229 適応格子法を用いた円柱まわりの衝撃波解析

小沢 拓(慶大[院])*1[○] 棚橋 隆彦(慶大理工)*2 鈴木 裕二郎(NTT)*3Shock Wave Diffraction around Circular Cylinder
Using Unstructured Adaptive MeshesTaku OZAWA[○], Takahiko TANAHASHI, Yujiro SUZUKI

The study of flow around a circular cylinder is one of the most important problems in not only basic research but also analysis of a complexity object. Under supersonic flow in particular, the numerical result is insufficient for the lack of resolution in the complicated flow around passing through circular cylinder. Therefore, we used unstructured adaptive meshes which can automatically divide elements only in the region of large variation. As the result, the reflection phenomena was analyzed from the numerical results. The effects of parameter of the indicator were examined.

1. 緒言

数値流体力学 (CFD: Computational Fluid Dynamics) においては, スーパーコンピュータの発達とともに解析能力が飛躍的に向上してきている。しかし, 物体形状が複雑になるにつれて計算格子をどのようにしたらうまく分布させられるかという問題が生じてきた。

格子付加型の適応格子法が開発された目的は, 衝撃波などの流れの変化の激しいところでは, 自動的に格子を細かくし, 逆に, 変化の緩やかなところでは格子を粗くする(初期格子の大きさまで)ことで解析に必要な計算費用を最小限にすることである。よって格子を分割, 削除すべきセルにマークをつけるマーキングが重要となる。マーキングの判断に用いられるのが指針値であり, その計算に用いる物理量が評価値である。

そこで本研究では, 円柱まわりの衝撃波解析を行い, 密度, 渦度, それらの混合値の各評価値を用いた解析結果の相違について検討し, 今後の規範となる指針値と評価値の適用例を提示した。

2. 数値解析法

2.1 基礎方程式

支配方程式は, 連続の式, 二次元 Euler 方程式, エネルギーの保存式である。それらの方程式は, 代表速度及び代表長さにより無次元化することで以下のようになる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

*1 慶応義塾大学大学院(〒223 横浜市港北区日吉 3-14-1)

*2 正員, 慶応義塾大学理工学部

*3 NTT (株) (〒163-19 新宿区西新宿 3-19-2)

ここで, 各ベクトル Q, F, G は以下のように与えられる。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで, ρ は密度, u, v はそれぞれの速度の x, y 成分, p は圧力, e は単位体積あたりの全エネルギーである。

2.2 空間スキーム

セル境界 k での非粘性数値流束は MUSCL 法により高次精度化した。また, 制限関数には minmod limiter を適用した。これにより, 以下の式を得ることが出来る。

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{F}(Q_i^k) + \tilde{F}(Q_j^k) - |A_k| (Q_j^k - Q_i^k) \right\} \quad (3)$$

ここで, A_k はヤコビアン行列である。

2.3 適応格子法

格子付加型の適応の場合, 適応後に格子の“構造”を再び決めてやる必要がある。これを格子の再構成という。再構成は, 大きく分けてマーキング, 格子削除, 格子分割の三つの手順にしたがって行われる。

それらの中でも特に重要となるのがマーキングであるが, これは, 格子を分割あるいは削除すべきセルにマークを付ける作業である。

評価値を密度にしたときは, 付加, 削除の判断には Löhner の指針値⁽¹⁾を用いた。

$$E_i = \max(E_{i\xi}, E_{i\eta}) \quad (4)$$

$$E_{i\xi} = \frac{|U_E - 2U_i + U_W|}{|U_E - \rho_i| + |U_i - U_W| + c_\xi} \quad (5)$$

$$c_\xi = \delta(|U_E| + 2|U_i| + |U_W|)$$

$$E_{i\eta} = \frac{|U_N - 2U_i + U_S|}{|U_N - U_i| + |U_i - U_S| + c_\eta} \quad (6)$$

$$c_\eta = \delta(|U_N| + 2|U_i| + |U_S|)$$

ただし, $\delta=0.05$ である。また, この場合は $U=\rho$ である。

次に, 評価値を渦度にしたときは, Dannenhoffer の指針値^②を用いた。

$$E_i = \frac{\text{curl}V - \text{curl}V_{\min}}{\text{curl}V_{\max} - \text{curl}V_{\min}} \quad (7)$$

$$\text{curl}V = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

$E_i > T_{div}$ ならば分割マークを, $E_i < T_{rm}$ ならば削除マークをセルに付ける。分割と削除は分割を優先する。

3. 円柱まわりの衝撃波の反射と回折

3.1 衝撃波の反射と回折

入射衝撃波(Incident Shock)が進行し円柱とぶつかり、衝撃波は円柱表面で反射する(Fig.1(a))。この正常反射衝撃波と入射衝撃波の合点は、初めのうちは円柱表面に沿って伝播するが、正常反射がマッハ反射に変わると、この合点は円柱表面上を離れ、マッハステム1という新しい衝撃波が形成される(Fig1(b))。この3つの衝撃波で形成される合点のことを三重点1と呼ぶ。さらに入射衝撃波が進行すると、円柱後部で回折したマッハステムが後部淀み点で反射し、その反射したマッハステムは境界層と干渉する。その後マッハステムは上流へ伝播し前方の圧縮波に出会うと急速に強まり、これとも干渉して著しい剥離とラムダ型衝撃波を発生させる。剥離点は、衝撃波の伝播と共に上流へ移動し、剥離点後方では、円柱表面から離れた非粘性域まで逆流が及んでいる。逆流域では、流れの方向に圧力の急上昇部があり、そのため複雑な流れとなる^{(3),(4)}(Fig. 2)。

3.2 数値解析結果

計算領域は半円柱の中心が原点で直径を1として、

半円柱の中心から外側境界までの距離が3の半円形である(初期格子数 510)。最小格子幅は4回の適応後で 3.0×10^{-3} である。入射衝撃波を-0.7の位置に立て、あらかじめ適応し入射衝撃波近傍の格子を細かくした後、計算を開始した。適応のパラメータはできるだけ格子数を減少させるように決定した。また現象がx軸対称であるので、できるだけ格子の増加を防ぐために対称条件を導入した。計算条件を Tab.1 に示す。また、本研究では評価値(指針値の計算に用いる物理量)に密度、渦度、それらの混合値の3つを用いたが、それぞれに対する数値値を Tab.2 に示す。

Tab.1 Calculating condition 1

Ms	2.81
CFL	0.2
adapt.frequency	every 5 time steps
max cell level	4

Tab.2 Calculating condition 2

parameter	T_{div}	T_{rm}
density	1.0×10^{-1}	5.0×10^{-2}
vorticity	5.0×10^{-4}	2.5×10^{-4}
density&vorticity	1.0×10^{-3}	5.0×10^{-4}

Fig.1 Shock wave diffraction around circular cylinder

Fig.2 Shock wave reflection around circular cylinder

(a)Indicator's parameter : density

(a)Indicator's parameter : density
(32448 mesh)

(b) Indicator's parameter : vorticity

(b)Indicator's parameter : vorticity
(56616 mesh)

(c)Indicator's parameter : density&vorticity

(c)Indicator's parameter : density&vorticity
(45720 mesh)

Fig.4 computational grid

(d) Experiment⁽³⁾

Fig.3 Density contour ($M_s=2.81, t=0.91$)

Fig.5 vorticity contour

3.3 検討

3.3.1 評価値が密度のとき

結果(Fig.3(a))を見てみると、衝撃波が細くとらえられているのが分かる。次にメッシュ図(Fig.4(a))を見てみると、衝撃波の部分に格子が集まっている。さらに円柱後部の複雑な流れの部分にも格子が集まっており、これにより現象を詳細にとらえられるようになっている。

滑り線の前線において密度は不連続である。これにより滑り線の部分で格子が分割され、滑り線の存在は確認できるものの、実験結果(Fig.3(d))と比較すると滑り線のとらえかたが甘いことがわかる。またメッシュ図を見ても、格子が削除しきれていない箇所も目につく。

以上のことより、評価値を密度のみにして計算させた結果は全体的には良好であるが、細かいところで現象をとらえきれていないことが分かる。

3.3.2 評価値が渦度のとき

まず Löhner の指針値を用いて計算させてみたところ、格子の分割が多くなりすぎて、格子数が 10 万を超えてしまった。これは Löhner の式(5)の特性によるものである。よって Dannenhoffer の指針値を用いることにした。

等渦度線図(Fig.5)を参考にして、数居値をいくつか変えて計算させてみた。その結果、Tab.2 に表示した値にしたとき、格子数は多くなるものの良好な結果を示した(Fig.3(b))。滑り線の解析においては、他の評価値を用いた解析に比べて解像度が優れていることも結果より分かる。メッシュ図(Fig.4(b))を見ても、滑り線部分に格子が多くなっているのが分かる。

3.3.3 評価値が密度と渦度の混合値のとき

評価値を渦度にして行った解析結果は、良好なものではあったものの、格子数が多くなってしまったことが問題点であった。そこで評価値に密度と渦度の混合の値を用いて計算させてみた。この際、密度に関しては Löhner の指針値、渦度に関しては Dannenhoffer の指針値を適用した。また、分割の時にはより大きい値を、削除の時にはより小さな値を用いるようにした。これにより両者の性質が際立ち、分割と削除がはっきり行われると考えられる。

結果を見ると、衝撃波、滑り線、三重点の全てが良くとらえられていることが分かる(Fig.3(c))。実験結果(Fig.3(d))と比較しても非常に良好であると言える。さらにメッシュ図(Fig.4(c))をみると、衝撃波と滑り線の位置に格子が集まっていることが分かる。特に、衝撃波と滑り線の間に削除されたスペースがあり、これにより格子数の減少が図られている。すなわち、各々の

性質がはっきりと現れており、指針値を混合させたことの利点が十分に現れている。

4. 結 言

- (1) 評価値を密度単独にすると、全体的に良好な結果を得ることはできたが滑り線の解析には十分な結果を得ることができなかった。
- (2) 評価値を渦度単独にすると、渦である滑り線の解析は良好なものとなるが、Dannenhoffer の指針値の感度の悪さのために三重点がとらえにくく、それを補うために分割の数居値を小さくすると格子数が多くなってしまった。
- (3) 円柱まわりの衝撃波解析においては、評価値は密度と渦度の混合値が適しており、それにより解析において重要となる衝撃波、滑り線、三重点をより鮮明に、少ない格子数でとらえられることが出来た。
- (4) Löhner の指針値は、感度がよく、格子数も少なくなるものの、評価値の物理量が 0 付近での解析には適していない。これに対して Dannenhoffer の指針値は分割と削除がはっきりし、評価値の物理量が 0 付近での解析にも適しているが、数居値を定めるのが難しく、また格子数も多くなる。

参考文献

- (1) Löhner, R., An Adaptive Finite Element Scheme for Transient Problems in CFD, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, 61, (1987), 323--338.
- (2) Dannenhoffer, J.F. and Baron, J.R., Grid Adaptation for the 2-D Euler Equations, *AIAA Paper* 85--0484, (1985).
- (3) Bryson, A.E. and Gross, R.W.F., Diffraction of strong shocks by cones, cylinders, and spheres, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.10, (1961), 1-16.
- (4) Yang, J.Y., Liu Yen, and Lomax Harvard, Computation of Shock Wave Reflection by Circular Cylinders, *AIAA J.*, Vol.25, No.5, (1987), 683-689.