渦法のターボ機械への適用*

小島 成**, 亀本 喬司***

Application of Vortex Methods for Turbomachinery

Akira OJIMA and Kyoji KAMEMOTO

1. はじめに

近年の計算能力の向上と数値解析技術の目覚ましい発達に伴い、CFD (Computational Fluid Dynamics) は、ポンプや水車をはじめとする様々なターボ機械における流体現象のメカニズムの解明や解析精度の向上を目指した研究のみならず設計開発ツールとして位置付けられるようになってきた。ターボ機械設計においてもコンピュータ支援による設計・開発システムが必要不可欠なものとして定着しつつある。しかし、ターボ機械内部の流れは、高レイノルズ数乱流であるのに加え移動境界問題を含み、実に複雑な境界条件のもとに解かなければならないという極めて困難な問題であるため、直接解析するためには膨大な計算コストがかかり、設計サイクル中で利用可能な域には達していないのが現状である。しかし、ターボ機械内で生じる非定常な流れをコンピュータ上で再現する技術の開発が進み、設計段階において過酷な運転状況を含めて流体機器・装置の運転シミュレーションを手軽に実施することが可能になったならば、模型試験への依存度の軽減やトラブル発生率の低減に大きな効果をもたらすものと考えられる。そのような背景から現在、CFD を駆使したターボ機械の設計開発においては、CFD 解析の信頼性と迅速性の向上が強く求められている。

本稿では、上記のような要求を叶えるべく著者らが開発した渦法の概要と共に、現在開発を進めているターボ機械の運転シミュレーション技術の一部を利用したターボ機械の非定常流れ解析への適用例を紹介する。

2. 基礎方程式

非圧縮性流れを対象とする渦法の基礎式は、Navier-Stokes 方程式の回転から得られる渦度輸送方程式および発散から得られる圧力ポアソン方程式から成っている。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \omega = (\omega \cdot \text{grad}) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\nabla^2 p = -\rho \text{div} (\mathbf{u} \cdot \text{grad} \mathbf{u}) \quad (2)$$

ここで $\mathbf{u}$ および ω は、それぞれ速度ベクトルおよび $\omega = \text{rot} \mathbf{u}$ で定義される渦度ベクトルを表わす。渦度の定義式より任意の位置 $\mathbf{r}$ における速度は、式(3)に示す Biot-Savart の式より得ることができる。

$$\mathbf{u} = \int_V \omega_0 \times \nabla_0 G \, dv + \int_S [(n_0 \cdot \mathbf{u}_0) \cdot \nabla_0 G - (n_0 \times \mathbf{u}_0) \times \nabla_0 G] \, ds \quad (3)$$

ここに、サブスクリプト "0" は、位置 $\mathbf{r}_0$ における変数、微分及び積分を表わし、 $\mathbf{n}_0$ は $\mathbf{r}_0$ を含む境界面上 S における法線方向ベクトルである。また G は、スカラーラプラス方程式の基本解であり、三次元流れ場において $G = 1/(4\pi R)$ で与えられる。ただし、 $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ および $R = |\mathbf{R}|$ とする。式(3)の右辺第一項は、流れ場に存在する渦度からの寄与を表わし、第二項の内、外積は、それぞれ境界面上の法線及び接線方向速度を意味し、境界面上に吹出し及び渦が分布しているのに相当する。つまり渦法では、非圧縮粘性流体において速度場は、流れ場における渦度の空間積分および境界面に分布する吹出し及び渦の境界積分より得られる。

圧力場は、一般的には式(2)を差分的に解く方法が考えられるが、本報では式(4)に示す Uhlman²⁾によって定式化されたベルヌーイ関数に関する積分方程式を解くことにより圧力を求める。

$$\beta H + \int_S H \frac{\partial G}{\partial n} \, ds = - \left[\int_V \nabla G (\mathbf{u} \times \omega) \, dv + \int_S G \mathbf{n} \cdot \frac{d\mathbf{u}}{dt} \, ds + \nu \int_S \mathbf{n} \cdot (\nabla G \times \omega) \, ds \right] \quad (4)$$

ここに β は、領域内で 1 であり、境界面上で 1/2 である。また H は、ベルヌーイ関数であり $H = p/\rho + |\mathbf{u}|^2/2$ で定義される。

3. 離散化

式(3)の右辺第一項に示す流れ場に存在する渦度の分布は、流れ場に離散渦要素を導入することにより表現し、第二項はパネル法に基づき表現される。物体表面には、各パネル内において吹き出し σ および循環 γ が配置され、それぞれの強さは境界条件に基づき決定される。

* 原稿受付 2003 年 8 月 12 日

** 株式会社カレッジ・マスターハンズ

*** 正会員 横浜国立大学大学院工学研究院

離散渦要素は、物体表面の粘着条件に基づき、流れ場へ導入される。著者のグループでは、渦度の流れ出しを表現する手法として、物体表面近傍の速度分布を近似することにより渦度の層を仮定し、その渦層内の渦度の移流・拡散といった挙動をより直接的に取り扱う手法を提案している。速度を参照する高さ h を設定することにより、物体から高さ h の渦層を仮定する。Fig. 1 において渦層内の速度分布を渦層外端の速度および物体面上での粘着条件 ($u=v=w=0$) に基づき直線で近似すると、渦層内の渦度が移流によって速度参照点を含む渦層外面を通過する速度 V_c は、連続の条件より次式により得ることができる。

$$V_c = \frac{1}{\Delta S_p} \sum_{i=1}^4 \int_{\Delta S_i} u_{si} ds \quad (5)$$

$$u_{si} = u_i \cdot n_{si}$$

$$\Delta S_i = h \cdot \Delta l_i$$

このとき、 ΔS_p 、 u_i および n_{si} は、それぞれ速度参照点を含む面の面積、壁面渦度要素側面に対する法線方向速度および法線ベクトルを表わす。壁面近傍の渦層内の渦度は、式(5)から得られる速度により高さ h の面を通過して流れ場へ流出する。また、壁面近傍の渦層内に分布する渦度は、自身の粘性拡散作用によっても流れ場へと広がり出すと考えられ、粘性拡散によって流れ場へ広がり出す速度 V_d は、Vorticity Layer Spreading 法³⁾を用いて考慮することとし次式で与える。

$$V_d = \frac{c^2 \nu}{2h} \quad (c=1.136) \quad (6)$$

ここに、 ν は動粘性係数である。したがって、壁面近傍の渦層から流れ場への渦度の流出は、 $V_c + V_d > 0$ となるときに流れ場へ渦要素を導入することにより表現する。導入される渦要素の代表する渦度 ω_{out} は、渦層内の渦強さが保存されるとして次式により決定される。

$$\omega_{out} = \frac{\int_{V_{in}} \omega dv}{V_{in} + V_{out}} \quad (7)$$

$$h_{out} = (V_c + V_d) \cdot dt$$

$$V_{out} = \Delta S_p \cdot h_{out}$$

ただし V_{in} は、渦層内の要素体積とする。また本手法では、壁面近傍の速度勾配を近似していることにより、渦層が粘性低層ほど十分に薄いならば壁面剪断応力 τ_w は次式により容易に求めることができる。

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = -\mu \omega \quad (8)$$

流れ場へ導入された渦要素は、渦度 $\omega_i = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 、位置 $r_i = (r_x, r_y, r_z)$ および渦核半径 ε_i により定義され、渦要素まわりの渦度分布は、 $\omega_i(r) = \omega_i \cdot q(|r - r_i|/\varepsilon_i) \cdot \varepsilon_i^{-3} dv_i$ で表わされる。 $q(\xi)$ は分布関数であり、Winckelmans & Leonard⁴⁾により分布関数 $q(\xi) = 15/8\pi \cdot (\xi^2 + 1)^{-7/2}$ が提案されている。ただし $\xi = |r - r_i|/\varepsilon_i$ とする。

渦要素は、式(3)に示す Biot-Savart の式に基づき得られる誘導速度により移流し、式(1)に示す渦度輸送方程式に基づき渦要素の代表する渦度が変化する。式(1)に基づく移流および粘性拡散による渦度の方向および強さの時間変化を表現する手法としては、ランダムウォーク法⁵⁾、渦核拡散法 (Core spreading method)⁶⁾、粘性拡散速度法⁷⁾および (Particle Strength Exchange (PSE) 法⁸⁾などが提案されている。著者のグループでは、中西と亀本により改良された三次元の渦核拡散法^{9),10)}を用いている。渦核半径は、式(1)にしたがい渦度の伸縮および粘性拡散に伴う渦度の強さの変化を渦核半径 ε_i を時間的に変化させることにより表現する。ここで渦度の方向変化は、式(1)の粘性項を省略した式(4)に示す Biot-Savart の式を導入することにより算出し、渦の伸び率 dl/dt は渦度の大きさの時間変化より算出される。また、渦の伸びによる渦核半径の変化率は、式(10)に示すように渦要素の体積が保存するとして計算され、加えて粘性拡散による渦度の減衰は式(11)に従い粘性核半径を成長させることにより表現される。

$$\varepsilon(t + \Delta t) = \varepsilon(t) + \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)_s + \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)_d \quad (9)$$

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)_s = -\frac{\varepsilon(t)}{2l(t)} \frac{dl}{dt} \quad (10)$$

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)_d = -\frac{c^2 \nu}{2\varepsilon(t)} \quad (11)$$

ただし、添え字 s および d は渦度の伸縮および粘性拡散をそれぞれ意味する。また、定数 c は $c=2.24$ と与えられる。渦要素の長さおよび渦度は、次式のように求められる。

$$l(t + \Delta t) = l(t) + \frac{dl}{dt} \Delta t \quad (12)$$

Fig. 1 Introduction of a nascent vortex element from solid surface.

$$|\omega(t+\Delta t)| = |\omega(t)| \left(\frac{\varepsilon(t+\Delta t)}{\varepsilon(t)} \right)^2 \quad (13)$$

4. 高精度乱流解析への拡張

渦法では、導入渦の挙動を時間的に追従するため、渦度の離散スケールとして乱流のコルモゴロフ・スケールに相当する渦核スケールの微細渦要素を大量に流れ場に導入すれば乱流を直接的に解析できる。しかし、高レイノルズ数流れにおいては、乱れのエネルギー散逸まで解像度を維持できるほどの微細な渦要素を多数導入することは、必ずしも容易ではなく、渦核スケールより小さい、いわゆるサブスケールの微細渦構造に対するラグランジュ系のモデル化が必要であり、これまでにLESモデルの導入および局所的に直接解析を施す渦再配列モデルが提案されている。

4.1 LES モデル

導入渦要素の最小渦核スケールを少なくとも大規模渦構造に対する解像度を確保できる範囲内で大きめにとる。このような場合、渦核スケールより小さい乱れスケールの影響を考慮するために渦法のLESモデルとしてサブコアスケールモデルの導入が考えられてきた。Leonard & Chua¹¹⁾は、Smagorinskyの渦粘性係数の概念に基づく渦核拡散モデルを渦法のLESモデルとしてはじめて提案した。このモデルでは、差分法におけるLESのサブグリッド粘性係数と同様にサブコアスケール渦粘性として ν_{SGS} を用い、次式で表される渦核半径 ε_i の非線形な成長を取り入れる。

$$\frac{d\varepsilon_i^2}{dt} = 4\nu_{SGS} - \varepsilon_i^2 \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt} \quad (14)$$

ここで、 ω は渦度の絶対値で $\omega = |\omega|$ であり、上式の右辺第2項は渦要素の伸びによるコアサイズの非粘性変化を表す。サブコアスケールの渦粘性 ν_{SGS} は局所的な渦度の伸び率 $(1/\omega)(d\omega/dt)$ に依存するものとして次式で与える。

$$\nu_{SGS} = \max \left[0, C\varepsilon_i^2 \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt} \right] \quad (15)$$

ここに C は定数である。上式において $d\omega/dt < 0$ のとき、 $\nu_{SGS} = 0$ とすることを表している。Leonard & Chuaは、この非線形渦核拡散モデルを渦輪の結合流れほかに適用して、渦管の変形、複雑渦構造の成長、渦管の再結合などの現象を合理的に示した。

伊澤・木谷¹²⁾は、分子粘性と乱流渦粘性にもとづく渦核半径 ε_i の成長を次式によって表した。

$$\frac{d\varepsilon_i^2}{dt} = 4(\nu + \nu_{SGS}) \quad (16)$$

ここで、渦粘性として取り入れるLeonard & Chuaの渦核拡散モデルをやや単純化し、次式に示す ν_{SGS} を提案した。

$$\nu_{SGS} = c^2 \Delta^2 \frac{1}{\omega} \left| \frac{d\omega}{dt} \right| \quad (17)$$

ここで、 Δ は渦核半径 ε_i に相当する。伊澤・木谷は、定数 c にSmagorinskyモデルの自由乱流に対する推奨値 $c=0.17$ を用い、渦核拡散法によって円形ノズルからの非定常噴流解析に適用し、噴流中の乱流構造の解像度が向上することを示した。

Mansfieldら^{13), 14)}は、次式に示すフィルター操作を施した渦度輸送方程式に基づいてダイナミック渦粘性モデルを提案した。

$$\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial x_j} = \bar{\omega}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \nu \nabla^2 \bar{\omega}_i - \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \quad (18)$$

上式において、 R_{ij} はサブフィルタースケールの渦度応力(subfilter-scale vorticity stress)で、次のように表される。

$$R_{ij} = (\bar{\omega}_i \bar{u}_j - \bar{\omega}_j \bar{u}_i) - (\bar{u}_i \bar{\omega}_j - \bar{u}_j \bar{\omega}_i) \quad (19)$$

この R_{ij} のモデルとして、次の乱流渦拡散モデルを取り入れた。

$$\nabla \cdot R = -\nabla \cdot (\nu_T \nabla \bar{\omega}) \quad (20)$$

渦拡散率 ν_T は次式で与えられる。

$$\nu_T = C_s^2 D^2 |S| \quad (21)$$

ここに、 C_s は定数で、標準的には0.15程度の値を与える。フィルター操作を施したひずみテンソルは $|S| = (2S_{mn}S_{mn})^{1/2}$ で定義される。Mansfieldらは、このラグランジュLESモデルを単一渦輪の挙動および2つの渦輪の衝突流れ解析に対して適用し、乱流微細渦構造の生成や、衝突渦輪からの微小渦輪群の半径方向放出など、実際に観測されている現象を再現した。

しかし、これまでのところ渦法のLESモデル導入に関する研究は始まったばかりであり、モデルの導入によって乱流解析が著しく向上したという報告は今のところ見当たらない。

4.2 乱流直接解析

乱れのエネルギースペクトルそのものが乱れの統計的時間平均特性であり、このエネルギーカスケードを大小の渦要素間での非定常なエネルギー授受のモデルとして直接取り入れることは、結局乱れの時間平均的な特性を考慮してしまうことになり、非定常解析として必ずしも適切ではないように考えられる。もともと渦法では、微小な渦要素相互の非定常で非線形な相互作用が考慮されているので、すでにLESモデルとしての基本アルゴリズムは考慮されており、さらに微小なスケールをもつ渦要素の非定常なエネルギー散逸を如何にモデル化するかが重要である。Chorin^{15), 16)}は、三次元非粘性流れにおいて渦管の長さが際限なく伸びることを防ぐために、ある範囲まで近接した渦要素を除去する手法として、ヘアピンリムーバル法(hairpin removal method)を提案している。これは、小スケールの渦度が粘性によって散逸されることに対応していることから一種の乱流モデルであ

と解釈できる. Bernard¹⁷⁾は, この手法を境界層の乱流解析に適用して良い結果を得た. 渦法の LES モデルとしては, このような渦要素の分離・合体モデルや再配列モデルが合理的で有望である. 最近, Cottet ら¹⁸⁾は, 再配列を用いた渦法による等方性乱流ほかの解析結果を DNS 差分スペクトル法による乱流解析結果と比較した. 等方性乱流の乱れエネルギースペクトルの時間発展およびある時刻における等渦度コンターの比較から, 乱流特性はもとより計算時間を含めて渦法は差分法に勝るとも劣らない解析手法であることが明らかにされている.

5. ターボ機械流れへの適用例

前節までに述べたように, Biot-Savart 則を用いた渦法は, 格子形成が不要, 乱流モデルが不要, 移動・変形境界が自在という現在の CFD にとってきわめて魅力的な三つの特徴を兼ね備えており, ターボ機械に関連する複雑な非定常流れの解析へも適用されるようになってきた.

5.1 ディフューザポンプの動静翼干渉

ターボ機械における動翼と静翼の干渉は, 振動や騒音の重大な原因となることがあるため, 動静翼間に滑り境界面 (Sliding Surface) などの人工的な境界を仮定することなく, 干渉流れを直接シミュレーションする手法の開発が望まれてきた. 渦法においては, 空間に計算格子を設ける必要がなく, 境界の移動する速度を容易に境界条件として取り扱うことができる特徴を備えていることから, 動翼および静翼が干渉する複雑な非定常流れの解析には最適な手法といえる.

Zhu & Kamemoto^{19), 20)}は, ディフューザポンプの遠心羽根車とそれを囲むディフューザベーンの二次元干渉流れを渦法によって解析した結果を報告している. Fig. 2 は, 設計点流量 ($Q/Q_d = 1.00$) における瞬時の離散渦要素分布によるフローパターンおよび瞬時圧力分布をそれぞれ図示したものである. 羽根車ベーンの後縁から放出された渦要素からなる後流はディフューザベーンによって切断され, 切断された後流渦要素はディフューザベーン圧力面に沿って流下することが分かる. 羽根車ベーンとディフューザベーンの相対位置によってディフューザ入口付近の圧力分布に顕著な差異が認められる. Fig. 3 は, ディフューザベーン前縁負圧面側近傍の位置における圧力係数の時間変化を実験結果²¹⁾と比較したものである. 二次元解析ではあるが, 羽根車ベーンの通過に伴う圧力係数の大きな変動だけではなく, その絶対値においても実験結果²¹⁾と良い一致を示していることが確認できる.

Fig. 4 には, 部分流量 ($Q/Q_d = 0.60$) における瞬時のフローパターンおよびそれに対応する瞬時の圧力分布を示す. 羽根車内では, 負圧面で前縁から発達する剥離領域が周期的に羽根車出口に達する様子が観察できる. また, ディフューザ内の流れは, 羽根車から放出された剥離領域の通過によってベーン毎に非常に不均一な流れ

(a) Instantaneous flow pattern

(b) Instantaneous pressure distribution

Fig. 2 Two-dimensional unsteady flow in a diffuser pump. ($Q/Q_d = 1.00$)

(a) Pressure calculation point

(b) Time histories of pressure coefficient

Fig. 3 Variation of static pressure with time at a point close to the suction-side of the leading edge of a diffuser vane.

Fig. 4 Two-dimensional unsteady flow in a diffuser pump. ($Q/Q_d=0.60$)

となることが分かる。圧力分布についても羽根車ベーンとディフューザベーンの相対位置による分布の差異はより顕著になる。また、羽根車内部にも強い渦成分を伴う剥離領域に対応する低圧領域が発生していることが翼間流れより確認できる。

5.2 斜流ポンプ内の流れ

前節の2次元動静翼干渉流れ解析と同様に、渦法は空間に計算格子を設ける必要がなく、境界の移動する速度を容易に境界条件として取り扱うことができる特徴を備えていることから、3次元のポンプ一体解析も容易に解析可能である。つまりこれは、設計中のターボ機械の運転特性をコンピュータ上で再現し確認することが可能なポンプ運転シミュレータの一つと考えられる。

Ojima & Kamemoto²³⁾は、回転するインペラに作用する半径方向スラストの変動を予測するため斜流ポンプ流路内の非定常流れ解析を実施した。計算対象とした斜流ポンプは、電業社機械製作所で設計されたものであり、インペラ4枚、ガイドベーン5枚、旋回止めおよびケーシングにより構成される。ポンプの仕様は、設計流量 $Q_d=18.6 \text{ m}^3/\text{min}$ 、全揚程 $H=16.0 \text{ m}$ および回転速度 $N=1481.0 \text{ rpm}$ である。

Fig. 5には、流量比 $Q/Q_d=1.00$ および0.65におけるポンプ内の瞬時のフローパターンを離散渦要素分布により示す。図中に示される色は、離散渦要素の移流速度を示しており、暖色系ほど、速度が大きいことを意味し

Fig. 5 Instantaneous flow pattern.

ている。Fig. 5より、流量比 $Q/Q_d=1.00$ および0.65において共に羽根車翼面上からの目立った剥離は見られないが、流量比 $Q/Q_d=0.65$ のとき羽根先端後縁付近の負圧面から発生した翼端漏れ渦が周方向に発達し、隣接翼の圧力面側と干渉している様子が観察できる。このとき、流路を横断するように周方向に発達した翼端漏れ渦は、インペラとガイドベーンとの干渉により引きちぎられ強い渦塊を形成してディフューザ側へ流れ込み、ディフューザ流路内に複雑な渦流れを生成している様子が確認できる。

Fig. 6には、 $Q/Q_d=1.00$ および0.65における羽根車に作用する半径方向スラストの x および y 方向成分の時間変化を示す。Fig. 6(b)より、半径方向スラストの各方向成分は、羽根車回転周期の1/4で変動していることが確認でき、半径方向スラスト変動の x 方向成分および y 方向成分の位相差より、羽根車回転方向とは逆方向に回転していることがわかる。Fig. 7には、本解析より得られたポンプ性能を実験値と比較した結果を示す。本解析より得られたポンプ性能は、実験値と概ね一致することが確認できる。

5.3 水平軸風車周りの流れ

近年、クリーンエネルギーとして風車の開発と利用が盛んになり、それに伴い効率の向上、振動や騒音の軽減に

(a) $Q/Q_d = 1.00$ (b) $Q/Q_d = 0.65$

Fig. 6 Fluid forces acting on the impeller.

Fig. 7 Performance of the calculated mixed-flow pump.

資する風車の非定常解析が注目されている。流れの渦構造にもとづく高周波な圧力変動まで、比較的高い解像度で容易に解析可能な渦法は、非定常な自然風の特性を考慮した風車の運転シミュレーションを実現できる数値解析手法の一つになりうると考えられる。小島と亀本²³⁾は、風車の非定常流れ解析に対する渦法の適用性を検討するために、水平軸風車の空力解析を行った。この解析では、Vermeer²⁴⁾による実験に合わせ NACA 0012 翼を断面形状とする 2 枚翼風車に対して解析を行った。Fig. 8 には、周速比 $\lambda = 7.5$ で回転する風車翼周りの離散渦要素分布を示す。Fig. 8 においてロータ回転面後方には、各翼からそれぞれ流出した螺旋状の後流渦が形成されている。つまり 2 枚翼風車の場合、各翼はその翼自身が作り出した後流渦の影響に加え、もう一方の翼により作り出され

Fig. 8 Instantaneous flow pattern through a HAWT.

Fig. 9 Computed wind turbine performances.

た後流渦からの影響を強く受けることになる。Fig. 9 には、本解析より得られた出力係数 C_{power} および軸抗力係数 C_{Daxis} を実験値と比較した結果を示す。本解析より得られた出力係数および軸抗力係数は、実験値と概ね一致することが確認できる。

6. 結言

渦法のターボ機械への応用について紹介した。格子形成が不要、乱流モデルが不要、移動・変形境界が自在という渦法がもつ三つの特徴は、現在の CFD にとってきわめて魅力的であるだけでなく、渦法の概念をベースとしたラグランジュ的な流れの捉え方は、剥離流れのようなマクロスケールの渦流れのみでなく、微小な乱流渦構造にも適用されつつあり、流れの物理を解き明かす有力なツールとして注目されつつある。以上のことから、次世代の CFD を担う渦法の新展開が大いに期待されるところである。

斜流ポンプの解析を実施するにあたっては、株式会社電業社機械製作所武田裕久氏、井戸章雄氏、米内山弥生氏によるご支援を得た。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Wu, J.C. and Thompson, J.F.: Numerical Solutions of Time-Dependent Incompressible Navier-Stokes Equations using an

- Integro-Differential Formulation, Computers & Fluids, Vol. 1 (1973), pp. 197 - 215.
- 2) Uhlman, J.S.: An Integral Equation Formulation of the Equation of Motion of an Incompressible Fluid, Naval Undersea Warfare Center T.R., 10, 086 (1992).
 - 3) Kamemoto, K.: Development of the vortex methods for grid-free Lagrangian direct Numerical Simulation, Proc. 3rd JSME/KSME Fluids Engineering Conference, Sendai, (1994) pp. 542 - 547.
 - 4) Winkelmans, G. and Leonard, A., Improved Vortex Methods for Three-Dimensional Flows, Proc. Workshop on Mathematical Aspects of Vortex Dynamics, (1988) pp. 25 - 35, Leeburg, Virginia.
 - 5) Chorin, A.J.: Numerical study of slightly viscous flow, J. Fluid Mech., 57 (1973) pp. 785 - 796.
 - 6) Leonard, A.: Vortex methods for flow simulation, J. Comput. Phys., 37 (1980) pp. 289 - 335.
 - 7) 大上芳文, 赤松映明: 粘性拡散モデルによるレイノルズ数依存性離散渦法, 機論, 54, B(1988) pp. 2283 - 2290.
 - 8) Cottet, G-H & Koumoutsakos, P.D.: Vortex methods: Theory and practice, Cambridge Univ. Press (1999).
 - 9) Nakanishi, Y. and Kamemoto, K.: Numerical Simulation of Flow around a Sphere with Vortex Blobs, Journal Wind Eng. and Ind. Aero, Vol. 46 & 47 (1992) pp. 363 - 369.
 - 10) Ojima, A. and Kamemoto, K.: Numerical Simulation of Unsteady Flows around Three Dimensional Bluff Bodies by an Advanced Vortex Method, JSME Int. Journal, Vol. 43, No. 2, B (2000) pp. 127 - 135.
 - 11) Leonard, A. and Chua, K.: Three-dimensional interactions of vortex tubes, Physica. D, 37 (1989) pp. 490 - 496.
 - 12) 伊澤精一郎, 木谷勝: 渦法における乱流モデル, 機論, 65 - 630, B(1999) pp. 581 - 589.
 - 13) Mansfield J.R., Knio, O.M. and Meneveau, C.: A dynamic LES scheme for the vorticity transport equation: formulation and priori test, J. Comp. Phys., 145 (1998) pp. 693 - 730.
 - 14) Mansfield J.R., Knio, O.M. and Meneveau, C.: A dynamic LES of colliding vortex ring using a 3D vortex method, J. Comp. Phys., 152 (1999) pp. 305 - 345.
 - 15) Chorin, A.J.: Hairpin removal in vortex interactions, J. Comp. Phys., 91 (1990) pp. 1 - 21.
 - 16) Chorin, A.J.: Hairpin removal in vortex interactions II, J. Comp. Phys., 107 (1993) pp. 1 - 9.
 - 17) Bernard, P.: A vortex method for wall bounded turbulent flows, ESAIM Proc., 1 (1996) pp. 15 - 31.
 - 18) Cottet G-H, Michaux, B., Ossia, S. and VanderLinden, G.: A comparison of spectral and vortex methods in three-dimensional incompressible flows, J. Comp. Phys., 175 (2002) pp. 702 - 712.
 - 19) Zhu, B. and Kamemoto, K.: Simulation of the unsteady interaction of a centrifugal impeller with its diffuser by an advanced vortex method, Proc. of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engng. Conf. San Fransisco, July 18 - 22, (1999), FEDSM 99 - 6821.
 - 20) Zhu, B. and Kamemoto, K.: Application of direct vortex method to the unsteady rotor-stator interaction at off-design points in a diffuser pump, Proc. of the 4th international Conf. on Hydrodynamics, Yokohama, Sept.7 - 9, 2000, Vol. 1 (2000) pp. 373 - 378.
 - 21) Tsukamoto, H., Uno, M., Hamafuku, H. and Okamura, T., Pressure fluctuation downstream of a diffuser pump impeller, Proc. of 2nd Joint ASME/JSME Fluid Engng. Conf. FED Vol. 1216 (1995) pp. 133.
 - 22) Ojima, A. and Kamemoto, K., Virtual operation of fluid machinery by a vortex element method, Proc. of the 4th Joint ASME/JSME Fluids Engng. Conf. Hawaii, July 6 - 11, (2003) FEDSM 2003 - 45115.
 - 23) 小島成, 亀本喬司, 渦法による水平軸風車翼周りの非定常流れ解析, ターボ機械, 29 - 5 (2001) pp. 311 - 319.
 - 24) N-J Vermeer: Performance measurements on a rotor model with Mie-vanes in the Delft open jet tunnel, IW-91048 R (1991), Delft University of Technology Faculty of Civil Engineering Institute for Wind Energy.

口絵2 渦法による斜流ポンプ内の流れの可視化

(口絵2 (株)カレッジ・マスターハンズ 小島 成)

(本文 199 頁参照)

口絵3 多色油膜法によるディフューザの油膜パターン (Ns 280)

(口絵3 (株)荏原総合研究所 岡本秀伸)

(本文 220 頁参照)