43 Adaptive Mesh Refinement 計算による衝撃波現象の可視化

東北大学大学院 内山直樹 ○

東北大学流体科学研究所 井上 督

Visualization of shock waves using Adaptive Mesh Refinement computation

Naoki UCHIYAMA*, Osamu INOUE*

Finite difference schemes that use adaptive mesh refinement are studied to solve an unsteady shock diffraction problem. The results show that this algorithm is successful in capturing high resolutional solutions with shorter processing time than the corresponding uniform grid calculation.

1. はじめに

差分法による数値流体計算では流れ場の詳細を求めるにあたり、計算領域を細かな計算格子網に分割する必要がある。格子数を増やすことにより、より詳細な流れ場を捕らえることができるが、それには計算機のメモリー容量、計算時間からくる実用上の限界がある。そこで、計算領域中の必要な箇所のみ格子を集中させる解適合格子法が様々な研究されているが、Berger 等^{[1], [2]}によって研究されている Adaptive Mesh Refinement(AMR)法は空間格子を局所的に細分化するのみでなく、合わせて時間刻みも細分化する方法であり圧縮性流体の高効率な非定常計算を可能にしている。著者等はAMRアルゴリズムに基づく圧縮性流体の数値スキームを開発し、これを衝撃波の伴う種々の流れ場に適用し、さらに同じ流れ場に対する一様格子を用いた計算と比較することによりAMR法の効率、妥当性を検証した。

2. AMRアルゴリズム

単一の格子系のみが存在する一様格子計算に対し、AMR法では格子間隔に応じて複数の階層的格子レベルが存在する。計算の初期においては固定された粗い格子系(以下、レベル1の格子系と称す)のみが存在するが、このレベル1の格子上で一定回の時間進行計算ごとに各格子で流れ場の密度勾配を計算し、これが与えられた許容値を越える格子の近傍はレベル1の格子間隔より $1/n$ 倍細かい格子間隔を有するパッチ状の格子網が貼り付けられる。このような格子パネルはレベル1の格子上に複数個貼り付けられ、レベル2の格子系を構成する。レベル2の格子に与える初期値は下に存在するレベル1の格子の値を用いて内挿される。レベル2の格子系での時間積分は、レベル1上での時間積分の $1/n$ 倍の時間刻みで n 回連続して行われる。その結果、同時刻に到達したレベル1とレベル2での解がそれぞれ求まる。

*Institute of Fluid Science, Tohoku University

1-1 Katahira 2-chome, Aoba-ku, Sendai 980, Japan

さらに、同時刻のレベル2の格子に覆われるレベル1の格子上的値や、レベル2とレベル1の格子系の境界部における数値流束は、格子系全体としての流れ場の保存性が守られるよう修正が施される。以上の過程の繰り返しで、時間進行計算が実現される。またレベル2の格子上にレベル3の格子パネルを導入することにより、より階層レベルの深い計算が可能である。

3. 計算例

本アルゴリズムによる計算を検証するために、直角壁を回る平面衝撃波の流れ場の計算を試みた。支配方程式は二次元デカルト座標系上の非定常圧縮性Euler方程式とする。直角壁上の上流に衝撃波マッハ数 $M_s=1.5$ の平面衝撃波をRankine-Hugoniot条件により設置する。レベル1の基礎格子は直角壁内の領域を含めて 189×189 とし、逐次発生されるレベル2の格子系との倍率比は $n=9$ とした。この結果、レベル2の格子上で捕らえる流れ場の解像度は 1701×1701 の一樣格子計算によるものと等価となる。そこで両者の計算効率を比較するため、 1700×1700 の一樣格子計算も行なった。AMR法による計算結果の等密度線図をFig.1に示す。等高値は最大密度と最小密度の差を60等分したものである。またこのときの格子系をFig.2に示す。衝撃波や渦などの密度勾配の大きい場所で複数のレベル2の格子パネルが発生され、流れ場を高解像度に捕らえていることがわかる。またFig.3において、AMR法による本結果とほぼ等価な解像度を与える 1700×1700 の一樣格子計算の結果を比較した。等密度線の等高値はFig.1と同じ設定である。AMR法による計算が直角壁の角に生じる渦等の詳細を、一樣格子による計算に比べ損失なく捕らえていることがわかる。両者の計算所要時間はCRAY-YMPの1CPUモードでAMR法による計算が6215秒、一樣格子による計算が59317秒であった。この計算においては、AMR法により一樣格子計算に対し約9.5倍の計算時間の短縮が達成されたことになる。さらにこの同じ流れ場に対し、格子数を変えた比較計算を二組行なった。レベル1の基礎格子を 50×50 、レベル間倍率比を $n=5$ としたAMR計算に対し、 250×250 の一樣格子計算を行った。またレベル1の基礎格子を 50×50 、レベル間倍率比 $n=9$ のAMR計算に対し、 450×450 の一樣格子計算を行った。これらの計算所用時間をTableに示す。一樣格子計算に用いる格子数が増す程、これに等価な解像度を与えるAMR計算が高効率なものとなることがわかる。

Table CPU time required for AMR computation
and equivalent uniform mesh computation

Mesh System	CPU time(sec)	CPU saving (Uniform/AMR)
AMR 50×50 , $r = 5$	56	3.5
Uniform 250×250	194	
AMR 50×50 , $r = 9$	237	4.8
Uniform 450×450	1144	
AMR 189×189 , $r = 9$	6215	9.5
Uniform 1700×1700	59317

Fig.1 Isophysics obtained by AMR computation

Fig.2 Mesh system of AMR computation

Fig.3 Comparison of isophysics obtained by AMR computation and uniform mesh computation ((a);AMR, (b);uniform)

4. 結論

AMR アルゴリズムに基づく非定常圧縮性 Euler 方程式に対する計算コードを開発し、計算領域全面を一様に細かい格子で覆うことなく、流れ場の様子を細かく捕らえることができた。またこのときの計算所用時間は等価な解像度を与える一様格子計算より数倍短縮された。本方法は、非定常三次元等の大規模な数値流体計算を高い精度で実行する場合、有力な方法となると考えられる。

5. 参考文献

- [1] Berger, M. and Oliger, J., "Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations", J. Comput. Phys. 53, 484-512 (1984).
- [2] Berger, M. and Colella, P., "Local Adaptive Mesh Refinement for Shock Hydrodynamics", J. Comput. Phys. 82, 64-84 (1989).