114 3 時刻時空間微分法による Gray Scale Image の PIV 処理の高速・高精度化

福井大 井戸 健敬[○], 村井 祐一, 山本 富士夫

High Speed and High Resolution PIV for Gray Scale Image using Three Spatio-Temporal Derivatives

Takehiro IDO¹, Yuichi MURAI², Fujio YAMAMOTO²

Abstract

The brightness distribution cross correlation method which is used widely in PIV measurement for gray scale image takes a long CPU time to obtain the flow velocity due to searching the maximum correlation region. To the contrary, an effective PIV algorithm using spatio-temporal derivatives was proposed by Okuno *et al.* However it needs a flow field model to supplement the lack of information obtained by two consecutive images. In present paper, a new method using three spatio-temporal derivatives is proposed, in which three consecutive images are used to obtain pure measurement value with short CPU time. The performance of the method is examined by uniform flow, two-dimensional vortex flow and meteorological satellite image.

1 緒 言

Gray Scale Image の PIV 計測に広く用いられる輝度分布相関法は、最大相関領域検索の過程で長い計算時間を必要とし、時系列計測や大規模画素数の画像計測には高速処理装置を必要とする。一方、輝度値の微分値から移流方程式を満足する流速を代数的に得ることで短時間内に流速を計測することができる時空間微分法が提案されている^[1]。しかし同手法では 2 時刻の画像しか用いないため、速度場を決定するための情報が不足し、渦度方程式など新たに "流場モデル" と呼ばれるモデルを導入する必要がある。

本研究では計算時間の短い時空間微分法を拡張し、3 時刻間で流速が不変という仮定を与えることにより、流場モデルを必要としない Gray Scale Image に対する高速 PIV アルゴリズム (3 時刻時空間微分法) を新しく提案する。また、得られた結果が連続の式を満足するように、著者らの開発した LER, VCP によるポストプロセッシング^[2]を課し、結果の高精度化を図る。これらのアルゴリズムの性能を、一様流と渦流れを対象として調査するとともに、実用例として時系列気象衛星画像に適用し、雲の移流速度ベクトルの計測が短時間で可能となることなどを示した。

2 3 時刻時空間微分法

Gray Scale Image の PIV 計測手法として 3 時刻時空間微分法を提案する (以下、3-STD)。時空間微分法では基礎式として次の輝度分布 ϕ の移流方程式を用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = S. \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は雲の移流速度ベクトル、 S は ϕ の生成項である。式 (1) を 3 時刻の画像 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 を用いて離散化すると、次の様に 2 つの方程式が得られる。

$$\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} + \mathbf{u}_{12} \cdot \nabla \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} = S_{12}, \quad (2)$$

$$\frac{\phi_3 - \phi_2}{\Delta t} + \mathbf{u}_{23} \cdot \nabla \frac{\phi_2 + \phi_3}{2} = S_{23}. \quad (3)$$

ここで速度ベクトルを 3 時刻間で一定、すなわち $\mathbf{u}_{12} = \mathbf{u}_{23} = \mathbf{u}$ と仮定すれば、 $\mathbf{u}$ は代数的に一意に決定される。このアルゴリズムは奥野らによって提案された時空間微分法^[1]を 3 時刻用に拡張したものであり、"流場モデル" が必要でなく、最終的な結果はより純粋な計測値として評価できるものとなる。また、輝度分布相関法で必要な最大相関領域検索が不要のため、演算時間が約 1/1,000 となり、時系列 PIV や大画素数で構成される画像の解析に好適なアルゴリズムと言える。

¹Student, Graduate School of Fukui University

²Fukui University, 3-9-1 Bunkyo, Fukui, 910-8507, Japan

式 (2), (3) から流速 (u, v) を求めるため, 空間に対する 2 次中心差分を適用し, 生成項を $S_{12} = S_{23} = 0$ とおくと, 次式が得られる.

$$u = -\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t \cdot D}\right) \cdot \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y}\right)_{23} + \left(\frac{\phi_3 - \phi_2}{\Delta t \cdot D}\right) \cdot \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y}\right)_{12}, \quad (4)$$

$$v = -\left(\frac{\phi_3 - \phi_2}{\Delta t \cdot D}\right) \cdot \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)_{12} + \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t \cdot D}\right) \cdot \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)_{23}. \quad (5)$$

ここで, D は次式で与えられる行列式の値である.

$$D = \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)_{12} \cdot \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y}\right)_{23} - \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y}\right)_{12} \cdot \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)_{23}. \quad (6)$$

以上の式中で添字 12 は第 1 画像と第 2 画像の平均値, 添字 23 は第 2 画像と第 3 画像の平均値を意味する. なお, $\Delta x, \Delta y$ は実際の格子分割幅 (m) であり, 1 画素分とする場合には, 移流方程式の離散化における式 (7) のクラン条件を満足する $\Delta X, \Delta Y$ で, 画像の平均化処理を行う必要がある. この処理により, 本手法で得られる流れ場の空間分解能は $\Delta X, \Delta Y$ となる. ただし, $\Delta X < \Delta x, \Delta Y < \Delta y$ の場合には, 平均化処理は不必要である.

$$Cr = \frac{u\Delta t}{\Delta X} \ll 1, \quad Cr = \frac{v\Delta t}{\Delta Y} \ll 1. \quad (7)$$

3 結果および考察

3.1 一様流への適用

本手法の性能を確認するため, 斜方向からの一様流で移流する 3 時刻の試験画像 Fig. 1(a) を用いた. 試験画像は 400×400 pixels でランダムに凹凸のある輝度分布とした. Fig. 1(b) に示した結果のとおり, 本手法では微分誤差に起因し, 完全に一様な流速が得られない. これについては次節で検討する.

3.2 渦流れへの適用

本手法を渦流れ (Vortex Flow) に適用し, その有効性を検討した. 渦流れの流速分布には, 連続の式を満たす次式を用いる.

$$u(x, y) = W \sin\left(\frac{2\pi kx}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi ky}{L}\right), \quad (8)$$

(a) Artificial Image

(b) Obtained Vectors

Fig. 1 A Test using Uniform Flow

$$v(x, y) = -W \sin\left(\frac{2\pi ky}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi kx}{L}\right). \quad (9)$$

ここで, W, k, L は, 流速の振幅, 波数, 正方領域の一辺の大きさである. 計算は $W = 1$, 波数 $k = 1, 2$ の 2 条件, 画像は Fig. 1 の様な輝度分布を 5 パターン用いた. なお, 渦流れは少ないパラメータで, 強い回転を有する 2 次元の周期的流れが表現されるため, アルゴリズムの性能評価に適している.

Fig. 2 に $k = 1$ の場合の結果を示す. 3-STD は 3 時刻時空間微分法による結果, LER はラプラス方程式による再配置処理 [2] を課した結果, VCP は速度修正ポテンシャルによる再配置の修正 [2] を行った結果を示す. LER, VCP の境界条件としては free-slip 条件を用いている.

3-STD では輝度分布の空間微分値が過小, すなわち, $|D|$ の値が過小な領域では, 数値計算精度が低下する. 従って, $|D|$ に下限を設けて, 正しい流速のみ捕獲する. Fig. 2 に示すように $|D|$ の値を大きく設定するほどベクトル捕獲数は減少するものの, 正確なベクトルは残る. すなわち, 本手法の誤差の発生は $|D|$

	$ D \geq 0.01$	$ D \geq 0.05$	$ D \geq 0.1$	$ D \geq 0.5$
3-STD
Cap. Ratio	0.478	0.350	0.264	0.049
Corre.Coeff.	0.880	0.976	0.987	0.995
LER
Corre.Coeff.	0.838	0.910	0.899	0.762
VCP
Corre.Coeff.	0.908	0.950	0.945	0.852

Fig. 2 Validation of Three Spatio-Temporal Derivatives Algorithm using a Vortex Flow

の設定値により抑制される。ベクトルの欠落した領域の流れを復元するために LER 処理を課すことで領域全体の流速分布が得られ、ついで、VCP 処理を付加することにより、連続の式を完全に満足する高精度の結果を得る。

3.3 相関係数による性能の評価

本手法の有効性を定量的に評価するため、次のような 2 つの関数の内積によって定義される相関係数^[3]を用い、復元性能を調べる。

$$C = \frac{\sum(\psi_a \cdot \psi_b)}{\sqrt{\sum \psi_a^2 \cdot \sum \psi_b^2}} \quad (10)$$

ここで、 ψ には速度ベクトルの絶対値 $|u|$ を用いる。

Fig. 3 に、ベクトル捕獲率 (Cap. Ratio) と上式の相関係数 (Corre. Coeff.) の $|D|$ に対する変化を示す。(a), (b) はそれぞれ $k=1, 2$ に対応する。ただし、

3-STD の相関係数は、ベクトルが得られている領域のみで算出した条件付相関係数である。同図よりベクトル捕獲率は $|D|$ が増加するとともに減少する。これは、 $|D|$ が式(2)(3)の連立方程式の直交性を表すパラメータであるため、例えば、 $|D|$ がゼロに近く算出された領域では、連立方程式が平行となり、画像ノイズが解の精度を低下させる、という関係がある。また、相関係数は波数 k が増すと低下する。LER によりベクトル欠落領域の流れを復元した結果は、3-STD より相関係数が低下するものの、VCP により改善されることが判る。この様に 3-STD では輝度分布の空間微分値に依存して速度ベクトルの欠落が発生するが、LER と VCP による Post-Processing により、領域全体の流れを 80% 程度の相関係数で妥当に復元することができる。

Fig. 3 Capturing Ratio and Correlation Coefficient versus Absolute-Matrix

3.4 演算時間の検討

3 時刻時空間微分法では, 最大相関領域検索が不要で, かつ, 流速分布が式 (4), (5) のみで一括して得られるため, Gray Scale Image に対する PIV アルゴリズムとしては計算時間が極めて短い. 一辺が N の画素で構成される画像の場合, 四則演算回数は輝度相関法で N^6 に比例して増大するのに対し, 本手法では N^2 の比例に抑えられる. 実際に次節の気象画像と比較した結果, PC (スカラー CPU : 300MHz) による演算で本手法では輝度相関法の 720 倍の速度で結果を得た.

3.5 気象衛星画像への応用

本手法の応用例の 1 つとして Fig. 4 に気象衛星画像への適用結果を示す. ここで用いた画像はインターネットより入手した気象衛星 "ひまわり" の水蒸気画像 (<http://www.tenki.or.jp/>) で, 画像サイズは 640×480 である. 試験画像の場合と同様に輝度分布に勾配のある領域で雲の移流速度ベクトルが得られる. またこのときの計算時間は, 5 秒未満であり高速処理が可能となった. さらに高速 CPU を使えばリアルタイム処理の可能性も期待される.

4 結 言

3 時刻間で流速分布が一定という条件を与えることにより Gray Scale Image に対する高速・高精度の PIV アルゴリズム (3 時刻時空間微分法) を提案した. この手法を渦流れに適用し, 著者らの開発した LER

Fig. 4 Application to Himawari's Image

と VCP との併用によって良好な性能を持つことが確認された. 今後, 強い非定常性のある流れに対する本手法の拡張と, より具体的な検証が期待される.

参考文献

- [1] 奥野, 西尾, 杉井: 画像の時空間微分を用いた流場の計測手法とその応用, 可視化情報 Vol.17, Suppl.No.1, 1997, pp.133-136
- [2] 井戸, 石川, 村井, 山本: 離散的流速データから全流速場を復元するための CFD 推定法の開発, 可視化情報, Vol.17, Suppl.No1 (1997), pp.235-238.
- [3] Yamamoto F., Wada A., Iguchi M., Ishikawa M.: Discussion of the Cross-correlation Methods for PIV, J. of Flow Visualization and Image Processing, 3, (1996), pp.65-78