1 3 3 ラプラス方程式再配置法 (LER) による PTV の誤対応ベクトル除去法

福井大 井戸健敬[○], 村井祐一, 太田淳一, 山本富士夫

A Method of Mis-matched Vector Elimination in PTV based on the Laplace Equation Rearrangement

Takehiro Ido, Yuichi Murai, Junichi Ohta and Fujio Yamamoto

ABSTRACT

Velocity vectors obtained by PTV contain usually mis-matched vectors. In order to estimate the whole flow field structure, the mis-matched vectors should be eliminated exactly. In the present report, a method of mis-matched vector elimination in PTV based on Laplace equation rearrangement is proposed. As a result, it is recognized that the present method has good performance by the verification after applying it to two-dimensional vortex flow and Karman vortex flow. Furthermore, it is confirmed to acquire higher performance by using a successive iteration type.

Keywords: PTV, Mis-matched vectors, Laplace Equation Rearrangement (LER)

1. 緒 言

PTV (Particle Tracking Velocimetry) では, 複数の粒子画像から粒子点座標を検出し, それらを追跡することによって各粒子の速度が求められる。しかし, 個々の粒子を追跡するという方法上, 粒子に重なりが生じた場合や, 粒子の分布状態の類似性が高い場合には対応させる粒子を誤り, 誤対応ベクトルを生じる。誤対応ベクトルは, 流速データの再配置処理や他の物理量を算出する際に大きな誤差を与えるため除去する必要がある。しかし, 誤対応ベクトルを除去する際には誤対応の判定のしきい値やサンプリング領域の設定など, 流れ場に応じた最適なパラメータの設定をしなければならない。

PTV における誤対応ベクトルの除去法に関しては, 統計学的に除去する方法の他に, ダブルチェック法¹⁾, 粒子相関法²⁾, カルマンフィルタを用いる方法³⁾, デローニー三角形を用いる方法⁴⁾ など PTV アルゴリズムの中に組み込まれた手法が提案されている。また, 流体法則を満足するように誤対応ベクトルを修正する方法として, 乱流モデルを用いて定義された費用関数が最小となる流れ場を決定する方法⁵⁾, SOLA 法すなわち N-S 方程式の圧力勾配項と連続の式を連立した速度場修正法⁶⁾ などが提案されている。

本研究では, 測定空間で離散的に得られた流速データに含まれる誤対応ベクトルをより客観的判断基準を用いて除去する手法を開発する。その方法として本報では, ラプラス方程式による再配置法を用いた誤対応ベクトル除去法を提案する。同手法はラプラス方程式に基づく流速の再配置

法 (LER: Laplace Equation Rearrangement)^{7),8)} により PTV データの再配置を行い, その結果得られる格子空間上の PTV データにおける速度のラプラシアン⁹⁾の分布により, 誤対応ベクトルの判定を行うものである。これらの処理法の性能を Vortex Flow とカルマン渦放出流れを対象とした試験により調査した。

2. 処理手法

本研究では, PTV によって得られる離散的な流速データに含まれる誤対応ベクトルを除去する手段として, ラプラス方程式による速度ベクトルの再配置法 (LER)^{7),8)} を用いた手法を提案する。以下では, 再配置法を LER, 誤対応ベクトル除去法を LED (Laplace Equation Mis-matched Vector Detection) と略記する。

2.1 LER: ラプラス方程式による再配置

離散的に分布する流速データを格子空間に再配置する手段として, 次に示す流速 u に関するラプラス方程式による再配置法 (LER)^{7),8)} を用いる。

$$\nabla^2 u = 0. \quad (1)$$

なお, PTV データ点には式 (1) を適用しない。式 (1) は多次元の線形補間を実現する基本式であり, 流速データ点を空間的に滑らかに補間することが調査済みである。

2.2 LED: ラプラス方程式による誤対応ベクトル除去法

LED では前節で述べた LER により再配置された PTV データを用いて, 誤対応ベクトルの検索を行う。LER によっ

M : Magnification, A : Angle, $N=100$

Fig. 1 Sample of erroneous vectors

て得られた流速分布を次式に代入し, PTV データ点 (i) における速度のラプラシアン ϕ_i を求める.

$$\phi_i = \nabla^2 u|_i. \quad (2)$$

式 (2) によって得られる ϕ_i は, PTV データ点以外では, 式 (1) を満足するため 0 となるが, PTV データ点では式 (1) を適用しないため必ずしも 0 近傍の値をとらない. 特に, 近傍の PTV データと著しく異なる $|\phi_i|$ の値をもつ PTV データ点は, 他の PTV データ点と比較して $|\phi_i|$ の値が高くなる. これは式 (1) によって得られる流速分布の中で, その PTV データ点突出していることを示す. 本手法では, 流れ場全体の PTV データ点における $|\phi|$ の平均値 $|\overline{\phi}|$ により除した次式で与えられる判定基準値 J_i により判定を行う.

$$J_i = \frac{|\phi_i|}{|\overline{\phi}|}, \quad |\overline{\phi}| = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\phi_i|. \quad (3)$$

ここで, N は PTV データ数, ϕ_i は各々の PTV データ点におけるラプラシアンの値を示す.

本手法の特徴を以下に挙げる.

- 従来より用いられている周辺ベクトルとの比較による判定法で必要となる, サンプリング領域の大きさやベクトル数などの PTV データ固有のチューニングパラメータの設定が不要である.
- 誤対応ベクトルの判定基準であるしきい値が無次元量として一般化されているため, そのしきい値の設定に統計学的な意味をもたせることができる.
- 格子空間に補間された流速分布を用いて誤対応ベクトルの判定を行うため, 計算時間が PTV データ数に依存しない.

Fig. 2 Magnification versus judgement value

2.3 逐次型 LED

LER によって得られる流れ場はすべての PTV データを正しいと仮定して再配置を行う. このため, ある誤対応ベクトルの影響により, 他の正しいベクトルが誤対応と判定される可能性がある. そこで本節では, 式 (3) の J_i が最大値となるベクトルを順に除去する逐次型 LED を提案する. 逐次型 LED では, 式 (3) より得られる J_i の値において, 最大値をとるベクトルを誤対応と判定し, J_i の値がしきい値以下になるまで 1 個ずつ順に除去する. これにより, 計算時間は長くなるが, より正確に誤対応ベクトルを検出することができる.

3. 試験データの作成

本手法の特徴の調査及び性能評価を行うために, N-S 方程式の要素解である渦流れ (Vortex Flow) を用いた. 渦流れに対して, 以下のような条件で人為的に誤対応ベクトルを 10% 付加した. (1) 速度ベクトルに一定の偏角を与える, (2) 速度ベクトルの大きさを変化させる, (3) 前述の 2 つを組合わせて, 大きさ, 偏角の両方を変化させる. 上述の条件により製作した PTV データの一例を Fig.1 に示す. Fig.1 において, M , A は速度ベクトルの倍率, 偏角を示し, 総ベクトル数 N は 100 である. また (a) は誤対応ベクトルを含まない場合, (b) は 45 度の偏角を与えたもの, (c) は 2 倍の大きさを与えたもの, (d) は 5 倍の大きさを与え, 30 度の偏角を与えたものを示す.

4. 結果および考察

4.1 LED の特性

本節では, LED の特性を調査するために, Fig.1 に示すような PTV データを他にも複数製作し, ベクトルの倍率と偏角に対する判定基準値の関係を調べた. Fig.2 にその結果を示す. 横軸にベクトルの大きさの倍率 M , 縦軸に判定値 J_i , A は偏角を示し, 実線は誤対応ベクトルにおける J_i の平均値, 点線は正対応ベクトルにおける J_i の平均値を示す. J_i は正対応ベクトルと比較して, 誤対応ベクトルの方が明らかに高い値を示している. また, いずれの偏角にお

	LED		LED (Successive iteration type)	
	$N=100$	$N=500$	$N=100$	$N=500$
(a) Sampled vectors
(b) Judged as mis-matched
	$C_e=100.0 \%$	$C_e=93.9 \%$	$C_e=100.0 \%$	$C_e=98.0 \%$
(c) Judged as correct
	$C_c=98.9 \%$	$C_c=98.4 \%$	$C_c=100.0 \%$	$C_c=100.0 \%$

N : Number of sampled vectors, C_e : Capturing ratio of error vectors, C_c : Capturing ratio of correct vectors

Fig. 3 Results of error detection by LED and LED with successive iteration type

いても倍率が大きくなるに従って正対応ベクトルと誤対応ベクトルの J_i の値の差が大きくなっている。このグラフは渦流れ特有のものであるが、他の流れ場でも同様に有意な差が期待される。これにより、 J_i を判定基準として誤対応ベクトルの検出が可能であると考えられる。また、 J_i は速度の大きさによらず、平均値は必然的に 1.0 のため、他の方法と比較して、パラメータの設定に一般性がある。しかし、それと同時に他の手法のような大きさや偏角による許容範囲の設定はできない。

4.2 性能評価

前節では、誤対応ベクトルとして人為的に一定の大きさを与えたが、実際の流れ場における誤対応ベクトルの発生形態は、粒子密度や捜査領域、同定領域などによって変化する。特に PTV アルゴリズムでは、着目粒子とその周辺の粒子との間で、粒子の対応付けに誤りが生じる。そこで、本節では粒子密度を考慮し、以下の式を用いて誤対応ベクトルの大きさを与えた。

$$d = \sqrt{\frac{L^2}{N}} \quad (4)$$

ここで、 d は誤対応ベクトルの大きさ、 L は領域 1 辺の長さ、 N は領域内の粒子（速度ベクトル）数である。また、偏角については前節と同様に一定の角度で回転させた。以上の方法により製作した PTV データを Fig.3(a) に示す。ここで、 N は流れ場の全ベクトル数を示し、誤対応ベクトルの含有率は 10% である。

これらの PTV データを用いて、本手法の性能評価を行った。Fig.3(b), (c) にその結果を示す。図は、ベクトル数 $N=100, 500$ の場合について、それぞれ LED による結果と逐次型 LED による結果を示す。ここで、LED における J_i のしきい値は 3.0、逐次型 LED は 2.5 とした。図中、 C の値は検出率を表し、 C_e, C_c ともに 100% のとき、正対応ベクトルと誤対応ベクトルが確実に判別されたことを示す。図より、 $N=100$ の場合において、LED では誤対応と判定されていた正対応ベクトルも、逐次型を用いることで正確に判別されていることがわかる。また、 $N=500$ の場合においても、より正しく判別されていることがわかる。

Fig. 4 Mis-matched vector detection

4.3 他の方法との比較

格子空間で速度ベクトルが得られる PIV に比べ, PTV データの誤対応ベクトル除去は, データの分布が粒子分布に依存するため誤対応判定が困難となる. また, 必要以上にベクトルを除去するとベクトル数が少なくなったり, 変形の強い領域の速度ベクトルが減少する. 本節では, 誤対応ベクトルの除去と正対応ベクトルの残存という相反する 2 つの性能について, 従来より提案されている他の手法と本手法の比較を行う. ここでは, 従来の手法として, 二値化画像相関法におけるダブルチェック法¹⁾の概念を用いた方法, 対象ベクトル近傍のベクトルの平均値により判定する方法を用いた. Fig.4(a), (b) にそれぞれ誤対応ベクトルと正対応ベクトルの検出率による比較結果を示す. 結果は 10 パターンの PTV データによる平均値として, 横軸にベクトル数, 縦軸に除去率, 残存率を示す. 図中の表示では LED が本手法, D-CHK がダブルチェック法, AED (Average Error Detection) が領域内の平均値により判定した方法を示す. なお, この結果はいずれの手法においても誤対応判定基準を一定とした. Fig.4(a) の誤対応ベクトルの除去率についてはいずれの手法においても 80% 以上の良好な結果を得ている. しかし, Fig.4(b) に示す正対応ベクトルの残存率においては, LED はいずれの流れ場においても 90% 以上の良好な結果を示しているが, 他の 2 手法については大きな変動がある.

4.4 カルマン渦列への応用

本手法をダクト内の正方形柱から放出されるカルマン渦の 2 次元 NS 数値解析結果に応用した. Fig.5(a) に数値解析結果を示す. 流れ方向は左から右で, 格子分割数は, 20×80 である. Fig.5(a) より, PTV データを模擬して, 200 個のベクトルをランダムに抽出し, その中の 10% を誤対応ベクトルとして, 式 (4) より大きさ d を与え, 偏角は乱数で与えた. Fig.5(b) に模擬 PTV データ, Fig.5(c), (d) に誤対応ベクトル判別結果を示す. 図より, 誤対応ベクトルが確実に検出されていることがわかる.

5. 結 言

本報告では, PTV などによって得られる離散的な流速データに含まれる誤対応ベクトルを除去する方法として, ラプラス方程式再配置法を用いた処理法, LED 及び逐次型

Number of sampled vector: 200

Fig. 5 Application to Karman vortex

LED を提案した. LED を用いることにより, 誤対応ベクトル除去時における, PTV データ固有のチューニングパラメータが不要となり, より客観的な判断基準で誤対応ベクトルの検出ができるようになった. この手法を渦流れやカルマン渦列に適用した結果, 良好な性能が確認された. さらに, 逐次型 LED を用いることで, より高精度な誤対応ベクトルの判別が可能となることがわかった.

参考文献

- 1) 山本ら: 二値化相関法 PTV の正対応率と測定精度の向上, 機論 (B), 57-543, pp.3826-3831, 1991.
- 2) 植村ら: 相関画像解析法における粒子の誤対応に対する処理, 流れの可視化, 9-Suppl., pp.35-40, 1989.
- 3) 飯田ら: 三次元 PIV のステレオペア誤対応低減に関する研究, 機論 (B), 60-580, pp.4108-4111, 1994.
- 4) Song, X. et al: Cross-correlation algorithm for PIV by Delaunay tessellation, *Proc. of 2nd Int. Workshop on PIV'97-Fukui*, pp.109-115, 1997.
- 5) 山口ら: PIV と CFD を組み合わせた流れ場の推定法, 可視化情報, Vol.16, Suppl.No.2, pp.27-30, 1996.
- 6) 岸本ら: 画像情報を用いた流れ場の数値処理に関する基礎研究, 可視化情報, Vol.16, Suppl.No.2, pp.35-38, 1996.
- 7) Ido, T. et al: PIV Measurement of Torque Converter Internal Flow, *Proc. of 3rd Int. Conf. on Fluid Dynamic Measurement and Its Applications*, pp.155-160, 1997.
- 8) 村井ら: CFD の手法を用いた PIV 計測結果のポストプロセッシング法の開発, 機論 (B), 64-626, pp.3249-3256, 1998.