336 ウェーブレット変換を用いた多層基盤電流による 磁界分布の評価

江間 晃[○], 早野 誠治, 斎藤 兆古(法政大学), 堀井 清己(白百合大学)

Wavelet Analysis of the Magnetic Field Distributions Caused by Multi-layered Current Distribution

Akira EMA, Seiji HAYANO, Yoshifuru SAITO and Kiyoshi HORII

ABSTRACT

We try to control the magnetic field distribution at a flat square surface by means of the multi-layered flat exciting coils in order to work out a magnetic domain-observing instrument under the controlled magnetic field distributions. Our designing methodology is reduced into solving for an ill-posed inverse problem. When we solve an ill-posed inverse problem, it is possible to apply the Generalized Vector Sampled Pattern Matching (GVSPM, in short) method. In order to reveal the fitness between the desired and generated magnetic field distributions, it is essential to use an objective function defined by the multi-resolution analysis of a discrete wavelet transform. As a result, we have confirmed that the desired magnetic field distribution could be realized by our method.

Keywords: Magnetic field distribution, Inverse problem, Wavelet transform

1. まえがき

近年の広汎なデジタル計算機の普及と高性能化に伴い、多くのデジタル可視化機器が実用化された。コンシューマユーズを前提とするデジタルカメラ・ビデオのみならず、医学では、MRI (Magnetic Resonance Imaging), X線CT (Computed Topography) などが極めて日常的に活用されるに至っている。また、省スペースを実現するために、これらのデジタル可視化機器を小型軽量化する社会的必要性も大きく、商品性も小型・軽量によって評価される。

デジタル可視化機器は、信号を処理する LSI (Large Scale Integrated) 回路とそれに電力を供給する電源から構成される。LSI 回路は、半導体技術の発展に伴い極めて高密度・高速処理を実現し、CPU (Central Processing Units) などに広く活用されるに至っている。同時に、電源においては、小型軽量化が主に二通りの方途で実現されている。第一は、電源の主要部分である変圧器やリアクトルなどの磁気素子の高周波駆動によるものである。第二は、高周波駆動で低損失を実現する磁性材料の開発によるものであり、また、情報記録メディアとしての磁気記録材料開発も活発に行われている。

本論文は、デジタル可視化機器を構成する主要部品である電源の小型軽量化を実現する低損失磁性材料の開発に必要な測定装置に関する研究の一端である。

磁性材料は、自発磁化を有するため磁区構造を形成する。そのため、磁性材料の評価は外部から加えられる磁界の強度や方向等に対する磁区構造の変化でなされる。これは、磁界分布を高精度に制御する必要性があることを意味する。

本論文では、逆問題的手法に基づいた新しい磁界分布制御理論を提案し、多重平面型励磁コイルにより所望の磁界分布を実現することを試みる。

逆問題的手法に基づいた磁界分布制御装置の設計法は、線形システム方程式 $\mathbf{Y}=\mathbf{C}\mathbf{X}$ を解くことに帰する。ここで、 $\mathbf{Y}$ は所望の磁界分布を表すベクトル、 $\mathbf{C}$ はグリーン関数の空間微分から生成されるシステム行列、そして、 $\mathbf{X}$ は、推定すべき電流分布を表すベクトルである。システム行列 $\mathbf{C}$ は、多くの場合、不適切な特異行列となり、所望の磁界分布を実現する電流分布を推定するためには、不適切な線形システム方程式を解かなければならない。本論文では、この不適切な線形システム方程式を解くために、反復型逆問題解析法である GVSPM (Generalized Vector Sampled

Pattern Matching) 法を適用する. ^{(1) (2) (3)}

2. 磁界分布制御装置の設計

2.1 システム方程式

磁性材料の上方から, 磁区構造の変化を観察する多重平面型励磁方式の磁界分布制御装置のモデルとして, Fig. 1 に示す装置を考える.

上方の正方面が所望の磁界分布を実現する範囲であり, 下方の大きさの等しい5層の正方面が磁界を生成する電流分布面である. 所望の磁界分布を表すベクトルを $\mathbf{Y}$ とし, 推定すべき電流分布を表すベクトルを $\mathbf{X}$, そして, 磁界ベクトル $\mathbf{Y}$ と電流ベクトル $\mathbf{X}$ 間の関係を表す n 行 m 列のシステム行列を C とすれば, 解くべきシステム方程式は(1)式で与えられる.

Fig. 1 Schematic diagram of the magnetic field distribution control device

2.2 GVSPM (Generalized Vector Sampled Pattern Matching) 法

2.2.1 基礎方程式

(1)式は(2)式のように書き直すことも可能である.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{C}_i \\ C &= (\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3, \dots, \mathbf{C}_m) \\ \mathbf{X} &= (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)^T \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式の両辺を入力ベクトル $\mathbf{Y}$ と列ベクトル $\mathbf{C}_i$ をそれぞれのノルムで正規化し, (3)式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} &= \sum_{i=1}^m \left(x_i \frac{|\mathbf{C}_i|}{|\mathbf{Y}|} \right) \frac{\mathbf{C}_i}{|\mathbf{C}_i|} \\ \text{or} \\ \mathbf{Y}' &= C' \mathbf{X}' \\ \mathbf{X}' &= \left[x_1 \frac{\mathbf{C}_1}{|\mathbf{Y}|} \quad x_2 \frac{\mathbf{C}_2}{|\mathbf{Y}|} \quad \dots \quad x_m \frac{\mathbf{C}_m}{|\mathbf{Y}|} \right]^T \\ C' &= \left[\frac{\mathbf{C}_1}{|\mathbf{C}_1|} \quad \frac{\mathbf{C}_2}{|\mathbf{C}_2|} \quad \dots \quad \frac{\mathbf{C}_m}{|\mathbf{C}_m|} \right] \\ \mathbf{Y}' &= \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} \end{aligned} \quad (3)$$

(2)式は入力ベクトル $\mathbf{Y}$ が必ずシステム行列の列ベクトル $\mathbf{C}_i$ との線形結合で与えられることを意味する. したがって, k 回目の反復解が与える入力ベクトル $C\mathbf{X}^{(k)}$ と入力ベクトル $\mathbf{Y}$ 間の角度の余弦成分,

$$\begin{aligned} f[\mathbf{X}^{(k)}] &= \frac{\mathbf{Y} \cdot C\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |C\mathbf{X}^{(k)}|} = \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} \frac{|\mathbf{Y}| C' \mathbf{X}'^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{Y}| C' \mathbf{X}'^{(k)}} \\ &= \mathbf{Y}' \frac{C' \mathbf{X}'^{(k)}}{|C' \mathbf{X}'^{(k)}|} \end{aligned} \quad (4)$$

を解の評価関数とし,

$$f[\mathbf{X}^{(k)}] \rightarrow 1 \quad (5)$$

とすることで, 正規化したシステム方程式(3)式を満足する k 回目の反復解 $\mathbf{X}^{(k)}$ を得る.

2.2.2 反復解の一般式

(5)式より, (6)式がゼロになる $\mathbf{X}^{(k)}$ を求めるのが目標である.

$$1 - f[\mathbf{X}^{(k)}] = 1 - \mathbf{Y}' \frac{C' \mathbf{X}'^{(k)}}{|C' \mathbf{X}'^{(k)}|} \quad (6)$$

(6)式の両辺に正規化された入力ベクトル $\mathbf{Y}'$ を掛け算すれば

$$\mathbf{Y}' - \frac{C' \mathbf{X}'^{(k)}}{|C' \mathbf{X}'^{(k)}|} = 0 \quad (7)$$

を得る.

(7)式の反復計算の初期値を $\mathbf{X}^{(0)}$ とすれば,

$$\Delta \mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{Y}' - \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(0)}}{[\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(0)}]} = \mathbf{C}' \Delta \mathbf{X}^{(1)} \quad (8)$$

を得る.

従って, I_m を m 次元単位正方行列とすれば, (8)式の k 回目の $\mathbf{X}^{(k)}$ を与えるGVSPM法の一般式は, (9)式で定義される.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(k)} &= \mathbf{X}^{(k-1)} + \mathbf{C}'^T \Delta \mathbf{Y}^{(k-1)} \\ &= \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' + \left[I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{[\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k-1)}]} \right] \mathbf{X}^{(k-1)} \quad (9) \end{aligned}$$

2.3 例題

2.3.1 目標磁界分布

多くの磁性材料の磁区構造評価は均一磁界分布を前提としてなされる. そこで, Fig. 1のモデルにおいて, 上方の正方形面上に与えられる所望の磁界分布を Fig. 2に示す均一磁界とし, 下方の多重平面上に流れる電流分布を推定する問題を考える.

Fig. 2 Desired magnetic field distribution

2.3.2 電流分布

推定された電流分布を評価するために, 所望の磁界分布と推定電流分布が生成する磁界分布との一致度合いを表す評価関数を(10)式で定義する.

$$f_z = \frac{|\mathbf{H}_1|}{|\mathbf{H}_x| + |\mathbf{H}_y| + \sum_{i=2}^k |\mathbf{H}_i|} \quad (10)$$

ここで, $|\mathbf{H}_x|, |\mathbf{H}_y|$ は, x, y 方向磁界成分のノルムであり,

所望の磁界分布以外の成分である. 更に, $|\mathbf{H}_1|, \sum_{i=2}^k |\mathbf{H}_i|$ は, Fig. 2に示す所望の磁界分布成分と他の磁界分布成分のノルムである. 所望の磁界分布成分とそれ以外の磁界分布成分 $\mathbf{H}_1, \sum_{i=2}^k \mathbf{H}_i$ は, ドビッシーの2次基底関数を用いた離散値系直交ウェーブレット変換による多重解像度解析を

適用して分離される. ⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 従って, (10)式の評価関数 f_z の値が大きいくほど良好に所望の磁界分布が生成可能であることを意味する.

Fig. 1において, 実際の製作を考慮し, 多重平面間の距離を1cmと固定し, 面間の距離 D を5mmから15mm, 電流分布面の縦または横の長さ L を15cmから20cmまで変化させ, 所望の磁界分布を実現する電流分布の推定を行った.

Fig. 3は, D と L に対する評価関数 f_z の変化を示し, 評価関数の最大値は, 設計パラメータ $D=5\text{mm}, L=20\text{cm}$ で, $f_z=34.3$ をとる.

Fig. 4に設計パラメータ $D=5\text{mm}, L=20\text{cm}$ における解の収束過程を示す. Fig. 4から, (9)式の収束性が確認できる.

Fig. 5, 6は, 設計パラメータ $D=5\text{mm}, L=20\text{cm}$ における推定電流分布と推定電流分布が生成する磁界分布を示す. Fig. 5, 6から, 推定された電流分布は, Layer1からLayer5において, 外側ほど大きい分布を示していることが確認でき, 特に, Layerが小さいほど, 大きな電流が目標磁界分布を生成する方向に分布し, Layerが大きくなるに従い, 大きな電流が目標磁界分布を打ち消す方向に分布していることが確認できる. また, 推定された電流分布が生成する磁界分布は, Fig. 2に示す所望の磁界分布を良好に再現していることがわかる. 以上の結果から, 我々が提案した逆問題的手法により所望の磁界分布を実現する電流分布を良好に推定可能であることが判明した.

Fig. 3 Objective function f_z in Eq. (10)

Fig. 4 Convergence process of the solution in Eq. (9)

Fig. 5 Computed current distribution

Fig. 6 Computed magnetic field distribution

3. まとめ

本論文は, デジタル可視化機器を構成する電源の小型軽量化を実現する低損失磁性材料開発に必要な磁界分布制御において, 逆問題的手法に基づいた新しい方法を提案し, 多重平面型励磁コイルにより所望の磁界分布を実現することを試みた.

その結果, 本論文で提案した逆問題的手法が物理的に実現可能な結果を与えることが判明した.

参考文献

- (1) K.Yoda, et al, "Dose optimization of proton and heavy ion therapy using generalized sampled pattern matching", Phys.Med.Biol, IOP Publishing, 1997.
- (2) I.Marinova, et al, "Estimation of Current Distribution within Conductors by Field Measurements", INVERSE PROBLEMS IN ENGINEERING MECHANICS (M.Tanaka, G.S.Dulikravich Eds, Elsevier), (Mar.1998) .
- (3) 関島, 早野, 斎藤, 澤田, 堀井, "一般化 SPM 法による二次元電流分布推定", 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-99-151, 25-29 (1999 年 11 月) .
- (4) 斎藤兆古 著, Mathematica によるウェーブレット変換 (朝倉書店, 1996 年 9 月) .
- (5) 斎藤兆古 著, ウェーブレット変換の基礎と応用 (朝倉書店, 1998 年 4 月) .