C233 ウェーブレット変換を用いたフレネル変換映像法の画像S/N改善

音堅 成仁^{*} (宇都宮大学), 伊藤 聡志 (宇都宮大学), 山田 芳文 (宇都宮大学)

S/N improvement of images by Wavelet conversion in Fresnel transform technique

Naruhito OTOKATA and Satoshi ITO and Yoshifumi YAMADA

ABSTRACT

Denosing of images by the Wavelet conversion is widely researched. The image reconstruction in the Fresnel transform technique is done through several signal stages, and each stage in the process has quite different signal pattern. Therefore, executing the noise removal processing, denoising, using the Wavelet conversion in each stage becomes possible. We obtained the most excellent denoising result when we applied the Wavelet-denoising in the reconstructed image stage. Moreover, if the Wavelet-denoising using the same Mother-Wavelet was done in two signal stages of the image reconstruction process in the Fresnel transform technique, it was confirmed to be able to improve the image S/N more greatly compared with the case when the Wavelet-denoising was done only in a single stage.

Keywords: Fresnel transform technique, Wavelet conversion, Denoising

1 はじめに

ウェーブレット変換を用いたデノイズングは信号処理、画像処理分野において広く応用されており、その特性から多様なデノイズングが可能であるといえる。一方、核磁気共鳴を利用したMRI (Magnetic Resonance Imaging) では主にフーリエ変換映像法が用いられているが、我々の研究室では新しい映像法としてフレネル変換映像法を提案している。このフレネル変換映像法の映像再構成は、いくつかの信号ステージを経て行われ、その過程における各信号ステージは、それぞれが全く異なる信号パターンを有する。そのため、それぞれのステージでウェーブレット変換を用いた雑音除去処理 (デノイズング) を実施することが可能となる。

フレネル変換映像法の信号ステージにおいて、最も良好なデノイズング効果が認められたのは再構成された画像ステージに適用する場合である。また、同じマザーウェーブレットを使用した場合でもフレネル変換映像法の異なる2つの信号ステージでウェーブレット・デノイズングを行なった場合よりもさらに大幅に画像S/Nを改善できることが確認された。

2 フレネル変換映像法

2.1 映像再構成

被写体関数を $\rho(x)$ 、フレネル変換式を $v(x')$ 、 $\gamma b\tau$ をイメージングパラメータとした時、1次元のフレネル変換式は (1) 式のように畳み込み積分で表すことができる。この信号空間をステージ1とする。

$$\text{【ステージ1】} \quad v(x') = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) e^{-j\gamma b\tau(x'-x)^2} dx \quad (1)$$

式 (1) より $\rho(x)$ を導く解法は2通りの方法があるが [1]、本研究ではフーリエ変換を一回使用して再構成する [方法1] の場合について検討する。まず、(1) の指数項を展開し、 $\omega_x = 2\gamma b\tau x$ と置いて、2次の位相項 $e^{j\gamma b\tau x'^2}$ を乗ずる。

【ステージ2】

$$v(x') e^{j\gamma b\tau x'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \left(\frac{\omega_x}{2\gamma b\tau} \right) e^{-j\frac{\omega_x^2}{4\gamma b\tau}} e^{jx'\omega_x} d\omega_x \quad (2)$$

次に (2) 式の両辺をフーリエ変換する。

【ステージ3】

$$F[v(x') e^{j\gamma b\tau x'^2}] = \frac{\pi}{\gamma b\tau} \rho \left(\frac{\omega_x}{2\gamma b\tau} \right) e^{-j\frac{\omega_x^2}{4\gamma b\tau}} \quad (3)$$

振幅、位相補正を施すと、(4) 式が得られ、画像を再構成できる。

【ステージ4】

$$\rho \left(\frac{\omega_x}{2\gamma b\tau} \right) = \frac{\gamma b\tau}{\pi} e^{j\frac{\omega_x^2}{4\gamma b\tau}} F[v(x') e^{j\gamma b\tau x'^2}] \quad (4)$$

以上の4つの信号空間を本研究ではフレネル変換映像法の再構成

における信号ステージとし、Fig.1に示す。

(方法1)フレネル再構成法

Fig.1 Signal stages of Fresnel transform technique

2.2 [方法1] 映像再構成における視野比

フーリエ変換を1回使う [方法1] フレネル変換映像法は、イメージングパラメータ $\gamma b\tau$ と特徴磁界の走査ステップ $\Delta x'$ により信号の様相が変わり空間分解能 Δx も異なる値となる。分解能と走査ステップの関係式は次式のように表される [2]。

$$\Delta x \approx \frac{\pi}{\gamma b\tau N \Delta x'} \quad (5)$$

Fig.2に原画像と、再構成画像の分解能と走査ステップの比 $\Delta x/\Delta x'$ の違いにおけるフレネル変換映像法の信号の様子を示す。 $\Delta x/\Delta x'$ が大きくなるほど信号は広い領域に広がっている。

Fig.2 Original image and Fresnel transform signals

3 ウェーブレット・デノイジング

本研究で用いたウェーブレット変換によるデノイジングは、各ステージの信号の実数部・虚数部をそれぞれ独立にウェーブレット変換し、その展開領域でウィナーフィルタを乗じてノイズを低減する方法である。その後、逆ウェーブレット変換して信号を再構成し、フレネル再構成法により再構成映像を得る。

ウェーブレット展開領域で使用するフィルタには、次式の実用的なウィナーフィルタを使用した。

- ウィナーフィルタ
- (6) 式の下線部を信号に乗じる形でフィルタを構成する。

$$(W'_{\psi}, S(i, j)) = (W_{\psi}, S(i, j)) \cdot \frac{(W_{\psi}, S(i, j))^2}{(W_{\psi}, S(i, j))^2 + N_s} \quad (6)$$

$(W_{\psi}), (W'_{\psi})$ はそれぞれウェーブレット展開係数とそのデノイジング後、 $S(i, j)$ は扱う信号を表し、 N_s はウェーブレット展開した領域のノイズのパワースペクトルである。

4 シミュレーション

4.1 シミュレーション条件

ノイズの除去程度を調べるために計算機シミュレーションによる評価を行った。画像モデルは、マトリクスサイズ 256×256 の MR モデル画像を使用した。その画像よりフレネル変換映像法の信号を計算機により生成し、それに画像の最大振幅の 5 % となる標準偏差のガウス型白色ノイズを重ねた。シミュレーションで適用するウェーブレットには Daubechies, Coifman, Symlet の 3 つのウェーブレットを使用し、スケーリング係数はそれぞれ $N=4, 15, 4$ とし展開レベルは全て $J=3$ とした [3]。

4.2 イメージングパラメータの設定

Fig.2 より同じ信号ステージでもイメージングパラメータによって、その信号の様相は異なってくる。そこで、次の 5 つの case のパラメータのフレネル変換映像法について、画像 S/N 改善度の比較を行うことにした。

Table1 Imaging parameter of Fresnel transform method

	γbr	Δx	Δx	$\Delta x/\Delta x$
case1 (Fig.2 (b))	0.1227	0.1	1.0	0.1
case2 (" (c))	0.2454	0.1	0.5	0.2
case3 (" (d))	0.3068	0.1	0.4	0.25
case4 (" (e))	0.6136	0.1	0.2	0.5
case5 (" (f))	1.227	0.1	0.1	1.0

4.3 S/N 改善度評価

画像の S/N 改善度は次式より求めた。

$$S/N \text{ 改善度} = \frac{\sigma}{\sigma(\rho_r - \rho_{nf})} \quad (7)$$

ρ_r, ρ_{nf} はそれぞれ原画像データ、フィルタ処理後の再構成画像データであり、 σ は重畳するノイズの標準偏差である。

5 評価結果

5.1 S/N 改善度評価式による比較

Table1 の case 別のパラメータでフレネル再構成を行い、それぞれ単一の信号ステージでウェーブレット・デノイジングを一回行う。そのときの出力画像の S/N 改善度を信号ステージ別に比較し下図に示す。

Fig.3 S/N improvement ratio in each of imaging parameter

Fig.3 より case1 のパラメータの場合に、全ての信号ステージにおいて高い S/N 改善効果が得られた。そこで次に、case1 のイメージングパラメータを使用して同一の信号ステージでウェーブレット・デノイジングを反復して行う方法を考える。その際、マザーウェーブレットを Daubechies, Coifman, Symlet の順に変えて

4 回以降は再びこの順で適用する。6 回まで反復したときに得られる S/N 改善度のグラフを Fig.4 に示す。

Fig.4 より、各ステージにおいて S/N 改善の効果が認められる

Fig.4 S/N improvement ratio in each of iteration number

反復回数の上限がわかる。すなわち、ステージ 1, 2 では 2 回、ステージ 3 では 3 回、ステージ 4 では 4 回程度デノイジングを行うと、それ以降反復しても十分な効果は得られていない。そこで、これらの各ステージでの上限回数を踏まえて異なるマルチステージでウェーブレット・デノイジングを併用して行うことにする。その方法は数多く考えられるが、Table2 に示す場合について調べた。結果を Fig.5 に示す。

Table2 Each method of de-noising in multi stage

デノイジング方法	各ステージで処理する回数 (回)				処理回数の合計
	stage1	stage2	stage3	stage4	
1stage	0	0	0	1	1
2stage-1	0	0	1	1	2
2stage-2	0	0	1	3	4
3stage-1	0	1	1	1	3
3stage-2	0	1	2	3	6
3stage-3	1	0	2	3	6
4stage-1	1	1	1	1	4
4stage-2	2	2	3	4	11

Fig.5 S/N improvement ratio of de-noising in multi stage

6 まとめ

フレネル変換映像法の複数の信号ステージでウェーブレット・デノイジングを行い、再構成における最適なイメージングパラメータを検討した。また、マザーウェーブレットを変えて反復的にデノイジングを行うことにより再構成映像の S/N 改善効果をも高める方法について検討を行った。その結果、イメージングパラメータ γbr を低く設定したとき全体的に高い S/N 改善度を示した。同一の信号ステージに Daubechies, Coifman, Symlet の 3 種類の異なるマザーウェーブレットを用いてウェーブレット・デノイジングを反復的に行う方法により、高い S/N 改善度を得ることができた。さらに、同様に同じ信号ステージで反復し、それをマルチステージで併用すれば大幅に S/N 改善度が向上した。しかし、あまり多くのステージまたは回数のデノイジングを行うとあって S/N 改善効果が悪くなる場合も見られた。

参考文献

- 山田他: “走査型非線型勾配磁場を用いた NMR フレネル変換イメージング”, 信学論 (c), J70-C, 3, 439 (1987).
- 山田他: “走査型非線型勾配磁場を用いた NMR フレネル変換イメージングの空間分解能に関する検討”, 信学技報, MBE 86-50 (1986).
- 中野宏毅, 山本鎮男, 吉田靖夫: “ウェーブレットによる信号処理と画像処理”, 共立出版 (1991).