論文

ウェーブレットによる拘束噴流内の二次流れの解析*

田畑 隆英**, 李 輝***, 野崎 勉***

Wavelet Analysis on Secondary Flow in a Bounded Jet

Takahide TABATA, Hui LI and Tsutomu NOZAKI

ABSTRACT

In order to reveal the unsteady structure of secondary flow of a turbulent bounded jet in both frequency and physical spaces, the wavelet cross spectrum was used to analyze the experimental velocity signals at two different positions near the wall in the near field. From the wavelet cross spectrum between two different fluctuating velocity components, the instantaneous contribution to Reynolds stress and the mechanism of eddy motion and secondary flow may be easily analyzed. The wavelet cross spectrum analysis of the velocity components at two different locations may determine the frequency and the location of the large-scale structure and the secondary flows in the shear layer near the wall.

Key words: Bounded Jet, Eddy, Turbulence, Wavelet Transform, Wavelet Cross Spectrum

1. 緒言

拘束噴流は三次元の複合乱流であり、2つの基本的な流れ、すなわち、矩形ノズルから流出する自由噴流と2枚の拘束平板上で発達する境界層流れから構成されている。拘束噴流は流体素子内部で見られる流れであり、発振装置、スイッチ、論理素子、そして増幅装置等への工学的応用が考えられる。これら流体素子内部の乱流の運動量および熱伝達を制御するために、拘束噴流の乱流構造をより詳細に調査する必要がある。Foss-Jones¹⁾らは比較的小さなアスペクト比の拘束噴流について初めて研究を行い、二次流れの存在と強い三次元性があることを報告している。それ以来、およそ30年間にわたり拘束噴流の研究^{2),3)}が幅広くなされている。拘束噴流の乱流構造の特徴を捉えるために、流れの可視化、エネルギースペクトル解析、空間相関法、POD (proper orthogonal decomposition)、パターン認識等の解析手法がこれまでよく用いられていた。しかし、局所周波数は空間-時間に関して乱流と渦の運動によって連続的に変化するため、二次流れの非定常構造は時間と周波数の両面からは未だ明らかにされていない。これまで、乱流構造を調査する方法の一つは、速度、圧力、温度等の定量的な測定を行い、乱流の時間平均特性を解析することであったが、この手法では時間に関する情報は失われてしまう。Laufer⁴⁾

は、せん断層内の系統づけられた動きの可視化から、条件付き抽出法は乱流構造の非常に重要な特徴を隠してしまうことを示した。可視化によって得られるように流れ構造の定量的な情報を抽出し、乱流の構造をより詳細に調査するために、新しい解析手法を開発する必要がある。近年、ウェーブレット解析は流体力学の分野に多用されるようになり、その有用性を示している。ここでは、1997年以降に報告された噴流に関する研究論文について以下に述べる。Li^{5),6)}はウェーブレットを基礎にしたウェーブレット相関法および時間-周波数相関法を提案し、乱流せん断の渦運動および組織構造を周波数領域と物理空間から明らかにすることに応用した。Liら⁷⁾は実験によって得られた速度信号にウェーブレット変換、局所ウェーブレットレイノルズ応力、そしてウェーブレットレイノルズ応力を適用することにより、拘束噴流内の大規模渦の構造を初めて研究した。

本研究の目的は、実験により得られた拘束噴流内の任意の位置における速度信号にウェーブレットクロススペクトル法を適用して解析し、二次流れの構造の挙動を物理空間と周波数領域の両面から明らかにすることである。さらに、噴流中央面および拘束平板近傍の流れの可視化実験を行い、ウェーブレット変換による解析結果と比較し、自由せん断層における渦挙動と壁近傍における二次流れの構造について調査し検討を行った。

2. ウェーブレット解析

有限なエネルギーを有する信号 $s(t)$ の一次元の連続

* 原稿受付 1998年5月18日

** 正会員 鹿児島工業高等専門学校

*** 正会員 鹿児島大学工学部

ウェーブレット $WT(t, f)$ は、時間-周波数双方に局在するアナライジングウェーブレット（またはマザーウェーブレット）と呼ばれる $\phi(\xi)$ の変数 ξ をスケール軸に対して $1/f$ スケール変換（ f は周波数に対応する）し、時間軸に対して t シフトして与えられる関数群 $\phi_{f,t}(b) = f\phi^*(f(b-t))$ を基底とした積分変換

$$\begin{aligned} WT(t, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(b) \phi_{f,t}(b) db \\ &= f \int_{-\infty}^{\infty} s(b) \phi^*(f(b-t)) db \end{aligned} \quad (1)$$

として定義される⁸⁾。ここで、 b はスケール変換後のアナライジングウェーブレット $\phi_{f,t}$ の変数を、 $*$ は複素共役を示す。また、ウェーブレット変換は、フーリエ変換を用いて等価的に

$$WT(t, f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{s}(\omega) \hat{\phi}^*\left(\frac{f}{\omega}\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

と表すことができる。ここで、 $\hat{s}$ と $\hat{\phi}^*$ は、それぞれ、 s と ϕ^* のフーリエ変換である。 $\phi_{f,t}$ はフーリエ変換の定義における $e^{i\omega}$ と同様の意味を持ち、 ω はフーリエ変換での周波数を示す。連続ウェーブレット変換は、広く数学的顕微鏡とも呼ばれており、光学機器、倍率、位置がそれぞれ、 $\phi(\xi)$ 、 f 、 t に対応する。

アナライジングウェーブレット $\phi(\xi)$ は、(1)コンパクトなサポートを持つ関数であること、すなわち、関数値が0でない区間が有限である関数であること、(2)ウェーブレットのアドミッシブル条件、

$$C_\phi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\phi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

を満たす単位エネルギーを有する関数であること、の2条件を満足する関数であれば良く、例えば、Haar, Mayer, Daubechies, Mexican hat, Morlet, Gabor などの関数が、アナライジングウェーブレットとして広く用いられる。ウェーブレット関数は、我々が信号から抽出する情報によって選択される。一般に、実数のウェーブレット関数は時間とスケールにおける信号の正負の成分を抽出することができる。また複素数のウェーブレット関数からは、信号の強さの情報ばかりでなく時間とスケールにおける位相に関する情報も得ることができる。本報告では、速度変動波形から時間と周波数に関する正と負の成分を抽出するために、Li ら⁹⁾が提案した修正 Mexican hat の式

$$\phi(\xi) = \{1 - (k\xi)^2\} e^{-\frac{(k\xi)^2}{2}} \quad (3)$$

をアナライジングウェーブレットとして採用した。ここで $k = \sqrt{2\pi}$ であり、この式のフーリエ変換は

$$\hat{\phi}(\omega) = \frac{2\sqrt{2\pi}}{k} \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 e^{-\frac{(\omega/k)^2}{2}} \quad (4)$$

で表される。メキシカンハット関数は流体力学によく用いられる他のウェーブレット関数（Morlet, Gabor）と比較して周波数領域での分解能は低いが、時間分解能が高い。非定常流れの解析には高い時間分解能が必要であると考えられる。

式(3), (4)から、 $\phi(\xi)$ は $t=0$ を中心として局所化されており、 $\hat{\phi}(\omega)$ は中心周波数 $\omega_0 = 2\pi$ を中心として局所化されていることが分かる。そのため、この関数を用いることで、式(1)中のパラメータ f は周波数を表すことになる。したがって、ウェーブレット係数式(1)は、時間と周波数の空間において信号の局所強さを表す。

同時に測定された2つの信号の相関特性を研究する場合、共分散あるいはクロススペクトルが用いられるが、この2つの方法では周波数領域と物理空間の両方で同時に抽出することは困難である。Li⁷⁾らはクロススペクトルを拡張し、2つの信号 $s_x(t)$ と $s_y(t)$ からそれぞれ得られるウェーブレット係数 $WT_x(t, f)$ および $WT_y(t, f)$ を用いて、新たにウェーブレットクロススペクトル関数 $Ws_{xy}(t, f)$ を、

$$Ws_{xy}(t, f) = WT_x(t, f) WT_y^*(t, f) \quad (5)$$

と定義した。 $Ws_{xy}(t, f)$ は2つの信号の時間-周波数における相関特性を示している。また、式(5)を2つの速度変動波形の解析に用い、ここではウェーブレットクロススペクトルを局所ウェーブレットレイノルズ応力⁷⁾と呼ぶことにする。

3. 実験装置

本研究で用いた拘束噴流の実験装置の概要を Fig. 1 に示す。ノズル出口中心に原点 O をとり、座標軸は右手系とし、流れ方向に X 軸、壁に対して垂直な方向に Z 軸を設定した。ここでは XOY 面、 XOZ 面をそれぞれ、噴流中央面、噴流中心面と呼ぶことにする。拘束噴流は、整流装置、金網、助走長さを有するプロア型風洞によって発生され、(縮小比 24:1 の) 200 mm × 100 mm の矩形ノズルへと導かれる。(ノズル幅 $2b_0 = 100$ mm) 2枚の拘束平板は、ノズルアスペクト比 $H/b_0 = 2$ となるようにノズルの出口に取り付けられる。レイノルズ数 Re

Fig. 1 Experimental Apparatus

は、代表長さと代表速度に、それぞれ、ノズル幅 $2b_o$ およびノズル出口での平均流出速度 U_o ($=1.5$ m/s) をとると、 1.0×10^4 となる。 u , v , w は、それぞれ、 X , Y , Z 方向の変動速度成分である。各軸方向の変動速度の測定には熱線流速計を用いる。異なる2つの計測点を同時に計測するため2本のX型プローブを用いるが、1本目のプローブは $Z/b_o = 1.9$ に固定され、他方のプローブは Z 方向に沿って移動される。サンプリング周期 1 ms で 10 s 間測定されたデータは、パソコンに転送され、記録された後、そのデータを用いてウェーブ

レットによる時間-周波数解析を行った。なお、平均流速の不確かさ¹⁰⁾は、 $U_{RSS} = 0.097$ m/s である。

また、拘束噴流の流れの状態を把握するために、 $X-Y$ 断面について可視化実験を行い、噴流の渦を観察した。光源には出力 15 mJ/パルスのダブルパルス Nd:YAG レーザーを用い、シリンドリカルレンズにより厚さ約 10 mm のシート状にして照射時間 0.7 ms, 照射間隔 3.3 ms, 繰り返し周波数 30 Hz で測定断面 ($X-Y$ 断面) を照射した。トレーサ粒子には平均粒子径 10 μ m のタルクパウダーを用い、送風機の吸い込み口から

Fig. 2 Wavelet Cross Spectrum Analysis between u -velocity Components and v -velocity Components at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.7$

- (a) Wavelet Cross Spectrum Coefficients
- (b) Fluctuating Velocity u
- (c) Fluctuating Velocity v

Fig. 3 Wavelet Cross Spectrum Analysis between u -velocity Components and w -velocity Components at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.7$

- (a) Wavelet Cross Spectrum Coefficients
- (b) Fluctuating Velocity u
- (c) Fluctuating Velocity w

混入させ、流れ場全体に十分に行き渡るようにした。各可視化断面は $Z/b_o = 0.0, 1.6, 1.9$ の $X-Y$ 断面であり、30 フレーム/s の CCD カメラにより撮影され、VTR に記録される。したがって、可視化画像として用いたビデオ画像の 1 フレームには、3.3 ms 間隔で二重露光した露出時間 0.7 ms のある瞬間の画像が記録されている。得られた一連の画像は、トレーサー粒子がほぼ静止している良好な画質であった。

4. 結果と考察

4.1 ウェーブレットクロススペクトル法を用いた解析

Holdeman - Foss²⁾によって報告されているように、

拘束噴流内の二次流れは、ノズル出口平面において噴流が拘束される平面渦輪の変形によって生じる。この渦輪の変形は、拘束平板から離れた領域において、矩形ノズルから流出する自由噴流でみられるそれと類似している。しかし、自由噴流の場合と異なり、拘束平板近傍では新たに流れ方向に渦度が発生する。二次流れは、上流から下流へ向かうにしたがって、発生、発達、減衰していく。

本研究においては、まず、時間と周波数についてせん断層内の渦運動および壁面近傍における二次流れの構造を調査するために、熱線流速計から得られた異なる 2 点間の変動速度の相関および異なる二成分の変動速度の相関について、ウェーブレットスペクトル法を用いて解析

Fig. 4 Wavelet Cross Spectrum Analysis of u -velocity Components

- (a) Wavelet Cross Spectrum Coefficients
- (b) Fluctuating Velocity u_1 at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.6$
- (c) Fluctuating Velocity u_2 at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.9$

Fig. 5 Wavelet Cross Spectrum Analysis of w -velocity Components

- (a) Wavelet Cross Spectrum Coefficients
- (b) Fluctuating Velocity w_1 at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.6$
- (c) Fluctuating Velocity w_2 at $X/b_o = 8.0$, $Y/b_o = 1.2$ and $Z/b_o = 1.9$

を行った。

壁面にごく近い位置、 $X/b_0=8.0$, $Y/b_0=1.2$, $Z/b_0=1.7$ における速度成分 u , v およびウェーブレットクロススペクトル $Wuv(t, f)U_0^2$ の分布を Fig. 2 に示す。ウェーブレットクロススペクトルの値は、 U_0^2 で無次元化されている。横軸は時間 t 、縦軸は周波数 f である。Li ら⁸⁾によって報告されているように、 $Wuv(t, f)U_0^2$ のウェーブレットクロススペクトルは、流れの構造に直接関係する物理量である、レイノルズ応力 $\rho \overline{uv}$ の周波数空間における分布を示している。Fig. 2 において、10～200 Hz の周波数帯に見られるピークは瞬間的にレイノルズ応力 $\rho \overline{uv}$ が強く作用していることを示し、せん断層内での渦干渉のメカニズム、すなわち、渦の発生や合体の過程と関連することを示している。例えば、 $t=0.2 \sim 0.4$ s かつ $f=200$ Hz に見られる負のピークは、レイノルズ応力 $\rho \overline{uv}$ の瞬間的な負の作用を示している。これは物理的に、せん断層内の乱れのエネルギーがこの周波数帯域において瞬間的に平均流へ逆流し、流れ場の乱流エネルギーが瞬間的に減少していることを意味する。

同じ測定位置、すなわち $X/b_0=8.0$, $Y/b_0=1.2$, $Z/b_0=1.7$ における速度成分 u , w のウェーブレットクロススペクトル $Wuw(t, f)U_0^2$ を Fig. 3 に示す。レイノルズ応力 $\rho \overline{uw}$ の瞬間的なピークは、 $f=10 \sim 100$ Hz の範囲に現れ、 u および w 速度成分間のエネルギーの瞬間的な交換を示しており、二次流れのメカニズム、すなわち、二次流れの発生、発達、減衰の過程と関係がある。 $t=0.3, 0.4 \sim 0.5, 0.9 \sim 1.0, 1.7 \sim 1.8$ s 付近でいくつかの強いピークが見られるが、これは形成された二次流れの通過を示していると考えられる。

次に流れ場の組織構造を解析するために、2つの異なる点における速度成分をウェーブレットクロススペクトル法によって解析した。 $X/b_0=8.0$, $Y/b_0=1.2$ における $Z/b_0=1.6$ および 1.9 での u 速度成分間のウェーブレットクロススペクトルを Fig. 4 に示す。 $Wuu(t, f)/U_0^2$ の等高線図の下には、 $Z/b_0=1.6$ および 1.9 での変動速度成分 u も同時に示す。Fig. 4 より 10～100 Hz の範囲に現れる u 速度成分の相関の大きさは一定ではなく、正のピークは $t=0 \sim 0.2, 0.7 \sim 1.4, 1.6 \sim 2$ s に間欠的に現れる。これらの正のピークは壁面近傍のせん断層を通過する渦を捉えたものと考えられ、周波数は通過していく渦のスケールを表している。

同じ計測点、すなわち $X/b_0=8.0$, $Y/b_0=1.2$ における $Z/b_0=1.6$ および 1.9 における速度成分 w のウェーブレットクロススペクトルを Fig. 5 に示す。 $Www(t, f)/U_0^2$ の正のピークは $f=100 \sim 1,000$ Hz の範囲に現れ、壁面近傍のせん断層内に存在する二次流れを示している。Fig. 4 の u 速度成分のウェーブレットクロススペクトルと比較すると、 w 速度成分のウェーブレットクロススペクトルは、二次流れの卓越周波数は一定でなく、主要な渦のそれより高くなっていることが分かる。

4.2 流れの可視化画像を用いた解析

4.1 節では、熱線流速計から得られた変動速度波形を用いてウェーブレットクロススペクトル法により、時間と周波数の両面から解析を行った。これは点計測から得られた結果であり、流れ場の状態を詳細に把握するためには、可視化画像から得られる情報についても併せて考慮する必要がある。

本研究においては、自由せん断層および拘束平板近傍における渦の挙動を可視化し、先に行われたウェーブレットによる解析結果と比較および検討することにより拘束噴流内の二次流れの構造について調査した。

各 X - Y 断面における可視化画像を Fig. 6 に示す。(a)～(c)は、それぞれ $Z/b_0=0.0, 1.6$ および 1.9 の断面である。流れは噴流中心面 (X - Z 断面) についてほぼ対称となるため、各可視化画像は X - Y 断面の下側半分について示している。すなわち、画像の上端が噴流中心面 ($Y/b_0=0.0$) であり、流れは左上部に位置する長さ b_0 (ノズル半幅) のノズルから流出し、下流 (右側) へと流れていくことになる。

Fig. 6 Flow Visualization Photograph

噴流中央面 ($Z/b_0 = 0.0$) のある瞬間の可視化画像を Fig. 6(a) に示す。可視化映像から自由せん断層内において、 $X/b_0 = 0.5$ 付近で噴流主流と周囲の流体との速度差により、渦が発生し始めていることが分かる。この渦の発生周期はおよそ 0.5 s すなわち約 2 Hz であった。この渦は下流に進むにしたがい成長し、自由せん断層を巻き込みながら徐々にその規模が大きくなっていく。 $X/b_0 = 6.0$ すなわち噴流中心軸上がポテンシャルコアの領域を出ると隣り合う2つの渦同士が互いの周囲を旋回しながら接近し、その後合体する様子が確認される。この合体の周期は 1 s 前後、つまり約 1 Hz であった。

$Z/b_0 = 1.6$ の可視化画像を Fig. 6(b) に示す。噴流中央面から $Z/b_0 = 1.6$ まではせん断層で発生する渦のスケールはやや小さくなり、僅かに噴流幅が広がるが、渦の発生周期は変化せず、ほぼ流れの二次元性が保たれていることが確認できる。可視化映像ではせん断層において、ほぼ 10 Hz で規則的に渦が通過している。このことから、Fig. 2 に示される $10\sim 100\text{ Hz}$ の範囲に 0.1 s の周期で現れるウェーブレット相互相関の正負のピークは、渦の通過を捉えたものと考えることができる。Fig. 6(c) に示す $Z/b_0 = 1.9$ になると、二次流れによる壁方向への押し寄せの影響が現れ、渦のストレッチングによりさらに噴流幅が広がるため、明瞭な渦の形は見られなくなることが本実験により新たに確認された。この断面は、アクリル製の拘束平板によりレーザー光が反射し、さらに平板状に境界層が発達するためトレーサ粒子の供給が少なく、可視化が困難な断面であった。しかし、従来の可視化実験装置と比較し、本実験で用いられた YAG レーザーの光量が極めて大きいうえに指向性が鋭く、さらに CCD カメラの感度が向上したことにより、初めて可視化を行うことが可能となった。約 $X/b_0 = 1.5$ より下流の自由せん断層において、発生周期は不規則であるが、間欠的に大きなスケールの渦が通過していく様子が観察された。このことから、Figs. 4, 5 に間欠的に現れるウェーブレットクロススペクトルの大きな正負のピークは、二次流れによる渦の通過を捉えたものと考えられる。

5. 結 言

ノズルアスペクト比 2、代表速度にノズル出口の一樣速度を、代表寸法にノズル出口幅を用いたレイノルズ数 1.0×10^4 の拘束噴流について、可視化実験、熱線流速計を用いた流速測定およびその変動速度波形について

ウェーブレットクロススペクトル法による時間-周波数解析を行い、以下の結論を得た。

- (1) 異なる 2 つの測定位置における変動速度成分から求められたウェーブレットクロススペクトルの分布図から、 $10\sim 100\text{ Hz}$ を卓越周波数とする大きなスケールの渦の運動が存在し、 $X/b_0 = 8.0$ において二次流れは $f = 100\sim 1,000\text{ Hz}$ の範囲に現れる。
- (2) 間欠照射をさせた YAG レーザーを用いた流れの可視化実験から、拘束平板近傍における二次流れの挙動を初めて撮影することが可能となり、ウェーブレットクロススペクトル法によって捉えられた二次流れの通過を流れの可視化においても確認することができた。

参 考 文 献

- 1) Foss, J.F. and Jones, J.B.: Secondary Flow Effects in a Bounded Rectangular Jet, ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 90, No. 2 (1968) pp. 241-248.
- 2) Holdman, J.D. and Foss, J.F.: The Initiation, Development, and Decay of the Secondary Flow in a Boundary Jet, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 97, No. 3 (1975) pp. 342-352.
- 3) Nozaki, T., Maekawa, H. and Kouno, H.: Experimental Study of a Bounded Jet Flow (Mechanism of the Secondary Flow), Flow Visualization IV, Hemisphere Publishing Corporation, (1986) pp. 495-499.
- 4) Laufer, J.: New Trends in Experimental Turbulence Research, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 7 (1975) pp. 307-320.
- 5) Li, H. and Nozaki, T.: Application of Wavelet Cross-Correlation Analysis to a Turbulent Plane Jet, JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 40, No. 1 (1997) pp. 58-66.
- 6) Li, H.: Wavelet Auto-Correlation Analysis Applied to Eddy Structure Identification of Free Turbulent Shear Flow, JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 40, No. 4 (1997) pp. 567-576.
- 7) Li, H., Nozaki, T., Tabata, T. and Oshige, S.: Wavelet Analysis of Flow Structure in a Bounded Jet, JSME ICFE-97-107, Vol. 2 (1997) pp. 589-594.
- 8) Holschneider, M.: Wavelets: An Analysis Tool, Oxford Science Publications (1995).
- 9) Li, H. and Nozaki, T.: Wavelet Analysis for the Plane Turbulent Jet (Analysis of Large Eddy Structure), JSME International Journal, Fluids and Thermal Engineering, Vol. 38, No. 4 (1995) pp. 525-534.
- 10) ASME (日本機械学会訳): 計測の不確かさ, 丸善 (1987).