15 計算機ホログラフィの海岸構造物設計への応用

明石工業高等専門学校 檀 和秀^{*}
神戸大学 工学部 寛 源亮^{**}

COMPUTER HOLOGRAPHY IN COASTAL ENGINEERING

Kazuhide DAN* and Motoaki YANO**

Holography is a recording and reconstructing method. Holography theory can be applied to control the wave height in coastal engineering. The process has two steps. The first is the synthesis of holograms by the computer holography method. The second is to make up this hologram to the slit structure in coast.

1. はじめに

透過型の消波構造物はこれを通じて内外水域の海水の交換を行うことが可能であり、もしもその消波効果が十分期待できるものであれば、消波構造物としてすぐれているといえる。この消波構造物を、今海の波を光の波に置き換えて光の現象として考えると、これはホログラフィにおける記録媒体であるホログラムと考えることができる。

本研究ではホログラフィ理論を応用してこのスリット形構造物の機能を決定し、その波浪制御を求めることを試みた。

ホログラフィの記録方式には振幅ホログラムと位相ホログラムの二方法がある。比喩的にこれを消波構造物にたとえれば、振幅ホログラムは一系列の杭を並べた場合に、位相ホログラムは多層に杭を配置した場合に相当するであろう。

このうち今回は解析の簡単な振幅ホログラムを海の波を対象とした計算機ホログラフィ法から求めている。これに入射波を透過させ内水域の静穏度の検討を行った。

Fig.1 Optical holography

Fig.2 Water wave holography

* Akashi Technological College, Uozumi, Akashi 674

** Faculty of Engineering, Kobe Univ. Rokkodai, Nada, Kobe 657

2. ホログラフィと波浪制御

光ホログラフィは物体を3次的に記録, 再生する手法である. 図-1を参照して, 入射光による物体からの散乱光(物体光)と入射光そのものの合成光の強度が記録媒体(フィルム)に記録される. この記録されたものをホログラムといい, ホログラムに再生光をあてると元の物体位置に物体像を結像させる. この原理を海の波に適用して考えると図-2のようになる. 今島が存在すると島による回折波は上記物体からの散乱光に相当し, もしホログラムに相当する記録媒体があればこの島の存在を記録できる. 光のホログラムは光強度に比例した細かい濃淡の縞状パターンであるからこの海の島の情報のホログラムに等価な構造物を設置すれば海の入射波によりその背後に島の実像を生じさせることが期待できる. 本研究ではこの数値化実験を行った.

3. 参照波法による計算機ホログラフィ

3-1 ホログラフィ

1次元物体で考える. 入射光が物体で散乱した波動を次のように表す.

$$E_o(x, t) = A_o(x) \exp i \{ \phi_o(x) + \omega \cdot t \} \quad (1)$$

ここで, 添え字 o は物体を, ω は角周波数を表す. 入射光からわけて得られた参照光も同様に添え字 r で表せば, 角周波数 ω は変化しないとして

$$E_r(x, t) = A_r(x) \exp i \{ \phi_r(x) + \omega \cdot t \} \quad (2)$$

これらの2つの合成波が観測面上で平均強度 $I(x)$ の分布として記録される. この記録をホログラムといい, 次式で表される.

$$\begin{aligned} I(x) &= \langle \{ \operatorname{Re} (E_o + E_r) \}^2 \rangle \\ &= O \cdot O^* + R \cdot R^* + O \cdot R^* + R \cdot O^* \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, O , R はそれぞれ物体光, 参照光の複素振幅であり $O = A_o(x) \exp i \phi_o(x)$, $R = A_r(x) \exp i \phi_r(x)$ である. $\langle \rangle$ は時間平均を, $\operatorname{Re}(\)$ は実部を, 肩字 $*$ は共役複素数を表す.

この強度 $I(x)$ の光が観測時間にわたって露光されるため, 記録材料が露光エネルギーによって変化する. この記録材料の変化が以後ホログラムを透過する光に対して複素振幅透過率 $t(x)$ を呈する. $t(x)$ と $I(x)$ の関係は

$$t(x) = \alpha I(x) \quad (4)$$

再生光 $E_c(x, t)$ として参照光と同じ光をあてると, $t(x)A_r(x) \exp i \phi_r(x)$ が再生される. つまり

$$\begin{aligned} t(x)A_r(x) \exp i \phi_r(x) &= \alpha R \{ |O|^2 + |R|^2 + O \cdot R^* + R \cdot O^* \} \\ &= \alpha \{ R |O|^2 + R |R|^2 + O |R|^2 + R \cdot R \cdot O^* \} \end{aligned} \quad (5)$$

となり, 右辺第3項が物体像を再生する.

3-2 光波の回折理論

水面波を光波と同じような数式で扱えようと考えると, 波高, 周期, 波長は大きく異なり, いわゆるフレネル・キルヒホッフ近似が成り立たなくなる. しかし今回は波として光を想定し近軸近似, フレネル近似, フラウンホーファー近似が成り立つとして

、参照波法によりホログラムの作成、像の再生をパソコン上で行い図化を試みた。

光波の回折積分は、図-3のような座標関係にあるとき、 $i=\sqrt{-1}$ として

$$U(x_1) = \frac{i}{2\lambda} \int E_o(x) \frac{1+\cos\theta}{\varrho} \exp(-ik\varrho) dx \quad (6)$$

ここで、 ϱ は物体面上の微小要素と観測面上の微小要素間の距離、 $U(x_1)$ は観測点 x_1 上での回折波。
 $k=2\pi/\lambda$ 。

物体面への入射光と回折光とのなす角 θ が小さいときは $\cos\theta \approx 1$ と近似でき

$$U(x_1) = \frac{i}{\lambda} \int E_o(x) \frac{\exp(-jk\varrho)}{\varrho} dx \quad (7)$$

Fig.3 Coordinates

物体面、観測面の広がり (x) 、 (x_1) が両面の間隔 d に比べて小さいと仮定できると

$$U(x_1) = \frac{i}{\lambda d} \int E_o(x) \exp(-jk\varrho) dx \quad (8)$$

条件

$$\frac{k}{8d^3} \{(x-x_1)^2\}^2 \ll 2\pi \quad (9)$$

が成り立てば、フレネル回折となり(10)式で表される。

$$U(x_1) = \frac{i \exp(-ikd)}{\lambda d} \int E_o(x) \exp \left[-\frac{ik}{2d} \{(x-x_1)^2\} \right] dx \quad (10)$$

条件

$$\frac{k(x^2)}{2d} \ll 2\pi \quad (11)$$

が、さらに成り立てば(12)式のフラウンホーファー回折となる。

$$U(x_1) = \frac{i \exp(-ikd) \exp \left\{ -\frac{ik}{2d} (x_1^2) \right\}}{\lambda d} \int E_o(x) \exp \left\{ \frac{ik}{d} (xx_1) \right\} dx \quad (12)$$

3-3 回折像を求めるときの直接積分

どのような変換にしても、離散変換が連続変換の近似になっているかについては問題になるところである。今回はフーリエ変換について数種類の関数で試算を行い離散変換が連続変換の近似になることを確認した上で計算を行った。以下のように積分記号の中 $U'(x)$ を離散近似する。フラウンホーファ変換の場合は高速フーリエ変換が使えるが、その他の場合は無理である。

$$\begin{aligned} U'(x_1) &= \int E_o(x) \exp \left\{ \frac{ik}{d} (xx_1) \right\} dx \\ &= \sum_m E_o(m \Delta x) \exp \left\{ \frac{ik}{d} (m \Delta x x_1) \right\} \Delta x \end{aligned} \quad (13)$$

ほとんどの場合が試算時の条件から $N_x=30$ としている。

3-4 複素振幅透過率の与え方

ここでは、参照波として $R=1 \cdot \exp\{i(kx-z)\}$ の平面波とし物体軸に直角に入射させている。合成波の強度 $I(x_1)$ は

$$I(x_1) = |U(x_1) + A_r(x_1)\exp(i\phi_r)|^2$$

$$= |U(x_1)|^2 + |A_r(x_1)|^2 + U \cdot R^* + U^* \cdot R \quad (14)$$

式(5)から、像再生には右辺第3項のみをとりだせばよいのであり、今の場合 $A_r(x_1)^2 = 1$ を差し引いた値を再生用に使ってもよいのであるが、一般には参照波は平面波とは限らないからこのままにしておく。

3-5 再生方法

得られたホログラムに図-4のように参照光と同じ波をあて、ホログラム作成時と同様に考えて透過した波の再生面 x_2 での強度を記録する。これが再生像である。複素振幅透過率は

$$t(x_1) = \alpha I(x_1)$$

Fig.4 Reconstruction

であり、 $t(x_1) \cdot R_0 = t(x_1) \cdot A_r(x_1)\exp\{i\phi_r + i\omega \cdot t\}$ の波がホログラム面からでていく。この波がフラウンホーファ回折されて再生面で観察されることになる。

海洋でホログラムに等価な構造物を設ける場合には、細かい縞模様をそのまま波浪制御構造物に変換することは不可能である。波の強度である縞模様を近似的に表すようにスリット形状を決定し、それを新しく複素振幅透過率として再生する。このスリット形状の決定の仕方については、光の場合は光の強度をフィルムに記録してそのまま再生光をフィルムにあてれば複素振幅透過率 $t(x)$ が与えられたが、海の波の場合は $t(x)$ を呈する構造物でなければならない。光のフィルムに代わるものとして、海洋波ではスリット型消波構造物^{1), 2)} などがある。これらの構造物は透過率を変える、すなわち波のエネルギーをホログラム強度に等価なように変換してくれる機能を持つ。

4. 物体の離散化数 N_x とホログラムのサンプリング数 M_x

物体の寸法を $(-x_{max}, x_{max})$ とする。物体の離散化数 N_x を決めると物体の分割幅 Δx が求められ、標本化定理から最高空間周波数 $v_{x_{max}}$ が決まる。元の物体と同じ大きさに再生したい場合のホログラムの必要サンプリング数 M_x は1次元物体の場合式(15)の通りである³⁾ から、空間周波数領域の離散化数も同じにとり、ホログラムが回折波と参照波の合成波の強度として求められる。

$$M_x = 2v_{x_{max}} D = 4N_x \quad (15)$$

ここで、 D : ホログラムの寸法、 $v_{x_{max}}$: ホログラムパターンの最高空間周波数。図-5にこれらの関係を示す。

今回は、 $M_x = 2N_x$ でも再生できたので(15)式の半分として計算を行った。ただ $M_x = N_x$ では再生像は正確ではなかった。今回の場合には $M_x \geq 2N_x$ が必要であるようだ。

Fig.5 Digitization of objects and spatial frequency

5. 計算方法と計算結果

5-1 計算方法

計算は1次元物体について行ない、図-6のように離散化する。得られたホログラム値をそのまま再生したのでは、原点付近に大きなピークが現れ像信号の小さい場合には解像を困難にする(図-7-a)。このピークを少しでも小さくするには、一様に足し合

わさっている参照波の振幅の2乗を差し引くことである。これでもまだピークは残る。さらにピークを取り除くためホログラム値の平均を0にする操作を加えて得られた再生像が図-7-bである。この操作は、定数のフーリエ変換がデルタ関数の定数倍になることから、バイアスを0にすることに相当する。原点でのピークを無視して、原点以外の強度をとり出してもよい。再生像としては変わらないが、強度の大きさは後者の方法で再生した方が大きい。(図-7-aの再生像はこの方法で求めたもの。)

5-2 計算結果

以下に、物体、ホログラム、再生像(バイアスを0にする方法)を示す。図-8は計算機ホログラフィによる再生像であり、 $N_x=30$ である。波長 $\lambda=10^{-6}$ [m]、両面間距離 $d=10000$ [m]。実際のホログラムは細かい縞模様であるが、図-8は物体を $N_x=30$ 分割して近似し、記録面でのホログラムを $M_x=60$ 分割にして表現している。得られた再生像は海洋波で考えると、その1分割づつのホログラム強度をスリット構造物等で置き換えて振幅透過率

Fig.6 Digitization

Fig.7-a Non-modified hologram and its reconstructed image

Fig.7-b Modified hologram and its reconstructed image

に等価ように変換し, 再生したものと考えられる。

7. 結論

1次元物体について, 計算機ホログラフィを応用し像を再生することができ, 空間周波数領域での離散化数に注意すれば良好な再生像が得られることがわかった。

また海洋波の場合, ホログラムにほぼ等価な構造物が波浪制御を可能にすることも計算機ホログラフィで確認することができた。

Fig.8 Object, its modified hologram and reconstructed image.

参考文献

1. 角野, 小田: 任意断面柱体列による反射率および透過率の境界値問題解析, 土木学会論文集第369号/II-5 1986.
2. 近藤, 竹田: 消波構造物, 森北出版, 1983.
3. 大越: ホログラフィー, (社)電子通信学会, 1977.
4. L.P.Varoslavskii, N.S.Merzlyakov (Translated by Dave Parsons): Method of digital Holography, Consultants Bureau, 1980.
5. E.Oran Brigham (宮川, 今井共訳): 高速フーリエ変換, 科学技術出版社, 1979.