26 トレーサ法による実験結果の画像処理と解析

大阪大 基礎工 近江和生^{*}, 今市憲作, 島海基忠Image Processing and Analysis of Two-dimensional Vortex Flow Visualized
by means of Tracer MethodKazuo OHMI^{*}, Kensaku IMAICHI^{*}, Mototada TORIUMI^{**}

The flow visualization technique has the advantage of displaying the whole flow field at one time whether steady or unsteady. In this study, Kármán vortex flow past a circular cylinder at $Re=100$ is made visible by means of tracer method in order to obtain instantaneous velocity vector distributions. A large number of tracer paths on photographs are processed by the use of a digitizing tablet whose output signals are put into the micro computer system. The computer calculates mesh point velocity vectors as well as stream function, vorticity, and pressure values after the method used in numerical experiments. All the results are presented on the CRT display in the form of contour lines. Some consideration is made as to vortex development and dissipation behind a cylinder.

1. まえがき

前報¹⁾において、トレーサ法による可視化の画像から流れ場の定量的表現を得る手法並びに二三の処理例を紹介した。トレーサの動きを適当な露光時間で撮影し、画像上に見られる数多くの軌跡をその位置における速度ベクトルと見なして、数値実験でしばしば用いられる方法により円柱まわりの流れ関数、うず度、圧力の分布を調べた。

本報では同じ処理方法を用いて、定速で運動を続ける円柱から発生するカルマンうず ($Re \sim 100$) の流れの時間的变化を定量的に詳細に調べることができたので、その結果について報告する。また処理システム自体、とりわけコンピュータのソフト面で大幅な改良を加え、より良い精度と作業能率とを得ることが可能になったので合わせて報告する。

2. 実験装置と画像の処理

2-1. カルマンうずの可視化と撮影

可視化の実験に用いた曳行式水槽の全体図を Fig. 1 に示す。トレーサには市販のアルミ粉 (箔製粉末) を水中散布で使用し、照明は水槽中央部に設けたスリットから平面光を入射する、いわゆる光切断法により行なった。撮影はモータ・ドライブ機構を備えた 35mm カメラで Fig. 2 に示す位置から行なった。撮影の時間

^{*} Faculty of Engineering Science, Osaka University; Machikane-yama, Toyonaka, Osaka.

^{**} Canon Inc., Ohta-ku, Tokyo.

間隔は、外部よりCR発振器の信号を入れて細かく制御した。

時間間隔を設定するために、本実験に先立ってうずの流出周期を測定した。方法は次の通り。コンデンス・ミルク法による可視化の画像を経過時間とともにVTR装置で録画する。円柱の背後でうずが巻込み始めると、それまでゆるやかな弧を描いていた流脈線が一点を中心に急速に屈曲を開始する。したがって、例えば曲り角が90°になる瞬間の時刻を画面上で読み取れば、うずの流出周期をかなり正確に測定することができる。Fig.3に録画した画像の一例を示す。この方法で測定した $Re \sim 100$ のカルマンうずの流出周期はおよそ21秒であった。

本実験では同じ状態のカルマンうずを $1/6$ 周期、すなわち3.5秒間隔で連続的に撮影した。シャッタ速度は $1/1$ 秒とし、ストロボ接点の開鎖時間から露光時間を電氣的に正確に測定した。Fig.4に露光時間の測定回路を示す。撮影フィルムの中から、6コマの時間的に連続する画像を選んで四切の大きさに引伸ばして焼付けた。印画紙は最硬調の4号とし、樹脂加工を施したRC紙を使用した。RC紙は温度、湿度の影響による伸縮が少ない。

2-2. 画像からの速度ベクトルの読み取り

以上の6枚の写真上に見られるアルミ粉の軌跡とその位置における速度ベクトルと見なし、各時刻における瞬時速度分布を求めた。個々の軌跡の読み取りにはデジタイザを使用し、始点、終点を明確に識別できるすべての軌跡について、それらの座標を人間の目で確認しながらマイクロ・コンピュータに入力した。そしてFig.5に示す方法で各々の速度ベクトルの位置の座標、およびx, y方向の分速度を決定した。その際座標原点は円柱中心に定めた。写真画像に含まれる光学的な歪に関してはあらかじめ較正式を実験的に求めておいて、得られた速度ベ

1. Motor with Variable Speed
2. Wire Drum
3. Steel Wire
4. Water Tank
5. Rail
6. Time Count Equipment
7. Towing Carriage
8. Test Cylinder
9. Slit
10. Illuminator

Fig.1 Experimental Apparatus.

Fig.2 Position of Camera.

Fig.3 Measurement of Vortex Shedding Period.

Fig.4 Circuit for Exposure Time Measurement.

Fig.5 Definition of Velocity Vector.

クトルのデータを補正した。Fig. 6 に原写真と、それを処理して得た速度分布の一例を示す。

2-3. 格子点流速

次に行なう数値計算のために流れ場全体に正方格子を想定し、個々の格

Fig. 6 A Sample of Velocity Vector Distributions.

子点における速度ベクトルを周囲に存在する数個のベクトルから内挿することを考えた。内挿は線形補間により行ない、誤差をできる限り小さくするために最小自乗法を適用した。すなわち格子点 $(0,0)$ における速度 (u,v) と測定点 (ξ_i, η_i) における速度 (u_i, v_i) との間に線形関係

$$u_i = u + \frac{\partial u}{\partial x} \xi_i + \frac{\partial u}{\partial y} \eta_i \quad (1) \quad , \quad v_i = v + \frac{\partial v}{\partial x} \xi_i + \frac{\partial v}{\partial y} \eta_i \quad (2)$$

を仮定して、両辺の残差の二乗が最小になるように u, v の値を決定した。格子間隔については数種類の計算を試みた結果、今回は 5 mm (実際の流れ場のスケール) の間隔で精度の良い結果を得た。この長さは円柱直径の $1/4$ に相当する。

2-4. 流れ関数, うず度, 圧力の計算

格子点 P での流れ関数 ψ_P は、Fig. 7 に示すように基準点 O での値を ψ_0 として、

$$\psi_P = \int_0^P (u dy - v dx) + \psi_0 \quad (3)$$

となる。したがって基準の格子点および ψ_0 の値を決め、順次積分を行えば全格子点での流れ関数が計算できる。今回の処理では積分誤差をできる限り小さくするため、基準点を画面中央の格子点にとり ψ_0 の値を 0 とした。積分経路は何通りかの方法を試みた結果、Fig. 8 に示すように定めた。すなわち基準点を通る二本の直交する格子線上では単一方向に積分し、それ以外の格子点では x, y 二方向からの積分値を平均する方法である。

格子点 $P(i, j)$ でのうず度は、次に示す差分式近似を行なって計算した。

$$\omega = -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

$$\omega_{ij} = -\frac{u_{i+j-\frac{1}{2}} - u_{i-j-\frac{1}{2}}}{\delta y} + \frac{v_{i+\frac{1}{2}j} - v_{i-\frac{1}{2}j}}{\delta x} \quad (5)$$

ここで $\delta x, \delta y$ はそれぞれ x 方向, y 方向の格子間隔である。添字 $1/2$ をもつ分速度には格子間の平均値を代入した。

Fig. 7 Stream Function.

- Starting Point ($\psi_0=0$)
- Integration in x or y direction
- Integration in x and y direction (averaged)

Fig. 8 Integration Paths.

圧力分布はナヴィエ・ストークスの運動方程式から求めた。すなわち

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{V} \quad (6)$$

を成分表示し、左辺の非定常項を無視すると、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

となる。ここで ρ は流体の密度、 ν は動粘性係数である。(7), (8) 式を差分式近似して右辺の圧力勾配を各格子点について求め、基準の格子点から順に積分して、全格子点の圧力を計算した。積分の開始点は画面中央の格子点とし、圧力を $P U_\infty^2$ (U_∞ は円柱速度) とした。積分経路は先と同様に考え、Fig. 8 の方法に従った。

計算した流れ関数、うず度、圧力の値はそれぞれ

$$\psi^* = \frac{\Psi}{U_\infty d}, \quad \omega^* = \frac{\omega}{U_\infty / d}, \quad p^* = \frac{P}{\rho U_\infty^2}$$

のように無次元化した。さらに格子間の値を線形補間して流線、等うず度線、等圧線を得た。なおこれらの結果はすべて、コンピュータのCRT画面上に表示した。

3. 実験結果と考察

カルマンうずの可視化の写真を Fig. 9 に示す。カメラは移動台車に固定して撮影した。従ってこれ进行处理して得られた速度分布 Fig. 10 および流線分布 Fig. 11 は物体に対して静止した座標系(以後物体静止系と呼ぶ)から観測した結果を表わす。計算過程で円柱速度 U_∞ を合成すると、流体に対して静止した座標系

Fig. 9 Sequence of Kármán Vortex Flow for $Re=100$ (from upper to lower).
 $\Delta t=3.5\text{sec}$, Exposure Time=0.89sec.

Table 1 Summary of Parameters.

Diameter d	20.15 mm
Velocity U_{∞}	5.53 mm/s
Re	99.79
Time Interval	$T/6 = 3.5$ s
Mesh Interval	$d/4 = 5$ mm
Mesh Points (U, V, ψ)	35×19
(ω, p)	33×17

(以後流体静止系と呼ぶ)から観測した場合の速度分布 Fig.12 および流線分布 Fig.13 が得られる。Fig.14, 15 はそれぞれうず度, 圧力の分布を表わしたものである。Table 1 に実験条件および計算処理条件を示す。

3-1. 可視化の写真と速度分布, 流線分布

Fig.10 Velocity Vectors for the Same Time Stage as in Fig.9.

Fig.11 Streamline Configurations derived from Fig.10.

Fig.12 Velocity Vectors with additional U_{∞} .

Fig.13 Streamline Configurations derived from Fig.12.

Fig.14 Vorticity Distributions.

Fig.15 Pressure Distributions. (Relative Values)

Fig.9~11 から明らかなように、物体静止系から流れを見た場合いわゆるうず列の形状は認識できない。円柱背後で交互に発生するうずは、円柱近傍で十分に成長すると、円柱から離脱し水路の中心線から見て反対側の領域に深く侵入する。それが周囲を流れる速い速度の自由流によって次第に加速され、それにつれて流線形状が Ω 字形、 Λ 字形と変化し、下流では波状の流線群を形成する。流体静止系からこれを観察すると、Fig.12,13 に示すように流れの認識が大きく異なる。これらの図では速度の速い伴流の両側で交互にうずが

生じ、下流で規則正しい配置をもつ、いわゆるカルマンうず列を形成するのが観察される。そして物体静止系で見られた液状の流線が山部および谷部を形成する位置に、流体静止系でのうず中心が存在する。

3-2. うず度分布とうずの循環量

上述のようにごく一般的なカルマンうず列も、速度分布や流線の分布で表現する限りは、座標系により観察できない場合が生じて不都合である。その点うず度は観測系によらない物理量であるので、流体のうず運動を客観的に表現することができる。

Fig.14の等うず度線図では円柱近傍でのうず度の集中、下流域への拡散とうずの離脱、交互に流出したうずの干渉等が明確に示されている。第一、第二番目の図の段階では、円柱背後に蓄積するうず度は明らかに上側が集中傾向にあり、下側が拡散傾向にある。集中側のうずが大きく成長するにつれて次第に反対側の拡散側のうず領域へ侵入して、くびれを生じさせる。拡散側のくびれが著しくなるとついにうずの離脱が生じ（第三番目の図）、下流へ流出する。円柱側に残った方のうずは大きく成長した反対側のうずの影響でうず領域を拡大することが困難になり、この時点で集中傾向に転じる。これをくり返すことによって下流に反対符号の集結うずが交互に配置する。

円柱から流出したうず度の集合は下流に進むにつれて拡散し、最終的には消滅する。このようなうずの集中、拡散を調べるために、うず度のピーク値と主流方向の距離との関係を示したのが Fig.16 である。 $X/d=0$ は円柱中心を表わす。円柱近傍ではうず度の値の精度が低下するのでバラつきが大きいが、円柱中心から約 $1.5d$ 下流で強度のうず度集結が生じ、 2.4 前後のピークを形成することがわかる。この値が半減するのは下流 $7d$ の付近である。

さらに個々のうずの総循環量を求め、うずの強さの変化を調べることを考えた。Fig.14に見られる等うず度線を多角形で近似し、うず度の絶対値が 0.2 以上の部分についてその囲む面積をコンピュータで計算してうず度の値に乗じた。これを d^2 で除して無次元化した循環量 $\Gamma^* = \Gamma / U_\infty \cdot d$ を求めた。うず度の絶対値が 0.2 以下の領域では等うず度線の精度がかなり低下するので無視した。この方法で円柱背後に集結する流出前のうずの循環量の時間的変化を調べた結果が Fig. 17 である。

Fig.16 Variation of Peak Value of Vorticity with X/d .

Fig.17 Variation of Total Circulation of Vortex Concentrated around the Cylinder within One Period of Shedding. ($\Gamma^* = \Gamma / U_\infty \cdot d$)

うず流出一周期の間にうず度は蓄積されて循環量は次第に増し、うず流出によって始めの循環量に戻る。Fig. 17 の曲線の傾きから判断するとうずの生成率は一周期の間に時間とともに小さくなり、うず流出の直前に最小となる。しかしこれは下流に広がったうず度が拡散、減衰をおこして、総循環量が見かけ上増加しないためと考えられる。うずの生成率が一周期の間で一定であるとすれば、その値はうず流出の瞬間の時刻における曲線の傾きで与えられる。Fig. 17 に示した接線から明らかなように、うず度がこの生成率を維持しながら蓄積した場合、一周期の間に円柱の片側から発生する循環量はおよそ 4.6 となる。流出うずの実際の循環量は約 2.6 であるから、うずの集結率 c は

$$c = \frac{2.6}{4.6} = 0.565$$

となる。うずの集結率の報告例として、今市・刃田²⁾の理論解析では 40% ($Re \sim 100$)、Berger³⁾の実験では 40% ($Re = 150 \sim 200$)の値が見られる。今回の測定値はこれらに比べると多少大きい、円柱前半部分の循環量を考慮していないこと、およびうず度の絶対値が 0.2 以下の領域を無視したこと等を考慮すれば妥当な値であると考えられる。

3-3. 圧力分布

Fig. 15 の等圧線図はすべて、画面中央の格子点での圧力 p^* の値を 1.0 として積分計算したために、図中の数値から同一箇所における圧力の時間的变化を知ることができない。しかし各時刻における後流中の圧力の高低、圧力勾配等は明確に示されている。今回の結果は物体静止系による流線図 Fig. 11 から説明することができる。すなわち流線曲率の定理から予想される通り流線が曲率を有している箇所では湾曲の内側が低圧部、外側が高圧部を形成する。しかも流線の曲率が大きい部分では遠心力も大きくなって、圧力勾配が急になる傾向が認められる。

3-4. 精度の評価

今回の画像処理における精度上の問題点は大きく分けて二つある。第一は写真から軌跡を読み取る際の実験測定誤差、第二は線形近似等による計算誤差である。

読み取り測定誤差に関しては、正確な長さが判明しているトレーサの軌跡を撮影、画像処理して検定を行なった。その結果、測定誤差は実際の流れ場のスケールで最大 $\pm 0.4 \text{ mm}$ に達することがわかった。したがって長さ数 mm 程度の短い軌跡を読み取る場合、誤差率がかなり大きくなることも考えられる。この影響を調べるために、写真画像から得た処理前の速度分布のデータに、最大 $\pm 0.4 \text{ mm}$ の誤差をランダムに付加して計算結果を比較した。誤差の分布は正規分布を仮定した。その結果格子点速度の一部が 10% 前後変化したものの、流れ関数、うず度、圧力の計算結果にはほとんど変化が見られなかった。

計算誤差については次に述べる方法により検定を行なった。

2). 今市, 刃田: 第26回応用力学連合講演会, 抄録集 (1976)

3). Berger: Zeit. Flugwissenschaft, 12 (1964) -127-

- 1). 格子間隔を変えて計算する。
- 2). 最小自乗法により求めた結果について、測定値と較正值とを比較する。
- 3). 計算で求めた流線図を原写真に重ねて、直接比較する。
- 4). 積分経路を変えて計算を行なう。異なる経路による積分値を比較する。
- 5). 個々の格子領域について、連続の式の充足度を調べる。すなわち、

$$\varepsilon = \left| \frac{\frac{\partial v}{\partial x}|_{ij} \delta x \cdot \delta y + \frac{\partial v}{\partial y}|_{ij} \delta y \cdot \delta x}{U_{\infty} \cdot \delta y} \right| \quad (9)$$

の値を計算する。

その結果得た結論は次の通りである。

- 1). 格子間隔を過度に小さくすると計算精度が悪化する。
- 2). 円柱近傍の格子点では、内挿した速度ベクトルの精度が低い。またその影響が流れ関数、うず度等の結果に現れる。
- 3). 全体的に流れ関数（流線）の計算精度は良好である。
- 4). うず度の計算では、部分的に格子間隔を小さく設定すべきである。格子の粗さの影響でうず度の局所的なピークが平滑化している領域があった。
- 5). 圧力分布の計算結果は少くとも定量的には問題がある。格子間隔を変えて計算を行なうと、圧力場の定性的傾向は同じながら等圧線の間隔にかなりの差異が生じた。この原因は基礎式の非定常項を無視した点にある。

4. あとがき

この処理を実行するにあたっては画像処理技術とコンピュータのソフトウェアの開発に依存する所が大きく、筆者らは一応その本質的な展開を試みると共に、流体力学の実験における一つの新しい可能性に注意を喚起した。画像処理の作業能率という点でデジタイザを用いた速度ベクトルの読み取りに若干の問題があるが、いわゆる画像処理装置およびその周辺機器の現状を考慮すると、現段階では最も軽便でしかも精度的にすぐれた入力方法であると考えられる。精度の向上には、可視化の装置全体を大型化して流れのスケールを拡大しトレーサの密度を高めること、撮影機器を大型化して解像度の良い引伸ばし画像を得ること、コンピュータの記憶容量を増大すること等が必要である。それにより測定誤差が減少すると共に、細かい格子分割が可能になって計算誤差も小さくなるからである。

謝辞

この研究を進めるにあたりコンピュータ・システム、とりわけ画像処理機器に関して、当研究室の植村知正助教授のご指導を頂いた。ここに感謝の意を表します。また理論解析、計算処理の面で数々の有益な助言を頂いた羽田栄一氏に合わせて感謝致します。