同一対称軸上を並進する渦輪の干渉*

山 田 日出夫**

Interaction of Vortex Rings Travelling Along A Common Axis

Hideo YAMADA

ABSTRACT

This paper describes interaction of vortex rings, whose number ranges 3 to 20, travelling along a common axis. A train of rings were produced by using a computer-aided plunger drive, whose apparatus made generation of each vortices controllable in principle.

Smoke visualization method was utilized, and the motion of vortices was analyzed. The results were compared with those based on perfect fluid theory.

Several specific features of the interactions were clarified; especially, it was found that the merging location of two vortices was jittering in space, and its feature was quite different from that of the theory. Finally, the problems involved in the apparatus were pointed out.

1. まえがき

同一対称軸上を並進する渦輪による流れは、3次元渦の相互干渉を考える場合、最も基本的なものと考えられる。

筆者は、以前、2個の渦輪の相互追抜き問題¹⁾、²⁾、³⁾を実験的に調べたが、その数が3個、4個と順次増えるにつれて干渉の様子がどのようなものかについては、その後の課題として残されていた。

筆者は、これまで渦輪列の報告をしてきたが、そこで用いた実験装置は、スリットを持つ回転円板で噴流を断続する方法によって渦輪列を作り出すものであった。これは、無数の渦輪を連続的に発生させるのに都合のよい物ではあるものの、“限定された”数の渦輪を発生させることは、その性質上簡単ではない。最近、大島⁶⁾によって渦

輪列の運動が実験的に調べられているが、渦列を発生させるに際して、個々の渦を制御しているというよりも、噴流を短時間出すことによって自動的に数個の渦輪を生成させる方法をとっている。

そこで、今回、20個程度までの渦輪を発生させるのに、プランジャーを使って容器内の空気を円形オリフィスから間欠的に噴出させる方法を試みた。この装置は、具体的には、ステッピングモータによって駆動される角ねじを介してプランジャーを押すことにより、個々の渦輪について厳密に制御し、発生させることを意図したものである。これによって、数の上から言えば、筆者らのこれまでの実験装置では実現できなかった範囲の個数の渦干渉を観察することが原理的には可能になった。

ところで、個々の渦の特性（すなわち、循環値、ならびに渦輪の直径と渦核直径の比）が渦列の干渉モードに大きな影響を持つことが容易に想像されるが、それらの特性を決めるのは、渦発生

*原稿受付 昭和61年10月9日

**名古屋工業大学

装置に他ならない。したがって、装置にかかわる渦発生の問題点についても触れておく。

2. 完全流体にもとづく渦輪の運動

ここでは、渦輪の相互誘導速度を求めるにあたって、Helmholtz によって得られた式⁷⁾を用いる。

$$u = -\frac{\Gamma}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{x}} \frac{dU}{d\kappa} \kappa \frac{z-c}{(g+x)^2 + (z-c)^2} \quad (1)$$

$$w = \frac{\Gamma}{4\pi x} \sqrt{\frac{g}{x}} \left\{ U + \frac{dU}{d\kappa} \kappa \frac{(z-c)^2 + g^2 - x^2}{(g+x)^2 + (z-c)^2} \right\} \quad (2)$$

ここに、

$$\kappa^2 = \frac{4gx}{(g+x)^2 + (z-c)^2}$$

$$U = \frac{2}{\kappa} (F - E)$$

$$\frac{dU}{d\kappa} = \frac{2 - \kappa^2}{\kappa^2(1 - \kappa^2)} E - \frac{2}{\kappa^2} F$$

F , E は、それぞれ引数を κ とする第 1 種、ならびに第 2 種の完全楕円積分である。 Γ は、渦輪の循環、 (g, c) は渦核の位置座標、 (x, y) は、渦輪が流速を誘起する任意の点における座標である。

つぎに、渦輪の自己誘導速度を求めるにあたっては、Lamb⁸⁾ によって与えられた式

$$w_s = \frac{\Gamma}{4\pi g} \left\{ \ln \left(\frac{8g}{\varepsilon} \right) - 0.25 \right\} \quad (3)$$

を用いる。ここに、 ε は渦核の半径である。 ε は、Helmholtz の渦定理により次式を満足する。

$$\varepsilon_0^2 x = \varepsilon_0^2 x_0 \quad (4)$$

ここに、 ε_0 , x_0 は初期値を示す。

なお、本理論は本質的には、渦核を渦系（断面積 0）で置きかえて計算しているモデルであり、渦核の直径の情報は自己誘導速度の計算においてのみ用いる。また、渦核の直径は、初期値において渦輪の直径の 20% と仮定している。

このような完全流体にもとづく単純なモデルであえて渦輪列を計算する意義については、以下のように考えられる。粘性を持った実在流体での渦

輪列の干渉は、詳細に観察すれば、いろいろなタイプの干渉モードに分けられる⁹⁾。すなわち、実際の渦輪列の干渉では、渦レイノルズ数 Γ/ν とストローハル数 nD/u （ここに n は単位時間あたりの渦発生個数、 D と u はそれぞれ渦輪が単独時に持つ直径と並進速度）に依存するので⁹⁾、どの干渉モードが最も基準的な渦輪列であるというような議論はできない。

それに対して、前述の完全流体を仮定した渦輪のモデルは一つの極限的、かつ理想化されたものであり、渦輪列の干渉の特徴を論ずるにあたって比較の基準対象として考える際には、簡便であると同時に判りやすいものである。また、実在の干渉現象に見られる粘性効果は、このモデルとの比較によってかえって明瞭に示されるものと考えられる。

以下に、上述の理論を用いて渦輪干渉の基本的特徴について見ていくことにする。

2.1 3 個の渦輪の干渉による軌跡

渦輪の干渉で最も基本となるものは、2 個の場合である。周知のように、この場合は図 1(a)に示されるように、相互に追抜きを行い、その軌跡は厳密に周期性を持ったものである。

なお、図中で 1 と記した渦は、 $z=0$ の平面上に最初に置かれ、 $z=5\text{cm}$ の所まで並進した時に、次の渦輪 2 が $z=0$ の平面に置かれるものとする。

Fig. 1 Trajectories of vortex rings under mutual interaction; (a) the case for 2 vortices, (b) the case for 3 vortices.

以下の数値シミュレーションにおいて渦の個数が増える場合でも、渦発生は上述のようにして順次起こるものとする。

さて、3個の渦干渉の場合には、図1(b)に見られるごとく、2個の場合とは違って運動は非周期性を持つことである。これが3個以上の渦干渉で見られる第1の特徴である。さらに、同図で見られるように、第1と第2の渦輪は、少なくとも図示されている z の値の範囲内ではペアを組んで運動する。このように、渦がペアを組み易いこと、すなわち、渦のペア性が第2の特徴である。

2.2 渦発生時間々隔の影響

渦輪の持つ諸特性を一定にしたままで、続いて発生する二つの渦の発生時間々隔 T_m を短縮していけば、相互干渉が強められる。すなわち、 n の増大に伴い、明らかに相互干渉が促進されるが、その様子を図2(a), (b)に示した。ここでは、横軸に時間軸をとり、縦軸には進行方向の座標をとり渦輪の位置を示している。

なお、図1, 2における計算条件を表1に示す。

3. 実験装置と方法

Fig. 2 Effect of time intervals of vortex generation for the motions of vortex rings: (a) $T_m = 0.4$ s, (b) $T_m = 0.2$ s.

Table 1 Data used for the numerical simulations.

	Fig. 1 (a), (b)	Fig. 2	Fig. 6 (b)	Fig. 7 (b)	Fig. 9 (b)
Initial, self-induced velocity of thg ring w_s (cm/s)	20	15	13.5	8.7	8
Initial radius of the ring g (cm)	5	4	4	4	4
Initial radius of the ring ϵ (cm)	1	0.8	0.8	0.8	0.8
Time interval of vortex generations T_m (s)	0.25	(a) 0.4	(b) 0.2	0.4	0.3
				0.3	0.26

Fig. 3 Schematic of vortex generating apparatus.

渦輪発生装置を図3に示す。マイコンによって制御されたステッピングモータにより角ねじを回し、押棒に付けられたプランジャーを移動させ、

空気を渦発生箱にあげられた直径80mmのオリフィスから短時間噴出させる。これによって渦輪が発生する。プランジャーの運動を間欠的に制御することによって、原理的には種々な干渉モードの渦輪列を作り出せる。渦輪列発生の手続きをフローチャートにして図4に示す。

流れの可視化には、スモークワイヤ法と線香の煙による方法とを採用した。渦輪列の運動は、16mmシネカメラにより毎秒48駒で撮影された。流れ場は、600Wのスライドプロジェクターのスリット光により光切断を行い、渦輪の中心軸を含んだ面を可視化した。カメラは、キャノンスクーピック16を用い、絞りT

Fig. 4 Flow-chart for generation of a train of vortex rings.

Fig. 5 Flow visualization of a train of vortices by smoke wire method.

2.0, マクロ撮影である。被写体までの距離は70~80cmであり, 使用フィルムは, コダック4X (ASA感度400) を用いた。

4. 実験結果とその考察

4.1 スモークワイヤ法による可視化と渦運動の様子

オリフィス面に直径 50μ のニクロム線を張り, スモークワイヤ法により, 5個の渦輪の干渉の様子を可視化した。その連続写真を図5に示す。このとき, 1個の渦輪を発生させる際に動くプランジャーの距離は, 0.3cm。その移動に要する時間 T_g は0.18s, 連続する二つの渦輪の発生時間間隔 T_m は0.4s, 渦輪の単独時の平均並進速度 w_s は13.6cm/sであった。この速度は, 渦を1個だけ発生させて測定した。この図では, 0.25s毎の運動の様子が示されている。

写真No.1では, すでに第1の渦輪の直径は大

きくなり, 第2の渦輪はその直径を縮め, くぐり抜けの初期段階を示す。No.2では, 第2の渦輪は, 第1の渦輪の中にあり, また第3の渦輪が発生している。No.3では, 第2の渦輪が第1の渦輪をくぐり抜けた状態が見られる。No.4では, 第4の渦輪が発生する。No.5では, 第1と第2の渦輪の合体が見られ, また第5の渦輪が発生している。No.6では, 第3の渦輪の直径が小さくなり, 合体した渦輪の中に入り込み, それと合体しようとしている。第4, 第5の渦輪は直径をあまり変えずに並進している。

上述の干渉の様子は, 時間に対して渦輪の前進位置とその半径の値とをプロットすることによって示される, 図6(a)。まず, 第1と第2の渦輪が相互に追抜き運動をし, 合体に至る。この合体した前方の渦輪に第3の渦輪が接近し, その渦輪の内側に入り込む。これらの様子は, 後述の3個の

Fig. 6 Motions of a train of vortices whose number is 5; (a) Experiment, (b) Theory.

Fig. 7 Motions of a train of vortices whose number is 3; (a) Experiment, (b) Theory.

場合の干渉とよく似ている。第4と第5の渦輪は、顕著な干渉現象を示さず、ほぼ同様な一定速度で同じ前後関係を保ちながら前進する。

対応する計算結果、図6(b)を実験と比較するとき、第3の渦輪の軌跡が次第に異なってくるものの、全体的な軌跡の特徴は類似している。この類似性は、 T_g/T_m が小さくなるにつれて悪くなる。これは、要するに T_g/T_m が小さくなるにつれて渦形成に要する時間を無視しにくくなり、理論のモデルとは本質的に異なった流れ場になるためで

ある。

その実例として、図7(a)に $w_s=8.7\text{cm/s}$, $T_m=0.3\text{s}$, $T_g=0.18\text{s}$ の場合を示す。図7(b)に理論計算による場合を示すが、粘性にもとづく合体現象がないので、計算した時間内に3回ほど追抜き運動をくり返し、全体的な運動の特徴も実験結果とは異なったものになっていることがわかる。

4.2 線香の煙による流れの可視化と渦運動の様子

線香の煙をあらかじめ渦発生箱の中に入れておき、これによって流れ場を可視化する

ことを試みた、図8。この場合、 $w_s=8\text{cm/s}$ であり、渦は毎秒3.82個の割合で作られる。図は、0.25s毎の連続写真である。No.1で最初の渦がすでに運動を始めている。No.2で第2の渦が図のA, B, Cで示される三つの部分に分断され、それが結局最初の渦に合体していくように見える。第3の渦は、すでに合体した渦の中に入り込み(No.4)、それが合体(No.5)する。以後、第4と第5の渦が接近し

(No.6)、合体(No.7)しており、これが典型的な合体モードの渦干渉であることがわかる。No.8では第8の渦がオリフィス近傍に発生している。

実験では、この後さらに第20の渦まで発生させ、その運動を16mmシネカメラにより記録した。渦輪列の運動の様子を図9(a)に示す。対応する条件のもとでの理論計算結果を図9(b)に示す。図9(a)と(b)とを比較するとき、実験では、渦輪が同一平面上に並ぶ位置が全体的にオリフィスから遠い位置である。さらに実験では、その並ぶ位置

Fig. 8 Flow visualization of a train of vortices by smoke due to sticks of incense.

が一定していないこと、すなわち、ジッターリングとも呼べる現象が生じていることがわかる。

4.3 二つの渦が並ぶ位置のジッターリング

図9(a)の説明において取りあげたように、渦輪が同一平面に並ぶ位置は、時間的に追跡してみる

Fig. 10 Locations where two rings come in the same plane.

とジッターリングしている。これをよく見るために、ジッターリングの様子を図10に示す。この図より一般的に言って、オリフィスから遠い所で二つの渦が並ぶと、その次にはその位置よりも手前で並ぶ状態が生じやすい。理論結果を見ると、ジッターリングはわずかであり、しかも一定値に収束していくように見える。

これに対して実験結果では、その変動幅が大き

Fig. 9 Motions of a train of vortices whose number 20; (a) Experiment, (b) Theory.

く、かつ不規則性が顕著な特徴として現れている。このような単純な渦干渉の中にすでに不規則性が発生していることは、大きささまざまな渦の集合と考えられる乱流現象を考えると興味ある関連性を示唆しているように思われる。

5. 考 察

ここでは、実験装置による流れの特徴と装置に含まれる問題点を指摘する。

まず、図8のNo.2の写真で見たように、第2の渦の核が最初の渦の誘起速度によって三つに分断される現象（分断現象）が現れる。これは、渦形成の時間が発生時間々隔に比して無視できないほど大きくなると起こり得る。特に、第1と第2の渦干渉に際して、この分断現象が見られるのは、上述の写真で見られるとおりである。なお、分断現象が生じていることを流速変化の面から検証するために、オリフィス面上中心に熱線流速計のセンサー部分をセットし、流速波形を観察した所、三つの山が現れることによって分断の事実が確かめられた、図11。これは、乱流渦的な速度変動ではないことは明らかである。

次に、プランジャーの移動距離と移動速度とのかねあいによっては、1回の押しで数個の渦輪が発生することが観察された。図12に、その一例として3個の渦が発生したときのスケッチ図を示す。これは、1個の渦輪を発生させるのに必要以上の過剰なインパルスを加えたことに帰因すると考えられる。

以上見てきたように、思いがけぬ現象が現れ、実際に実験すると、制御可能な渦輪列を作り出せる条件は意外と狭いことがわかった。

6. 結 論

プランジャー駆動方式による渦発生装置を試作し、渦輪列の可視化実験を行った。

本研究によって得られた結果を以下に要約する。

(1) 3個以上の渦輪列の基本的性質として、軌跡における非周期性とペア性がある。

(2) 二つの渦輪が同一平面に並ぶ位置が空間的に変動しており、この様相は実験結果と完全流体を

Fig. 11 Velocity variation at the orifice center when the second vortex ring is generated.

Fig. 12 Multiple vortex rings generated by one stroke.

仮定した理論にもとづく結果とでは、ずい分と異なった振舞をする。

(3) 本実験装置では、条件によっては、渦核の分断現象や、1回のプランジャーの押しで複数個の渦発生などの現象が生じることがわかった。

文 献

- 1) Yamada, H. and Matsui, T. : Preliminary study of mutual slip-through of a pair of vortices, *Phys. of Fluids*, 21-2 (1978), 292.
- 2) Yamada, H. and Matsui, T. : Mutual slip-through of a pair of vortex rings, *Phys. of Fluids*, 22-7 (1978), 1245.
- 3) 望月・山田・山辺 : 1対の渦輪の誘起する流れ場の流速測定, ながれ, 3-2 (1984), 134.
- 4) 山田・望月・山辺・松井 : 渦輪列の実験 (干渉モードと運動の様子), ながれ, 3-4 (1984), 364.
- 5) 山田・中嶋・山辺・望月 : 渦輪列に関する基本的諸問題, ながれ, 5-1 (1986), 45.
- 6) Oshima, Y. : Interaction of Vortices, The Institute of Space and Astronautical Science, Report SP No. 3, March 1985.
- 7) Helmholtz, H. : On integrals of the hydrodynamical equations, which express vortex motion, *Phil. Mag.* S. 4 no. 226, Suppl. 33 (1867), 485.
- 8) Lamb, H. : *Hydrodynamics* (1945), 241, Dover.