409 高速度カメラを用いた準剛体球の衝突挙動解析*

須藤路久[○](OFFICE BiTS), 二宮 尚(宇都宮大学), 秋山光庸(宇都宮大学), 柳岡直行(PSG)

Collision Analysis of Quasi-Rigid Balls by High-Speed Camera

Michihisa SUDO, Nao NINOMIYA, Mitsunobu AKIYAMA and Naoyuki YANAOKA

ABSTRACT

Trajectories of the billiard balls have long been assumed to behave as the collision of mass points. As a matter of fact, the beginners can enjoy the games with this simple assumption. On the contrary, the professional players know the differences from the theory by their plentiful experiences and adjust them by intuitions. In order to investigate the mechanisms of the differences from the theory and to quantify them under various circumstances, the authors of this study have visualized the movements of the balls by the high-speed camera and have investigated the trajectories quantitatively by using the digital image processing techniques. As a result, velocity, momentum and kinetic energy before and after the collisions between ball and rubber cushion and between ball and ball have been measured. Moreover, the evidence of “throw”, which is one of the typical discrepancies from the theory, has been shown quantitatively.

Keywords: High-speed camera, Digital image processing, Billiard, Collision analysis

1. 結 論

近年,様々なスポーツに対して科学のメスが入れられ,道具の性能が飛躍的に進歩すると共に,技術にも大きな進歩がもたらされる様になってきた.実際にスポーツを科学する際に,最も一般的に用いられる手法が可視化と画像解析である.選手や道具の動きの詳細を撮影し,その画像を定性的もしくは定量的に解析することによって,最適な条件を抽出することが可能となる.

次期オリンピックから公認競技として取り入れられることになった撞球(ビリヤード)は,自然界の偶発的な影響をあまり受けにくく,論理的な予測が立て易い競技の一つであるが,未だかつて科学的なアプローチは殆ど行われていないというのが現状である.速い現象の観察に大きな効果を持つ高速度カメラを用いた実験も,唯一 Shamos & Jewett¹⁾ による実験が行われただけである.この実験は,撞球における様々な現象の詳細を捉えたものであるが,定性的な観察しか行われておらず,しかも残念なことにその成果は一般には公表されていない.そこで,筆者らは独自に高速度カメラによる実験を行い,キューが手球を撞いた瞬間²⁾³⁾や,的球の軌跡が論理的な予測方向とは微妙に異なること³⁾などを示した.

基本的な撞球の理論は,硬質プラスチック製の球を剛体球と仮定し,平面上で回転を伴う剛体球の衝突運動を

質点の衝突運動と仮定して解析される.しかし,実際には,球の速度,球の回転,床面の摩擦,球同志の摩擦,球の素材の弾性などの種々の影響により,非常に複雑な挙動を示す.更には,キューやクッションなどとの相互作用を含めると,とても質点の運動で近似出来るものではない.この競技における技術の進歩や道具の性能の向上を計るためには,種々な複雑の要因の中から,基本的な影響因子を特定分離し,更にその各々の因子の影響を定量的に評価する必要がある.

2. 目 的

本研究では,平面上を運動する準剛体球の衝突挙動の詳細を高速度カメラを用いて撮影し,得られた可視化画像にデジタル画像処理を施すことにより,平面内での球の運動の詳細を定量的に明らかにすることを目的とする.

平面上で回転を伴いつつ並進運動する準剛体球の衝突挙動は非常に複雑であり,その運動メカニズムの全容を明らかにするのは困難に近い.そこで本研究では,まずその第一段階として,比較的単純な運動を対象とし,球の位置や大きさを定量的に評価し,球の座標や速度を精度良く計測する手法の確立を目指す.次に,複数の球の運動を同時に計測し,球の衝突前後における運動量及びエネルギーの変化や反発係数などを明らかにする.更に,

二つの球の二次元的な運動の詳細を解析することで、衝突における球の移動方向の変化を捉えることを試みる。

3. 実験方法及び実験装置

実験に用いる球と台は、実際に撞球で用いられるものを使用した。球は Brunswick 社製で、材質はフェノール樹脂、16 個のサンプルに対し、質量は平均 168.62 g、標準偏差 0.47 g で、直径は平均 57.172 mm、標準偏差 0.021 mm であった。球の圧縮破壊試験を行った所、約 4 ton の荷重で圧壊するまで、ほぼ直線的に約 3 mm 変位した。従って、球の変形は弾性的であると考えられる。台は(株)アダム製で、表面は石盤に羊毛のラシャを張った物である。設置に際しては台の水平に十分注意を払った。ラバークッションは、側方からも可視化出来る様に二面を残して撤去した。撮影に際しては、真上から撮影するために、アングルによりカメラを台の中央上方約 1.5 m の位置に固定した。照明には 150 W のメタルハライドライトを二灯用い、球の影が出来ない様にした。

Fig. 1 は、本研究で用いた撮影装置の概略図で、高速度カメラには、(株)フォトロン製 FASTCAM ultima-2 を用い、球がフォトインタラプタを横切る際の信号を外部トリガとして、撮影の開始や終了の同期を行った。高速度カメラに記録された画像は、(株)SONY 製デジタルビデオカメラ DCR-TRV900 に逐次 NTSC 信号で記録した。このビデオは、任意のコマの静止画をメディアにデジタル記憶出来る様になっており、実験終了後、順次取り出して、各コマ毎にデジタル画像処理を施した。

球の位置は、球の輪郭を画像処理して計測するため、正確な位置計測を行うには、球の輪郭が明確に判別出来る様に可視化する必要がある。球の表面に直接照明を当てた場合、球と照明の位置関係により形状が変化してしまう。そこで、球の表面を黒く塗り、照明を床面に当てることで、床からの反射光を球が遮る様に可視化した。

実験は、まず手球とクッションの直線的な衝突、次に手球と的球の直線的な衝突、最後に手球と的球の軌跡に角度を付けた衝突という順序で行った。測定は、手球の初速度を種々変化させて数十回行い、なるべく衝突以前に手球が前進回転（球が一回転する間にその円周分の距離前進）する様に調整した。高速度カメラのコマ数は、一コマ当たりの球の移動距離が適切になる様に調整した。また、角度を付けた衝突においては、衝突前の手球の速度ベクトルと的球の中心との距離がなるべく一定となる様に設定し、その距離は球の直径の二分の一とした。

4. 解析方法

最初に、撮像倍率を決定するために金尺の画像を撮影し、一画素当たりの長さを求めた。本測定では、縦方向、横方向とも 0.3 mm であった。次に、各時刻の画像から

Fig. 1 High-Speed Camera System

球の輪郭を抽出する。まず、8 近傍で輝度の平滑化を行い、ノイズの影響を除去した。次に、8 方向のマスクを施してエッジを抽出し、二値化して輪郭線の画像を得た。一般に、画像から円や直線などの特徴を抽出する際には、高速な処理が可能な Hough 変換を用いることが多いが、位置計測の精度はあまり高くない。そこで本研究では、得られた輪郭線画像に対し、円の方程式を最小二乗法によって当てはめることで、精度の高い計測を可能とした。その結果、0.1 画素以下の精度で円の中心座標を求めることが可能となり、本研究における球の軌跡の計測誤差は 0.03 mm 以下であると考えられる。

5. 実験結果

5.1 球と壁の直線的な衝突

Fig. 2 は、手球とクッションの直線的な衝突実験における手球の軌跡を表した図の一例である。横軸は時間、縦軸はクッションからの距離を示し、丁度クッションに接する位置をゼロとした。撮影速度は 1000 コマ/秒とし

Fig. 2 Collision against the Wall

Fig. 3 Velocities before and after Collision

た。球の速度は、軌跡の傾きから求められるが、図に示した様に衝突前後の軌跡はほぼ直線で、速度一定となっていることが分かる。そこで、初速度を種々変化させ、衝突前後の速度の関係を調べた結果を Fig. 3 に示す。横軸が衝突直前の速度で、縦軸が衝突直後の速度を示す。速度の算出には、衝突前後の各 6 時刻の座標を用いた。図に見られる様に、衝突後の速度は、概ね衝突前の速度に比例しているが、速度が大きくなるにつれてばらつきが大きくなっている。このグラフの傾きが、反発係数を表す。全てのデータを用いて反発係数を求めた所、0.745 となった。また、比較的ばらつきが少ない衝突前の速度が 1800 mm/s 以下の範囲では 0.856 という値を得た。

Fig. 4 に球とクッションの接触時間の変化を示す。ここで、接触時間は球の位置が負となる時間（クッションが変形している時間）と定義した。図より、衝突前の速度が遅いほど接触時間は長く、ある程度以上の速度範囲では、ほぼ一定値の 8×10^{-3} sec となることが分かった。

Fig. 5 は、衝突前後の運動エネルギーの損失率を示したもので、損失率とは衝突前後で損失した運動エネルギーを衝突前の運動エネルギーで除した値とした。衝突前の運動エネルギーが小さい時は、損失率は 20~30% の値となり、衝突前の運動エネルギーが大きくなるにつれて、損失率は大きくなり、ばらつきも大きくなる傾向が見られた。前述の反発係数と整合する結果である。この結果より、クッションにおける衝突は概ね弾性的ではあるが、速度が大きくなると損失が大きくなることが分かった。

Fig. 4 Contact Time with Wall

Fig. 5 Energy Loss after Collision

Fig. 6 Collision between Balls

5.2 球と球の直線的な衝突

次に、静止している的球の正面に手球を直線的に衝突させた場合の結果を示す。二つの球の運動は直線的であったので、速度の解析には進行方向の変位のみを用いた。

Fig. 6 は、衝突前の手球の速度と衝突後の的球の速度の関係を示したものである。図から分かる様に、的球の速度は手球の速度にほぼ比例しており、直線的な分布となった。この直線の傾きから球と球の反発係数を求めると 0.897 となり、手球の速度に拘らず的球はほぼ弾的に反発することが分かった。但し、後述の様に衝突時の手球と的球の摩擦が無視出来ないとなると、手球の前進回転は的球に逆向きの回転を与えることになり、衝突後の的球の速度が過小評価される可能性がある。従って、反発係数はより 1 に近い可能性があることを付記する。

5.3 球と球の角度を付けた衝突

最後に、静止している的球に角度を付けて手球を衝突させた場合の結果を示す。角度を付けた衝突においては、衝突前の手球の速度ベクトルと的球の中心との距離（正面からの直線的な衝突ではゼロ）がなるべく一定となる様に設定し、その距離は球の直径の二分の一とした。

同じ大きさで同じ質量の剛体球が摩擦無しに完全弾性衝突したと仮定すると、衝突前の手球の進行方向に拘らず、的球の進行方向は接触面（接点を含み二つの球に接する平面）の法線方向となり、衝突後の手球の進行方向

Fig. 7 Angle between Balls after Collision

は、衝突前の手球の進行方向を接触面に投影した方向（接線方向）となる。つまり、手球が衝突前に有していた法線方向の運動量が、衝突後の的球の全運動量となり、衝突前の手球の接線方向の運動量が衝突後の手球の全運動量となる。従って、衝突後の二つの球の進行方向を挟む角度（分離角）は、常に 90 度となるはずである。しかし、実際の撞球においては、種々の影響によりこの分離角が 90 度よりやや小さくなる（この現象をスローと呼ぶ）ことが経験的に知られている。

Fig. 7 に、本研究における分離角の計測結果を示す。本測定における分離角は、衝突前の手球の速度によらずほぼ一定で、平均 85.05 度となった。この結果は、前述のスローの発生を実証するものである。

スローが起こる主な原因としては、衝突の瞬間の手球と的球の間の摩擦が考えられる。衝突時に摩擦があるとすると、的球は摩擦によって接線方向にも運動量を受け取り、的球の進行方向が変化する。一方、その反作用として手球が受け取る力は接線方向逆向きなので、衝突後の手球の速度は多少遅くなるものの進行方向には影響しない。その結果、分離角が小さくなると推測される。

実際の衝突は非常に短時間の間に完了するため、今回の測定においては衝突の瞬間を正確に捉えることが出来なかった。そのため、理論上の法線方向を定義することが出来ず、上記の推論を証明するには至らなかったが、実験条件として設定した衝突角が正しいと仮定すると、この推論は概ね妥当であると考えられる。但し、衝突前の手球に回転があると、衝突後の手球の進行方向が変化するが、本測定においては実験上の制約から手球が的球に近い位置から運動を開始する様に設置した。このため、手球は無回転に近い状態で衝突しており、衝突後の進行方向に対する手球の回転の影響は少ないと考えられる。

次に、衝突後の運動量損失率の分布を示す。本測定では衝突の法線方向及び接線方向が定義出来なかったため、衝突前の手球の進行方向及びその垂直方向の運動量変化を示した。損失率は、運動量変化を衝突前の運動量で除した値と定義した。Fig. 8 は、進行方向の運動量損失で、衝突前の運動量が大いほど損失率は小さくなった。これは球と球の直線的な衝突における測定結果と整合する。

Fig. 9 は、垂直方向の運動量の和を示したもので、衝

Fig. 8 Longitudinal Momentum Deficit

Fig. 9 Transverse Momentum Deficit

突後に手球の進む方向を正とした。この値は理想的にはゼロとなるべき値であるが、反発係数が 1 未満の場合には正となる。本測定結果は約 4% で妥当な結果となった。

6. 結 論

撞球における球の衝突挙動の詳細を解明するために、高速度カメラを用いた可視化を行い、画像処理により球の衝突挙動を定量的に明らかにし、以下の結論を得た。

- 1) 球と弾性壁の衝突は概ね弾性的で、反発係数は速度 1.8 m/s 以下で 0.856 、平均的では 0.745 であった。
- 2) 球と球の反発係数は速度によらず 0.897 となった。
- 3) 角度を付けた衝突における衝突後の二球の分離角は、速度によらず 85.05° となり、衝突時の摩擦によるスローと呼ばれる現象を定量的に示す結果となった。

実験に際し、浦井勇技官の協力を得た。謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Shamos, M., and Jewett, B.: The Jacksonville Project, Clawson Cues, (1998)
- 2) 須藤路久: Search for Scientific Truth of Billiards 1, 球's, Vol. 29, BAB ジャパン (2002.1) pp. 12-27.
- 3) 須藤路久: Capture the Decisive Moment in Billiards 2, 球's, Vol. 34, BAB ジャパン (2002.6) pp. 8-23.