28 浮遊粒子運動に対する無次元パラメータ

福山大学工学部 梅田 眞三郎[○]
Univ. of Michigan Wen-Jei Yang

Dimensionless parameter for motion of particle
floating on liquid flowing

Shinzaburo Umeda* and Wen-Jei Yang**

An experimental study is performed on the motion of a particle in a two-dimensional curved open channel. Particles different size and geometry are tested in a water-glycerin mixture. A modified dynamics equation is derived, and a new parameter is disclosed which is pertinent to both particle geometry and fluid flow conditions.

1. はじめに

流れの可視化実験にトレーサ法が応用されてきているが、トレーサの流れへの追従性は今だ十分解明されていない。

本研究では、理論式のB.B.O.(Basset-Bossinesq-Oseen)式に基づき、平面2次元湾曲部の流れを選び、中立粒子以下の粒径の異なる単一浮遊粒子の流動特性を実験的に調べた。既にその流動特性の一部を明らかにしてきたが、理論的解析に対して浮遊する粒子の形状パラメータを十分把握することができていなかった。今回は、理論的考察から浮遊粒子に対するB.B.O.式に最適な形状パラメータを仮定し、実験結果からその検証を試みた。さらに流れに対する浮遊粒子の運動特性を解明するための粒子形状と流体流速に関係する無次元パラメータの誘導を試みた。

2. 理論式

流れに単一粒子が混入された場合、その粒子の運動に対してはB.B.O.²⁾式が成立する。しかしながら中立粒子以下の浮遊粒子に対しては、粒子密度比 $\sigma = \rho_p / \rho_f$ の変化に伴い浮遊中の水面下の長さが異なってくるので、同一径の粒子でも密度比が異なればB.B.O.式における各項に係る係数が異なってくる。そこで各粒子の密度比と重さから求められる浮力の関係から粒子の水中での長さであるきつ水長 D_r 、水中での最大周長 L_p 、水中での断面積 A_p 及び水中での体積 V_p などの断面諸量をFig.1のように定義する。今回の実験では、粒子として球以外に円柱も使用した。この場合最大周長 L_p は、きつ水長に関係なく、円周長となる。

浮遊粒子に対する流体の抗力については、Stokesの抵抗則を適用し、浮遊粒子に対する

*Dept. of Civil Engineering, Fukuyama Univ., 985 Higashimura, Fukuyama, 729-02 Japan

**Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109

修正 B.B.O. 式を次のように定義する。

$$\frac{3\pi C_d}{4\sigma L_p} U |U| - \left(\frac{\sigma + \alpha}{\sigma} \right) \frac{du_p}{dt} + \left(\frac{1 + \alpha}{\sigma} \right) \frac{du_f}{dt} + \frac{6A_p(\pi\nu)^{1/2}}{\pi\sigma V_p} \int_0^t \frac{(dU/dt') dt'}{(t-t')^{1/2}} = 0 \quad (1)$$

$$C_d = \frac{\gamma V L_p}{u_p A_p}, \quad U = u_f - u_p, \quad (2)$$

ここでの α と γ 及び時間に関するパラメータ T は、次のとおりである。

$$\text{球に対して } \alpha = \frac{D_f A_p}{3V_p}, \quad \gamma = 6, \quad T = \frac{2A_p(\sigma + \alpha)}{9\pi\nu} \quad (3)$$

$$\text{円柱に対して } \alpha = \frac{D_f}{h} = \sigma, \quad \gamma = 24/\pi, \quad T = \frac{A_p(\sigma + \alpha)}{18\nu} \quad (4)$$

時間に関する無次元量 $t^* = t/T$ を導入し、(2)、(3)、(4)

式を結合すると次のような新しい無次元量 C_d/t^* を得

ることができる。

$$\frac{C_d}{t^*} = \left(\frac{L_p}{u_p t} \right) \frac{4(\sigma + \alpha)}{3\pi} = \gamma \left(\frac{D_f L_p}{A_p} \right) \frac{1}{Re t^*} \quad (5)$$

ここでの $u_p t$ は、時間 t での粒子の移動距離を表わし $L_p/u_p t$ 比でもって水中での最大周長との関係を表わしている。さらにこの式には、密度比 σ や水面を浮遊する粒子の見掛け上の質量係数を表わす α を含んだ $4(\sigma + \alpha)/3\pi$ がかかっている。それ故に、 C_d/t^* は流体中を浮遊する粒子の流跡を追跡するための重要な無次元量を表わしていると考えられる。

3. 実験結果と考察

3.1 実験方法

実験は、長さ400cmの直線水路に連結された半円形（内側及び外側の半径は10cmと30cm）の湾曲水路にて粒子の追跡を試みた。湾曲部における流れは、一般的に遠心力等の影響を受け、外向きの流向を示しがちである。そこで直線水路末端部にゆるやかな傾斜の堰を設け、流向がやや内向きにも起こりうるように工夫を試みた。

今回の実験には、直径や密度比が異なる20種類の球形の粒子と9種類の円柱の粒子を使用した。それらの粒子の値の範囲をTable1に示した。

実験に使用した液体は、水とグリセリンを混合したもので、その比重は1.16で、動粘性係数は $0.16\text{cm}^2/\text{sec}$ である。実験時には水温を 25°C の一定に保ち、下流側に設けた堰の高さを調節することによって流速・流向などの異なるRun-1～Run-6までの6種類の流れを作り、実験を行った。最小径である粒子No.2

($D=0.14\text{cm}$, $Dr=0.10\text{cm}$, $\sigma=0.75$)の湾曲部流入口付近の平均流速でもってRunによる流速の違いをTable2に示した。

実験では、湾曲部流入口より数cm手前の水路中央部にて各粒子をそれぞれ10回前後投入し、流入口中央を通過するものを選んでその

Fig. 1 Definition of hydraulic quantities of (a) spherical and (b) cylindrical particles.

Table 1. Conditions of spherical and cylindrical particles used in test

particle geometry	diameter, cm	density ratio	draft, cm
sphere	0.14 to 1.16	0.22 to 1.00	0.10 to 1.02
cylinder	0.29 to 0.91	0.78 to 0.96	1.60 to 2.01

Table 2. A comparison of mean velocities of particle No.2($D=0.14\text{cm}$, $Dr=0.10\text{cm}$ and $\sigma=0.75$) in six test runs

Run Number	1	2	3	4	5	6
Mean Velocity, cm/s	1.48	0.88	1.68	1.40	1.47	0.80

平均流跡を求めた。その追跡はビデオカメラにて行った。今回の実験では、流体がグリセリンを含んだ粘性の高い液体であるので、流体による拡散の影響が小さく、比較的簡単に平均流跡を求めることができた。この平均流跡に最も近い流跡を各粒子の代表流跡として以下の比較検討に用いた。

3.2 無次元パラメータ

流速や粒子形状の違いなどから粒子の流跡は、種々の異なった軌跡を描いている。理論式で定義してきた各係数やパラメータが今回の実験でどのような物理的意義を持っているのかを以下で調べてみる。その検討にあたって流速や流跡の変化を考慮してFig.2のように、湾曲部前半部を流入口から 30° ごとにI～IIIの三つのZoneに分けた。流れと粒子の流跡との関係から、断面諸量のうちきつ水長 D_r が流れに対して非常に重要な意義をもっていることが想像される。そこでまず $Re = u_p D_r / \nu$ と抗力係数 C_d との関係を調べてみた。その結果をFig.3に示す。実験結果が $24/Re$ の直線にほとんど重なり、Stokesの抵抗則を満足していることから粒子の断面諸量の定義の妥当性が証明されていると思われる。なお、図は省略しているが、Zone II、IIIでも同じ結果が得られている。

基礎方程式における見掛け質量係数 α は、一般的に球形に対しては0.5を、円柱形に対しては1.0となる一定値がとられている。密度比が1.0よりかなり小さくなると、当然ながらこの α も形状により一定とするよりか変化させていくべきと考え、(3)及び(4)式で定義してきた。この α と直径 D に対するきつ水長比 D_r/D を図示したのがFig.4である。密度比の小さい粒子は、きつ水長の減少に伴って α も小さくなっていく。

次に各粒子の流速より、単位距離を進む移動時間 T_u を求め、各Zoneで平均したものから時間に関する無次元量 $t^* = T_u/T$ を求めた。 Re と t^* との関係を調べた結果、Zone IではFig.5のようになった。Zone II及びZone IIIともほとんど同じ結果となっているので図を省略する。平均流速の最も速いRun-3と平均流速の最も遅いRun-6に対してのみ円形及び矩形記号で示しているが、他のRunも同様の傾向を示しており、図での繁雑さをさけるために小さな記号で示した。その結果をみると、抗力係数と同様に Re 数の減少とともに t^* が減少していきっている。また流速条件(Run)の違いでも同一粒子に対して t^* の変化がみら

Fig. 2 Division of flow passage in the semicircular channel.

Fig. 3 A plot of drag coefficient C_d versus particle Reynolds number Re in zone I.

Fig. 4 A plot of "shape factor" α versus dimensionless draft D_r/D .

れる。すなわち、同じ粒子に対する t は、 Re 数が増加すれば減少していった。なお、この図及び次の図中の直線は、20種類の球の粒子だけをデータとして最小2乗法により求めたものである。

抗力係数 C_d 及び無次元時間パラメータ t はともに Re 数の増加に伴って減少していったが、その減少勾配が異なる。すなわち t の方が減少率が大きく、 Re 数の変化に対して t の値が急激に小さくなっていった。そこで C_d/t と Re 数との関係を調べてみた結果、Fig. 6のようになった。同じRunに対して Re 数が増加すれば C_d/t も増大していった。ところが Re 数の増加に対して、Fig. 5での t の値は、同一粒子でも変化していたが、この図における C_d/t の値はほとんど一定となっている興味深い結果を示している。結局 C_d/t は、前述のように流れの条件と粒子条件をともに含み、流れに対する粒子の追従性を議論するのに非常に重要なパラメータであると考えられる。

4. 結論

平面2次元湾曲部流れにて、単一浮遊粒子に対する流動特性を実験的に調べた結果、浮遊する粒子の断面諸量を考慮することにより修正B.B.O.式を提案することができた。さらに流れに対する粒子の追従性を議論するために粒子の条件と流れの条件を考慮した非常に重要な新しい無次元量 C_d/t を提案することができた。この無次元量は、粒子の形状と流れの平均流速などが求まれば簡単に計算できることから、非常に実用的なパラメータであると思われる。今回紙面の都合で C_d/t による各粒子の流跡の違いや流体流速 u_r と粒子流速 u_p との比 u_r/u_p などの結果を示すことができなかったため、別の機会に発表したいと考えている。

最後に、本研究を進めるにあたって神戸大学教授箕源亮先生に有益なる助言を賜り、ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Umeda, S. and Yano, M.: Study of suspended particle motion in curved flow, 2nd International Symposium on FLICOME, Sheffield, pp.413-416, 1988.
- 2) Soo, S.L.: Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell Publishing Co., pp.31-35, 1967

Fig. 5 A plot of dimensionless unit time T_u/T versus particle Reynolds number Re for zone I.

Fig. 6 Correlation of C_d/t_* versus particle Reynolds number Re for zone I.