - \tilde{\gamma}_i^2] \quad (i=A, B) \quad (7)$$

c_f および c'_f はほぼ同じ値³⁾ となるので, 以後は基本的にはスカラ (φ) で説明させて頂く. 式 (6) の関係は濃度変動のパワースペクトル E から理解できる. Fig. 2 に E のボンチ絵を示すが, SGS での φ の分散 $\bar{\varphi}^2$ は, フィルタスケールに相当する波数 k_F より高波数側の面積に対応し, $\tilde{\varphi}^2$ はフィルタスケールより大きな幅を有するテストフィルタスケールに対応する波数 k_{TF} と k_F により挟まれた面積である. 気相の $c_f=1.0$ の仮定は両面積がほぼ等しくなることを意味する. 液相乱流場の場

合、シュミット数が大きくなるため、濃度の最小スケールであるパチェラスケールがコルモゴルフスケールより1オーダー以上小さくなるため、Fig. 2 (b) に示すように、コルモゴルフスケールに対応する波数 k_K より高波数側に、波数の-1乗に比例する粘性対流小領域^{19),20)}が現れる。よって、液相の $\overline{\varphi'^2}$ は、気相の $\overline{\varphi'^2}$ に比べ数倍程度大きくなることから、 $c_f=1.0$ は液相乱流場では適切ではないことが容易に想像できる。液相の c_f の値を決定するためには、DNS や室内実験による高解像度可視化することにより、詳細な濃度変動データを取得する必要がある。そこで、次章より、著者らが行った DNS および室内実験による高解像度の濃度変動の可視化手法および得られたデータから算出した c_f および c'_f の値について解説する。

(a) $Sc=600$ (b) $Sc=1$

Fig. 3 Instantaneous concentration profiles for (a) $Sc=600$ and (b) $Sc=1$.

3. DNS による可視化

液相ではシュミット数が大きくパチェラスケールがコルモゴルフスケールよりかなり小さくなるため、パチェラスケールから乱流場の代表的な長さスケールである積分スケールまで解像できるような DNS を実行することは非常に困難である。ここでは、高解像度で濃度変動を可視化することが主目的であるので、DNS の計算領域の大きさを慣性領域程度にした比較的小さな領域に限定することが考えられる。しかしながら、計算領域を乱流エネルギーの大部分を占める積分スケールが解像される程度の大きさに設定しなければ、初期条件として与えた乱れはすぐに散逸する。そこで、計算領域程度の大きな渦に相当する低波数領域に対してそれより大きな渦からエネルギーが定常に輸送されるとし、低波数領域でのエネルギーを一定に保つ Chen et al.²¹⁾の方法を用いた。

計算領域は $8\pi \times 8\pi \times 8\pi$ mm の直方体であり、計算格子を $512 \times 512 \times 512$ とした。定常状態におけるマイクロスケール基準レイノルズ数は 22.5 である。シュミット数は 1.0~600 の間で変化させ、化学反応速度定数の無次元パラメータであるダムケラー数 Da を 0, 5.0, 10.0, ∞ の 4 つの条件で計算を行った。DNS より

Fig. 4 Variations of the c_f and c'_f with Schmidt number (Sc) for three Damköler numbers (Da). $\circ$, $Da=0$; $\triangle$, $Da=5.0$; $\square$, $Da=\infty$, $\bullet$, $Da=0$ with the grid resolution of 1024^3 .

Fig. 5 Schematic diagram of experimental apparatus and measuring system⁹⁾.

得られた濃度データ上にフィルタ幅が π mmである体積フィルタを施すことにより、DNSの計算格子上にLESの計算格子点を $8 \times 8 \times 8$ 存在するようにした。なお、今回適用したフィルタ幅はエネルギースペクトルの慣性領域に存在し、一般的にLESで設定されるフィルタ幅である。

Fig. 3に液相 ($Sc=600$) および気相 ($Sc=1$) を対象としたDNSから得られた同時刻の瞬間濃度を可視化したものを示す。Fig. 3 (a) で示す液相では非常に大きな濃度むらが存在するのに対し、Fig. 3 (b) で示す気相ではよく混合が起こっていることがわかり、シュミット数の違いだけで濃度分布が大きく異なることがわかる。Fig. 4にDNSの濃度データから評価された相関係数 c_f , c_f' の値を示す。 Sc が1~50の範囲は Sc が増加するとともに相関係数 c_f , c_f' の値は増加する傾向にあるが、 $Sc \geq 50$ では相関係数 $c_f=c_f'=5.0$ とほぼ一定値になることがわかる。計算結果の格子依存性を確認するために、 $Da=0$ の時に計算格子を $1024 \times 1024 \times 1024$ に設定した計算を実行したが、相関係数 c_f , c_f' の値に変化が見られなかった。よってシュミット数が数百以上の液相乱流場においては、 $c_f=c_f'=5.0$ を適用すれば、式(6), (7)によりSGSでの濃度分散を得ることが可能であることがわかった。

4. 室内実験による可視化

前章ではDNSにより、 $c_f=c_f'=5.0$ の値が得られたものの、本章では室内実験から得られた濃度データからも同じ結果を得られるかを検討した。

Fig. 5に実験装置および測定システムの概略図⁹⁾を示す。テストセクションはアクリル (PMMA) 製で、主流方向長さが1.5m、断面が $0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ の矩形流路である。2種類の物質をスプリットプレートにより上下層に完全分離した状態で、初期流速 0.25m/s として流入させた。流入部に乱流格子 (格子径 $d=0.003\text{m}$, 格子間隔 $M=0.02\text{m}$) を設け、等方性乱流場を形成させた。乱流格子間隔基準のレイノルズ数は5000である。座標系は乱流格子が存在する y - z 平面の中心を原点として、主流、鉛直、スパン方向をそれぞれ x, y, z とした。測定領域は $x/M=15$ における $z/M=y/M=0$ を中心とする x - y 平面とした。二次元瞬間濃度場の測定には平面レーザ誘起蛍光法 (PLIF) を採用した。蛍光物質としては、ローダミン B ($\text{C}_{28}\text{H}_{31}\text{ClN}_2\text{O}_3$, 分子量 479.01, 中心蛍光波長 585nm) を用い、濃度 ϕ の瞬間分布を測定した。光源には Nd:YAG レーザ (Spectra-Physics, PRO270-10, $\lambda=532\text{nm}$) を用いた。レーザ光はテストセクション下部のシリンドリカルレンズ (シグマ光機, 焦点距離 100mm) を用いて、測定領域の中心で厚さが $50\mu\text{m}$ 程度となるシート光とした。受光部にはローダミン B の蛍光のみを透過するハイパスフィルタ、望遠レンズ (Nikon, AF Nikkor 85mm 1:1.8D), およびベローズ (Nikon, PB-6) を取り付けた CCD カメラ (DANTEC, FlowSense M2 8bit, 画素数 $1600 \times 1200\text{pixels}$) を用い、シート光が照射される領域のうち $16\text{mm} \times 12\text{mm}$ の領域を撮影した。本測定の最小スケールは $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m} \times 50\mu\text{m}$ であり、パッチェラスケール ($5.3\mu\text{m} \sim 12.6\mu\text{m}$) と同程度である。Fig. 6に

Fig. 6 Typical images of instantaneous scalar concentration field⁹⁾.

LIF によって得られた濃度場の画像を示す。撮影範囲は $16 \times 12 \text{ mm}^2$ であり、白色はローダミン B を表す。また、選択した図は撮影された画像のうち比較的完全混合に近いものであり、図中にコルモゴロフスケール ($=300 \mu\text{m}$) の大きさを示す。式 (6) の c_f の値を評価するために、Fig. 7 に $\overline{\varphi'^2}$ と $\overline{\varphi^2} - \overline{\varphi}^2$ との結合確率密度 (JPDF) の等高線分布を示す。本解析において、撮影した 1000 枚の画像のうち比較的完全混合に近い 200 枚から算出した。LES のフィルタ幅 $\overline{\Delta}$ には、0.2mm から 4 mm の間の 9 ケースを設定した。また、テストフィルタ幅は $2\overline{\Delta}$ とした。図より、フィルタ幅 $\overline{\Delta}$ が大きくなるにつれて c_f の最適値も大きくなり、慣性小領域の範囲に対応する $\overline{\Delta} \geq 1.0 \text{ mm}$ 以上で $c_f = 5.0$ となる。この $c_f = 5.0$ は 3 章で示した DNS から得られた値と完全に一致する。一方、 $\overline{\Delta} < 1.0 \text{ mm}$ ではフィルタ幅が粘性対流小領域に存在しており、一般的な LES で適用される慣性領域には存在しないため、式 (6) の関係が変化し c_f は 5.0 より小さくなる。よって、フィルタ幅が LES で適用される慣性小領域に相当する大きさに設定された場合、高シュミット数の液相乱流場は $c_f = 5.0$ が最適値であることが室内実験からも確認された。

5. LES による液相反応乱流場の再現計算

前章までにおいて、DNS や室内実験による PLIF により、液相乱流場では式 (6)、(7) 中の相関係数 c_f , c_f'

の値は 5.0 が最適値であることが確認された。最後に、SGS 反応モデルの入力値としてこれらの相関係数を使用した LES による液相反応乱流場の再現性について簡単に紹介する。

Michioka&Komori⁴⁾は、化学反応を伴う液相格子乱流場に対して、瞬間反応が起こる反応系には保存スカラに基づく SGS モデルを、適度に早い反応（化学反応と乱流混合の時間スケールが同程度）が起こる反応系には彼らが開発した SGS モデルを適用することにより、どちらの反応系に対しても、相関係数に $c_f = c_f' = 5.0$ を用いれば反応生成物質濃度を精度良く予測できた。Onishi & Komori²²⁾は、液相格子乱流場および混合層に対して、中立温度成層、安定温度成層、不安定温度成層と温度成層条件を変化させた場合の LES を実行した。その結果、温度成層条件に関係なく、 $c_f = 5.0$ を適用すれば反応生成物質濃度を精度良く予測できることを明らかにしている。Kurose et al.²³⁾は燃焼場で良く用いられる Flamelet model でも、入力値である SGS での濃度分散を $c_f = 5.0$ を適用して評価すれば、液相格子乱流場での反応生成物質濃度を精度良く予測できることを明らかにしている。

このように、液相乱流場での高解像度の濃度可視化によって得られた相関係数の値は、既存の SGS モデル²³⁾や平行反応^{24), 25)}にも応用可能であることから、今後、液相乱流場に対する LES への適用例がさらに増加することが期待される。

Fig. 7 Joint probability density functions of $\overline{\varphi'^2}$ and $\overline{\varphi^2} - \overline{\varphi}^2$.

6. おわりに

著者らが液相反応乱流場に適用可能な SGS 濃度分散のモデル化をする際に実施した DNS や室内実験による液相乱流場での濃度場の可視化例を紹介した。

液相反応乱流場ではシュミット数が大きいと、化学反応速度が比較的早ければ、ほとんどの化学反応は SGS で起こることになる。よって、反応効率を上げるためには、如何に効率よく小スケールの濃度むらをなくすかが大きな課題となる。今後は、本稿で紹介した手法などを応用して、実際の化学反応器や攪拌装置などの複雑な液相乱流場での詳細な混合反応メカニズムが可視化などにより解明されることを期待している。

最後に、本稿は、京都大学 小森悟先生、黒瀬良一先生、高垣直尚先生からのご指導・ご助言をはじめ、これらの事例に関連された方々のご協力のもとに実施した成果を解説させて頂いた。ここに記して、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 小森悟, 道岡武信: 乱流場での液相混合反応現象の正確な予測にむけて, ながれ, Vol.23 (2004) pp.149-158.
- 2) Schumacher, J., Sreenivasan, K. R., Yeung, P. K.: Very fine structures in scalar mixing, J. Fluid Mech., Vol.531 (2005) pp.113-122.
- 3) Michioka, T., Komori, S.: Large-eddy simulation of a turbulent reacting liquid flow, AIChE J., Vol.50, No.11 (2004) pp.2705-2720.
- 4) 酒井康彦, 岡田吉弘, 中村育雄, 小林紀久, 三輪昌隆: 軸対称乱流中の速度およびスカラー量の同時測定, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.65, No.634 (1999) pp.2000-2008.
- 5) 岡田吉弘, 酒井康彦, 小林紀久: 軸対称乱流噴流中の速度・スカラー相関の構造, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.67, No.664 (2001) pp.3085-3092.
- 6) Komori, S., Nagata, K., Kanzaki, T., Murakami, Y.: Measurements of mass flux in a turbulent liquid flow with a chemical reaction, AIChE J., Vol.39, No.10 (1993) pp.1611-1620.
- 7) Komori, S., Kanzaki, T., Murakami, Y.: Concentration correlation in a turbulent mixing layer with chemical reactions, J. Chem. Eng. Jpn., Vol.27, No.6 (1994) pp.742-748.
- 8) Ito, Y., Nagata, K., Komori, S.: The effects of high-frequency ultrasound on turbulent liquid mixing with a rapid chemical reaction, Phys. Fluids, Vol.14, No.12 (2002) pp.4362-4371.
- 9) Kurose, R., Takagaki, N., Michioka, T., Kohno, N., Komori, S.: Subgrid scale scalar variance in high-Schmidt-number turbulence, AIChE J., Vol.58, No.2 (2012) pp.377-384.
- 10) 星野晃一, 長田孝二, 酒井康彦, 鈴木博貴, 鶴飼涼太, 寺島修, 伊藤靖仁: 正方格子およびフラクタル格子乱流場における高シュミット数スカラー混合に関する実験的研究, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.78, No.799 (2013) pp.304-316.
- 11) 鈴木博貴, 長田孝二, 酒井康彦, 鶴飼涼太: 高 Sc 数スカラー乱流輸送に対する PLIF 計測の補正処理法 (励起光強度の時空間変化および量子収率の時間変化の非計測補正), 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.76, No.770 (2010) pp.1543-1551.
- 12) Suzuki, H., Nagata, K., Sakai, Y., Hasegawa, Y.: Fractal analysis of turbulent mixing in fractal-generated turbulence by planar laser-induced fluorescence, Phys. Scr., (2013) 014062.
- 13) Suzuki, H., Nagata, K., Sakai, Y.: Quantitative visualization of high-Schmidt-number turbulent mixing in grid turbulence by means of PLIF, J. Vis., Vol.15 (2012) pp.109-117.
- 14) Samgorinsky, J.: General circulation experiments with the primitive equations, Mon. Weather Rev. Vol.91, No.3 (1963) pp.99-164.
- 15) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W. H.: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Phys. Fluids Vol.3, No.7 (1991) pp.1760-1765.
- 16) Schumann, U.: Large-eddy simulation of turbulent diffusion with chemical reactions in the convective boundary layer, Atmos. Environ. Vol.23, No.8 (1989) pp.1713-1727.
- 17) Sykes, R. I., Henn, D. S., Parker, S. F., Lewellen, W. S.: Large-eddy simulation of a turbulent reacting plume, Atmos. Environ. Vol.26A, No.14 (1992) pp.2565-2574.
- 18) Cook, A. W., Riley, J. J.: A subgrid model for equilibrium chemistry in turbulent flows, Phys. Fluids, Vol.6, No.8 (1994) pp.2868-2870.
- 19) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, Inc. (1975), pp.790.
- 20) 笠木伸英: 乱流工学ハンドブック, 朝倉出版 (2009) pp.628.
- 21) Chen, S., Doolen, G.D., Kraichnan, R. H., She, Z.: On statistical correlations between velocity increments and locally averaged dissipation in homogeneous turbulence, Phys. Fluids, Vol. A5, No.2 (1993) pp.458-463.
- 22) Onishi, R., Komori, S.: Thermally stratified liquid turbulence with a chemical reaction, AIChE J., Vol.52, No.2 (2006) pp.456-468.
- 23) Kurose, R., Michioka, T., Kohno, N., Komori, S., Baba, Y.: Application of flamelet model to large-eddy simulation of turbulent reacting liquid flow, AIChE J., Vol.57, No.4 (2011) pp.911-917.
- 24) Makowski, L., Baldyga, J.: Large eddy simulation of mixing effects on the course of parallel chemical reactions and comparison with $k-\epsilon$ modeling, Chem. Eng. Prog., Vol.50 (2011) pp.1035-1040.
- 25) Makowski, L., Orsiuch, W., Baldyga, J.: Large eddy simulation of mixing effects on the course of precipitation process, Chem. Eng. Sci., Vol.77 (2012) pp.85-94.