費用関数法を用いる観測値と基礎方程式からの流れ場推定

塩田 卓[○](大阪大学), 加賀 昭和(大阪大学)
 近藤 明(大阪大学), 井上 義雄(大阪大学)
 山口 克人(大阪大学)

Estimation of Flow Field from Measured Data and Physical Equations using Cost Function Method

Takashi SHIOTA, Akikazu KAGA, Akira KONDO,
 Yoshio INOUE and Katuhito YAMAGUCHI

ABSTRACT

In recent years, various methods which attempt to reduce measurement errors and supplement data to data omission points by applying governing equations have been proposed. In this paper, we classify these methods according to the types of observations and equations used.

Subsequently, we propose GCFM (Generalized Cost Function Method) which reflects the observation data of velocity, temperature and mass concentration to the mutual estimation of each field by using the cost function defined by the summation of the residuals of governing equations and data corrections.

Finally we execute a numerical experiment for 2-dimentional steady non-isothermal flow field which contains pollutant emission sources to verify the effectiveness of GCFM, and we can confirm that our method is effective in the grasping of the flow fields.

Key Words: Cost function method, Flow estimation, PIV

1. はじめに

室全体など大空間の空気環境の構成要素である温度、濃度、汚染物質濃度の測定には、測定系および人為的要因による誤差や、特に速度計測に PIV を用いた場合においては欠測が存在するために、定量的に精度よく把握することは一般に困難である。

これに対し、観測値の誤差の修正や欠測の復元に流れ場の支配方程式を援用する試みがいくなされてきている。そこで本報では、従来流れ場の観測値推定を目的として提案されている手法の分類を行い、各手法がどのような情報を用いて流れ場を推定しようとしているかを明らかにする。

次に、速度場以外に得られる観測値の情報を相互に反映させる項を費用関数に取り入れた、一般化費用関数法-GCFM (Generalized Cost Function Method) を定義し、他の手法との関係や、GCFM により速度場、温度場、濃度場の情報を相互の場の推定に積極的に反映させた場合の効果を、熱源および汚染源を持つ二次元定常場の室内を対象とした数値実験により検証する。

2. 従来手法の分類

ここでは、これまで提案されている流れ場の推定手法を、対応する費用関数により分類する。

2.1 費用関数法

費用関数法を用いて観測値と基礎方程式から状態量を推定する手法を一般化すると、以下のように表せる。

基礎方程式,

$$f_k(\xi_i, \eta_j) = 0 \quad (1)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \xi_i &: \text{独立変数} \\ &\quad i = 1, 2, 3(\text{空間座標}), \quad i = 4(\text{時間}) \\ \eta_j &: \text{従属変数} \\ &\quad j = 1, 2, 3(\text{速度成分 } u, v, w), \quad j = 4(\text{圧力 } P), \\ &\quad j = 5(\text{温度 } \theta), \quad j = 6(\text{濃度 } c) \\ f_k &: \text{基礎方程式} \\ &\quad k = 1, 2, 3(NS \text{ 方程式の } x, y, z \text{ 成分}), \\ &\quad k = 4(\text{連続式}), \quad k = 5(\text{温度方程式}), \\ &\quad k = 6(\text{濃度方程式}) \end{aligned}$$

について、残差の二乗および観測値の修正量の二乗の和を費用関数 CF とおくと、

$$CF = \int \left\{ \sum_k f_k^2(\xi_i, \eta_j) + \sum_j (\eta_j - \eta_{j,obs})^2 \right\} d\xi \quad (2)$$

と表される。ここで、 $\int d\xi$ は対象領域全体にわたる全ての ξ に関する積分を表している。式 (2) を最小化する一手法として、ここでは η_j で偏微分して 0 とおいた式、

$$\int \left\{ \sum_k f_k \frac{\partial f_k}{\partial \eta_j} + (\eta_j - \eta_{j,obs}) \right\} d\xi = 0 \quad (3)$$

を解いて η_j を求める方法を考える。なおここでは簡単のため費用関数の各項の重みの表記は省略した。

2.2 従来手法の分類

Table1 に、これまで提案されている観測値と基礎方程式から流れ場を推定する手法をまとめた。

Table 1 Classification of conventional methods

番号	従来の流れ場の推定手法		参考文献
①	濃度観測値を用いる方法	濃度のみを用いる方法 (時空間微分法)	文献 1)
②		連続式と融合させる方法	文献 2)
③		連続式、運動方程式と 融合させる方法	文献 3)
④	温度観測値を用いる方法		文献 4)
⑤	圧力観測値を用いる方法		文献 5)
⑥	スカラー・速度観測値をそれぞれ単独で 用いる方法 (4 次元同化法)		文献 6)
⑦	速度観測値のみ を用いる方法	連続式と融合させる方法	文献 7) 文献 8) 文献 9)
⑧		連続式、運動方程式と 融合させる方法	文献 10) 文献 11)

次に、以上の各手法で流れ場を推定する際に考慮されている基礎方程式および従属変数を、相当する費用関数の微分項 $\partial f_k / \partial \eta_j$ にあてはめてマトリクス表示すると Fig.1 のようになる。この図において、 k は式 (1) で示した基礎方程式の種類を、 j は推定すべき従属変数の種類を示しており、○印を付けた組合せの $\partial f_k / \partial \eta_j$ が考慮されていることを、すなわち基礎方程式 f_k に含まれる従属変数の持つ情報が、基礎方程式 f_k を通じて η_j の推定に用いられていることを示している。なお提案されている手法の多くは、実際には費用関数法の考え方を用いておらず、式 (2),(3) において $\eta_j = \eta_{j,obs}$ としているものが多い。

3. 一般化費用関数法

3.1 一般化費用関数法の構成

一般化費用関数法 (GCFM) は、観測によって得られる速度、温度、濃度などの各情報はそれ自身の場合全体を推定する手掛かりであると同時に、他の状態量を推定する手掛かりにもなり得るとの観点に立ち、関連する $f_k, \eta_j - \eta_{j,obs}$ を全て用いて費用関数を定義し、 $\partial f_k / \partial \eta_j \neq 0$ となる微分項は全て考慮してこれを最小化することにより、より合理的な流れ場を得ようとする方法である。GCFM の一般化式および最適化手法は式 (2),(3) に示した通りであるが、さらに費用関数を構成する次元の異なる各項を同等に評価するための等価係数、および等価係数により同等に評価される各項の寄与を目的に応じて主観的に操作するための重み係数を導入すると、式 (2) は次のように書き換えられる。

$$CF = \int \left[\sum_k \{ \alpha_k \beta_k f_k^2(\xi_i, \eta_j) \} + \sum_j \{ \alpha_j \beta_j (\eta_j - \eta_{j,obs})^2 \} \right] d\xi \quad (4)$$

ただし、 α_k, α_j : 重み係数、 β_k, β_j : 等価係数

なお等価係数としては、各従属変数が同程度の不確かさで解とは異なる値をもったとき、費用関数各項に等価係数を乗じたものの変化量が等しくなることが必要である。しかし、

Fig.1 Matrix relations of conventional methods

一般に解は未知であるので、その代替として数値解析結果を用い、各計算点の値を測定機器や測定手法により発生し得ると想定される最大誤差の範囲でランダムに変化させ、そのときの費用関数各項の変化量が等しくなるように等価係数を決定する。

3.2 従来手法との関係

従来手法のうち、速度場の他に温度場と濃度場を考慮する 4 次元同化法 (FDDA) および GCFM で用いる $\partial f_k / \partial \eta_j$ を、二次元定常非等温の空間において汚染物質の濃度分布が存在する場合を例にマトリクス表示すると、Fig.2 のようになる。

Fig.2 Matrix relations of FDDA and GCFM

なお、二次元空間での浮力項は $j = 2$ の方向に現れるとし、温度場の流れ場への影響は Boussinesq 近似できるとしている。また物質輸送はパッシブであるとしている。

このように、2章で分類した流れ場推定のための各種の方法は全て、式(4)の費用関数の f_k^2 の一部を無視するか、 $\eta_j = \eta_{j,obs}$ とするか、あるいは $\partial f_k / \partial \eta_j$ の一部を0とおくことに相当する手法となっており、原理的にGCFMの一簡略化手法として位置付けられることが確認できる。

4. 数値実験による比較計算

4.1 対象流れ場

対象流れ場として、Fig.3に示すような室内に熱源と汚染源(○印)が存在する二次元定常非等温場を想定した。ここで室寸法は $W4,000mm \times H2,200mm$ 、給気口および排気口の寸法は共に $425mm$ とした。

Fig.3 Object room and grid pattern

この流れ場に対して2通りの数値計算を行った。1つは観測時の境界条件が正確には把握できていない場合を想定し、費用関数による最適化計算のために仮定した境界条件で計算を行ったもので、これは初期値の観測値欠測部の補間に用いる。もう1つは正解値用として、流入速度、発熱分布、汚染物発生分布の境界条件を若干変更して数値計算を行ったもので、これに観測に伴う欠測箇所を設定してその一部を間引いたものを観測値とした。この2通りのデータを用いて、GCFMの有効性を検証するための比較を行った。

4.2 数値計算

Table2に融合・初期値計算、および正解値・観測値計算に用いた境界条件を示す。なおこのときのレイノルズ数は、融合・初期値計算の条件で約22,900、正解値・観測値計算の条件で約28,600であり、両者の計算とも乱流モデルに標準 $k-\epsilon$ モデル、圧力解法にSIMPLE法、差分にべき乗則を用いた。

融合・初期値計算の境界条件での数値計算により得られた速度分布および下流側の温度、濃度分布をFig.4に示す。なお、以下の計算結果は全て無次元表示とする。

Table 2 Boundary conditions

	融合・初期値計算	正解値・観測値計算
流入条件	16cm/s(一様分布)	20cm/s(一様分布)
流出条件	自由解放	
発熱条件	200W	
	(各面から一様)	(上面が側面の4倍)
濃度条件	3メッシュから一様	下から1:2:3の比率 (総発生量は左に同じ)
壁面条件	発熱面および開口部以外は断熱壁	

また、Table2の正解値・観測値の境界条件での数値計算により得られた速度分布および下流側の温度、濃度分布をFig.5に示す。

Fig.5では、流入速度をFig.4の場合より25%大きくした結果、給気側の循環が逆方向になっており、温度、濃度分布とも高い値が下流側に集中している。

Fig.4 CFD result with boundary condition of combine

Fig.5 CFD result with boundary condition of observation

次に、Fig.5の正解値に対して、Fig.8のように領域を分け、初期値との差が明確に現れている領域を重点的に観測することを想定して、①の領域は速度をランダムに1/2に間引いたもののみを、②の領域は温度のみを間引かず、③の領域は濃度のみを間引かず与えたものを観測値とした。

4.3 融合計算

前節で得た観測値の欠測部をFig.4の数値計算値で補間して初期値とし、従来手法のうち、スカラー、速度観測値を用いる4次元同化法と等価な手法として、まず、Fig.2左図に示す f_k, η_j の組合せを用いて推定した速度分布および下流側の温度、濃度分布をFig.6に示す。

次に、GCFMとしてFig.2右図に示す f_k, η_j の組合せを用いて推定した速度分布および下流側の温度、濃度分布をFig.7に示す。なお等価係数は、速度、温度、濃度の観測値がともに最大 $\pm 10\%$ の誤差を持つとして算出し、費用関数の各項への重み係数は全て1.0とした。

Fig.6 Combine result with conventional method

Fig.7 Combine result with GCFM

5. 結果と考察

以上の結果について、速度、温度、濃度の正解値との誤差を推定値と正解値の差のRMSで評価したものを、Table3に示す。なお式中の値には無次元量を用いているので、得られた誤差は各従属変数の代表値に対する比率と見なすことができる。結果を見ると、速度、温度、濃度ともにGCFMの方が正解値により近く復元できていることが分かる。

Table 3 Comparison of error

	速度	温度	濃度
初期値計算	64.0%	20.3%	10.7%
従来の費用関数法	20.5%	10.2%	6.71%
GCFM	16.6%	9.92%	6.34%

Fig.8 Instituted domain

以上から、本報で提案したGCFMは、観測値の持つ情報を活かして、より正確な流れ場の推定を可能にすることが分かった。特に今回の数値実験で対象とした流れ場のように、観測値の種類により観測点に偏りがあり、それらの補間が困難な場合に特に有効であると推察できる。

参 考 文 献

- 1) 例えば奥野, 西尾, 杉井: 画像の時空間微分を用いた流れの計測手法とその応用, 可視化情報, 17-Suppl.1(1997), pp.133-136
- 2) 須崎, 木村, 加賀, 黒江: ニューラルネットワークを用いた勾配法に基づくPIV計測, 可視化情報, 19-Suppl.2(1999), pp.163-166
- 3) 杉井, 奥野, 西尾: 流場モデルを用いた速度場の画像計測(第3報), 可視化情報, 17-Suppl.2(1997), pp.177-180
- 4) 桃瀬, 浅見, 竹重, 細川: 熱対流場の温度分布を用いた流れ場の推定, 空気調和・衛生工学論文集, 48(1992), pp.89-95
- 5) 北條, 柏原: PIVにおける圧力情報を用いた速度ベクトルの補間法, 可視化情報, 20-77(2000), pp.139-144
- 6) 例えば鶴野: 4次元データ同化手法による関東地域の局地循環シミュレーションと評価, 大気環境学会誌, 30-6(1995), pp.351-366
- 7) 木村, 服部, 黒江, 加賀: ニューラルネットワークによる流れ場の速度分布推定, 計測自動制御学会論文集, 34-12(1998), pp.1800-1805
- 8) 村井, 井戸, 石川, 山本: CFDの手法を用いたPIV計測結果のポストプロセッシング法の開発, 日本機械学会論文集B編, 64-626(1998), pp.3249-3256
- 9) 高木, 岡本: 疎な流速ベクトルからのファジィ推論による3次元流速分布再構築, 可視化情報, 20-77(2000), pp.165-171
- 10) 登里, 小河原, 飯田: 移動最小二乗法によるCFD-PIVハイブリッドシステムの開発, 機械学会全国大会講演論文集, (1998), pp.191-192
- 11) 山口, 加賀, 近藤, 井上, 山口, 塩田: 費用関数を用いた最適化手法によるPIVとCFDの融合, 日本機械学会論文集B編, 66-642(2000), pp.339-345