実験と直接比較できるような計算をすると、どうしても3次元の Navier-Stokes 方程式を解くことと同等以上の手間がかかり、現在のところ平行平板間の乱流の計算が主である。この最初のもは Deardorff²⁾ によるが、最近 Horiuti et al.³⁾ および Moin & Kim⁴⁾ によって大変興味深い結果が得られた。両者とも壁の近くで格子を十分こまかくし、すべりなし条件を課している。他の2方向は計算の便宜上周期条件を用いている。格子点数は、前者が $16 \times 16 \times 21$ 、後者が $64 \times 64 \times 128$ であり、計算時間はそれぞれ約3時間/M200H、80時間/ILLIAC IV (≈ 2000 時間/M200H) である。両者の大きな格子点数のちがいにもかかわらず、きわめてよい一致がみられた。図2³⁾ は直接実験と比較し得る流体粒子の軌跡であり、バーストおよびスロープが初めて数値的にとらえられている。図3⁴⁾ は壁近くの主流方向の速度変動(a)、

圧力(b)、渦度変動(c)の等高線である。これらの量は実験的に可視化することはほとんど不可能であり、数値計算のみによって可能な可視化法といえる。このような可視化法の中に、将来、新しい現象が数値計算によって発見される可能性が秘められている。

文 献

- 1) Fox, D. G. and Orszag, S. A.: Pseudospectral approximation to two-dimensional turbulence. J. Comput. Phys. 11 (1973) 612-9
- 2) Deardorff, J. W.: A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. J. Fluid Mech. 41 (1970) 453-80
- 3) Horiuti, K. and Kuwahara, K.: Study of incompressible turbulent channel flow by large eddy simulation. Lecture Notes in Physics 170 (1982) 260-265, Springer-Verlag
- 4) Moin, P. and Kim, J.: Numerical investigation of turbulent channel flow. J. Fluid Mech. 118 (1982) 341-77

離散渦法によるはく離および再付着流れの解析*

木谷 勝**, 佐々木久郎**, 大道隆志**

Discrete-Vortex Analysis of Separation and Reattachment Flows

Masaru KIYA, Kyuro SASAKI, Takashi OMICHI

1. はじめに

離散渦法は、高レイノルズ数におけるはく離流れの解析に有効である。本報では、これを厚板前縁の2次元はく離泡¹⁾ および傾斜よどみ流れにおける渦糸の3次元変形過程²⁾ に適用した結果を示す。

2. 二次元はく離泡

直角の角をもつ、厚さ $2H$ の半無限平板が、速度 U_∞ の一様な流れの中におかれている。角からはく離した境界層の渦度を、渦点の分布で近似す

ると、流れの複素ポテンシャル W は

$$W = (H/\pi) U_\infty \zeta + i(2\pi)^{-1} \sum_{j=1}^n \Gamma_j \{ \ln(\zeta - \zeta_j) - \ln(\zeta - \bar{\zeta}_j) \}$$

$$z = (H/\pi) \{ (\zeta^2 - 1)^{1/2} - \cosh^{-1} \zeta \} + iH,$$

$$i = (-1)^{1/2}$$

である。ただし、物理面 $z = x + iy$ の原点は平板前面の中心で、主流方向を x 軸、これと垂直に y 軸をとる。渦 j ($= 1, 2, \dots, n$) の速度は、

$$W_j = W - i(2\pi)^{-1} \Gamma_j \ln(z - z_j)$$

とするとき、

$$dW_j/dz = (dW_j/d\zeta)(d\zeta/dz)$$

である。任意の時刻 t における渦 j の位置を $z_j(t)$ とすれば、 δt 時間後の位置 $z_j(t + \delta t)$ は

*原稿受付 昭和58年1月31日

**北海道大学

$$z_j(t+\delta t) = z_j(t) + (\delta t/2) \left\{ \frac{3(dW_j/dz)_t}{-(dW_j/dt)_{t-\delta t}} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

によって計算できる。

2個以上の渦の間隔が、 $\sigma (=0.05H)$ よりも小さくなったときは、渦による誘起回転速度を、 $\Gamma/(2\pi\sigma)$ の一定値とした。はく離点近傍から導入される渦の強さ Γ_n は、 $\Gamma_n = (1/2)U_\infty^2 \delta t$ である。 U_∞ は、はく離点における境界層外縁の速度に対応するもので、 $z_s = i(H+\epsilon)$ (ϵ は実数) の位置の速度とする。導入される渦の中心を $z_n = i\{H+(\epsilon/2)\}$ とすれば、 ϵ の値は、平板の角に対する Kutta の条件から、各時間ステップごとに自動的に決定される。

はく離泡内部での渦度の乱流拡散を模擬するために、渦の循環 Γ_j を

$$\Gamma_j = \Gamma_{j0} \{1 - \exp[-15.0/(U_\infty t_j/H)]\}$$

によって減少させた。ここに、 t_j は渦 j が導入されてからの時間、 Γ_{j0} は導入時の循環である。この計算では、平板表面でのすべりなしの条件を満足させることができないので、これを補償するた

めに、すべての渦点に $0.0125U_\infty$ の y 方向速度を付加した。また、平板表面からの距離が $0.02H$ よりも小さくなった渦は、流れの場から除去した。渦点移動の時間間隔は $0.16H/U_\infty$ 、渦を導入する間隔は $0.32H/U_\infty$ とした。

$tU_\infty/H=0$ (流れの開始時点) から 300 までの計算には、HITAC M180/M200 で約30分の CPU 時間を要する。計算結果の 1 例を図 1 に示す。

この方法の特徴は、高レイノルズ数流れを扱うこと、渦度のある領域にのみ計算を集中できることなどであるが、反面、非粘性流体の方程式を用いるため、固体壁上でのすべりなしの条件を正確に満足させることが困難である。

3. よどみ流れにおける渦糸の変形

はく離泡内の渦糸には、軸方向に周期的な変形が生じ、これが再付着点近傍で急速に増幅される。この現象を理解するための一助として、傾斜よどみ流れの領域における、渦糸の 3 次元変形を、Biot-Savart の法則にもとづいて計算した。傾斜

図1 はく離泡内の渦構造。線分は渦点の軌跡を示す (a) 平板に固定した座標系、(b) 平板に対し $0.5U_\infty$ で下流側に移動する座標系

図2 傾斜よどみ流れにおける渦糸の3次元変形。破線およびZ軸で囲まれる平面は、よどみ流線を含む面を示す

よどみ流れの流れ関数 ϕ は、 $\phi = axy + ay^2 \cot \alpha$ である。ここに、 a は定数、 α はよどみ流線（直線）と x 軸との角度である。座標系および、傾斜よどみ流れの概略を図 2 に示す。

3 次元計算では、軸方向における無限個の波長を取り扱うことが困難なので、注目している渦糸の 1 変形波長の両側にさらに 1 波長ずつ追加し、これらを $z = \pm \infty$ までのびる直線渦糸に接続した。注目した 1 波長を N 個 ($N=20$) の要素に分割し、 $(N+1)$ 個の節点の移動を追跡して、渦糸の変形を求める。節点 j ($j=1, 2, \dots, N$) の位置ベクトル $\mathbf{R}_j$ の時間変化は、Biot-Savart の法則から、次式によって与えられる^{2,3)}。

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_j &= d\mathbf{R}_j/dt \\ &= \frac{\Gamma}{4\pi} \left\{ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m-1, m}}^N \mathbf{F}_1(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_m, \mathbf{R}_{m+1}) + \mathbf{F}_2(\mathbf{R}_j) \right\} \\ &\quad + \mathbf{G}(\mathbf{R}_{j-1}, \mathbf{R}_j, \mathbf{R}_{j+1}) + \mathbf{V}(\mathbf{R}_j) \end{aligned}$$

ここに、 $\mathbf{F}_1$; $\mathbf{R}_j$ の両側の渦糸要素以外の要素からの寄与、 $\mathbf{F}_2$; 2 本の半無限渦糸からの寄与、 $\mathbf{G}$; $\mathbf{R}_j$ の両側の渦要素からの寄与、 $\mathbf{V}$; 傾斜よどみ流れからの寄与、である。渦糸の各要素の体積は一定であること、および粘性による渦核の拡散を考慮すれば、要素 j の渦核半径 δ_j の時間変化は、次式で近似できる³⁾。

$$\frac{d\delta_j^2}{dt} = 4\nu - \delta_j^2 \frac{d}{dt} \ln |\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j|$$

ここに、 ν は動粘性係数である。なお、節点の移動は、式(1)と同様に行った。

実際の計算にあたっては、代表長さを $2\delta(0)$ (初期渦核直径)、代表速度を $2a\delta(0)$ として、すべての変数、パラメータを無次元化した。時間間隔 $\delta t = 0.05$, $\nu = 0.01$, $\delta(0) = 0.5$, $\Gamma/(2\pi) = 5$, 初期振幅 2.0, 渦糸の中心をよどみ流線上においたときの結果を、図 2 に示す。なお、初期変形は yz 面に平行とした。渦糸の著しい伸長および渦輪の形成が認められる。

$t=0$ から 3.5 までの計算には、HITAC M180/M200 で約 3 分の CPU 時間を要した。この方法の特徴は、高レイノルズ数の 3 次元流れを計算できることである。ただし、固体壁面でのすべりなしの条件は満足されていない。

文 献

- 1) M. Kiya, K. Sasaki & M. Arie: J. Fluid Mech., 120 (1982), 219
- 2) 木谷, 大道: 日本機械学会北海道支部第 24 期総会講演会, No. 832-1 (昭 58-3), 55
- 3) A. Leonard, Lecture Notes in Physics, vol. 35 (1975), 245, Springer

分岐集合部を有する管内非定常流の一解析法*

足立 武 司**

A Numerical Method of Unsteady Flows Analysis in a Duct with Junction

Takeshi ADACHI

1. 目 的

レシプロエンジンにおける吸排気管内の脈動流解析に、マニホルドの形状効果を適切に入れるため、FEM 的な流れ解析法——変形 FLIC 法——を適用し、実験との対比計算を行った¹⁾。以下に

その概要を述べる。

2. 数値計算法

2.1. 基礎式

2 次元流れの圧縮性ガスを仮定すると、基礎式は積分表示で次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{F} dS \left(= \frac{\partial}{\partial t} \int_s \mathbf{F} dS + \int_c \mathbf{F} \mathbf{V}_n ds \right)$$

*原稿受付 昭和 58 年 1 月 28 日

**三菱重工業 船長崎研究所