B202

LES 乱流解析結果のウェーブレット分析

田中 伸厚[○] (茨城大学), 田口鷹矢Wavelet analysis of LES turbulence analysis data
Nobuatsu TANAKA and Takaya TAGUCHI

ABSTRACT

Large eddy simulation of two-dimensional isotropic turbulent flow is performed using dynamic SGS model under assumption of local interscale equilibrium. The numerical results show that the dynamic SGS model can appropriately evaluate the reverse cascade of energy, which is a major characteristic of two-dimensional turbulence.

Keywords: LES, Dynamics SGS, Local interscale equilibrium assumption, Wavelet analysis

1. はじめに

乱流の数値計算として LES (Large Eddy Simulation) が最も有力な手法であると考えられている。しかしながら LES の代表である Smagorinsky モデル (SM) は、多くの仮定を用いているために、壁で減衰関数が必要となる、エネルギーの逆カスケードが表現できないなどの問題を抱えている。これに対し、モデル定数を動的に変えるダイナミック SGS モデル (DSM)¹⁾ は従来の問題点を克服できるが、数値安定性のための平均化やフィルターの特性長が必要となる。これらの問題は実用の流れへ適用する際に大きな制約となる。この問題を解決するため、室田は局所スケール平衡仮定 (LISEA: Local Inter-scale equilibrium Assumption)²⁾ の概念を導入した DSM を開発している。その手法は、モデルパラメータを持たないため、様々な体系や流れ場へ適用できる³⁾。本研究では LISEA がエネルギーの逆カスケードを適切に評価できるかに注目し、二次元等方性乱流の解析を行った。

2. ダイナミック SGS モデル

LES は通常、非圧縮性粘性流体の基礎方程式にフィルターをかけた、

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\tau_{ij} + 2\nu \bar{S}_{ij}) \quad (2)$$

を用いる。ここで、

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

である。 τ_{ij} はフィルター操作によって生じた粗視化した流れに対する付加的な応力で SGS (Subgrid scale) 応力と呼ばれる。 τ_{ij} についての方程式を導出することは可能であるが、方程式系は閉じさせるためには何らかのモデ

ル化が必要である。例えば、最もポピュラーな Smagorinsky モデルでは、SGS 応力が乱流粘性として働くと考え、分子粘性との類推から渦粘性近似より、

$$\tau_{ij} - \tau_{kk} \delta_{ij} / 3 = -2\nu_e \bar{S}_{ij} \quad (5)$$

とモデル化する。 ν_e は渦粘性係数で、次式で評価する。

$$\nu_e = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (6)$$

ここで、 C_s は Smagorinsky 定数、 Δ はフィルター幅である。一方、LISEA を用いたダイナミック SGS モデルでは、グリッドフィルターより大きなテストフィルター $\tilde{\cdot}$ を導入する。波数空間をグリッドフィルター特性長と 2 重フィルター特性長 $\tilde{\cdot}$ で3つに分類し、波数の低い領域から、テスト、中間、サブグリッドスケールとする。中間スケールにおいて、局所平衡を仮定すると、

$$e_{ls \rightarrow st} + \varepsilon_{ls} = \tilde{e}_{gs \rightarrow st} + \tilde{\varepsilon}_{gs} \quad (7)$$

ここで、 e はエネルギー伝達量、 ε は散逸量を表す。(7) 式は 2 重フィルターとグリッドフィルター間での局所平衡を仮定したもので、局所スケール間平衡仮定と呼ぶ。これを SGS 応力 τ_{ij} とサブテスト応力 T_{ij} を用いて表すと、次式となる。

$$\varepsilon_{ls} - T_{ij} \tilde{S}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{gs} - \tau_{ij} \tilde{S}_{ij} \quad (8)$$

SGS 応力を渦粘性モデルで、サブテスト応力を Taylor 展開により直接近似することにより、最終的に、

$$\nu_e = -T_{ij}^* \tilde{S}_{ij} - \left(\nu |\tilde{S}|^2 - \nu |\bar{S}|^2 \right) / |\tilde{S}|^2 \quad (9)$$

と求められる。室田はこの係数が負の場合はクリッピングを行い強制的に 0 としているが、エネルギーの逆カスケードを表現するには負の渦粘性が必要であり、ここでは(9)式で得られた値をそのまま用いる。

3. 二次元乱流

二次元流体においては、エネルギーとエントロフィーが共に保存するという強い制約条件のため、それぞれ一部は低周波側に、一部は高周波側に輸送されなければ

ならない。レイノルズ数が十分大きく、散逸が十分に高周波側で起こる二次元乱流では、ほとんどのエネルギーは低周波側に輸送される「エネルギーの逆カスケード」が起こる。また、三次元乱流においても、間欠的にエネルギーの逆カスケードが起こっていることが確認されている⁴⁾。そのため、乱流モデルがエネルギーの逆カスケードを妥当に表現可能かどうかを調べる意味で、二次元乱流の解析は重要である。

4. 解析結果とウェーブレット解析

周辺をすべて周期境界とした二次元正方体系を考える。その体系を 256x256 に分割し、上記のアルゴリズムにより解析を行った。移流項は四次精度中心差分、時間積分は二次のアダムス・バッシュフォース法を用いている。レイノルズ数 1000、時間刻みは 10^{-3} とし、初期の渦度は、様々なスケールの線形和により与えた。Fig.1 に初期のエネルギーおよび離散ウェーブレット展開(DWT)係数の分布を示す。初期の渦度分布は非常に細かなノイズ状の分布をしており、ウェーブレット解析の結果でも、各周波数成分がほぼ等しい強度をもつ分布となっている。一方、時刻 $t=5$ におけるエネルギーおよび DWT 係数の分布を Fig.2 に示す。高周波の渦が減衰すると共に中間スケールの渦が強くなっていることが確認できる。Fig.3 は式(9)で評価された渦粘性係数および DWT 係数の分布である。ほとんどの領域で渦粘性係数は 0 (白い部分) であるが、局所的に負の値 (黒い部分) となっており、これらの部分でエネルギーの逆カスケードが起こっていることが確認できる。最後に、Fig.2 より得られたエネルギー・スペクトルを Fig.4 に示す。二次元乱流では、低周波域でエネルギーの $-5/3$ 乗に、高周波域でエネルギーの -3 乗に比例するエネルギー・スペクトルとなることが知られている。本解析結果でも、波数の 0.02 付近に変曲点があり、その前後で勾配が変化している。理論値に比べ、高周波側の勾配がやや急であるが、二次元乱流の特徴が良く捉えられている。

4. まとめ

本研究では、乱流モデルに LISEA を用いたダイナミック SGS モデルを用い、二次元等方性乱流の解析を行った。解析結果より、LISEA がエネルギーの逆カスケードを適切に表現可能であることがわかった。

参考文献

- 1) M. Germano, et al., Phys. Fluids, A3, (1991).
- 2) 室田, 第 15 回数値流体力学シンポジウム(2001).
- 3) 本山, 茨城大学修士論文 (2004).
- 4) U. Piomelli, et al., Phys. Fluids, A3 (1991).

Fig.1 Initial kinetic energy and DWT coefficients.

Fig.2 Kinetic energy and DWT coefficients at $t=5$.

Fig.3 Eddy viscosity and DWT coefficients at $t=5$.

Fig.4 Energy spectrum at $t=5$.