C 2 1 0

Excel の表計算機能を利用した熱流体解析プロセスの可視化 — 第2報 2次元強制対流問題への Simple 法の適用 —

奥山 正明[○](山形大・工), 富村 寿夫(九大・先導研)

Visualization of Calculation Process in Thermo-Fluid Analysis Using Spreadsheet of Excel — 2nd Report: Application of Simple Method to Two-Dimensional Steady-State Forced Convection Problem — Masaaki OKUYAMA and Toshio TOMIMURA

ABSTRACT

In the numerical analysis using the spreadsheet of Excel, the image of the physical model can be drawn on the worksheet, and both programming and debugging are performed visually via classification by coloring of interior and boundary cells, where corresponding difference equations are embedded. Furthermore, calculated results can be shown and at the same time confirmed immediately by using the accessory graph wizard. In the present study, a newly developed visual-oriented numerical method for solving the two-dimensional steady-state forced convection problem which applies the simple method is explained through a simple physical model of inclined parallel plates with discrete heat sources.

Keywords: Thermo-Fluid Analysis, 2-D Steady-State Forced Convection, Excel, Spreadsheet

1. 緒 論

最近, Excel の表計算機能を利用し, 森下¹⁾や Holman²⁾などにより, 熱流体の分野における実用的な数値解析への適用例が示されている. 富村らは, これまでに Excel による「ふく射加熱をうける定常および非定常³⁾ 熱伝導問題」, 複数のシートを時系列に対応させた「2次元非定常熱伝導問題⁴⁾」, 等解析法を提案し, 解析コードの構築方法を示した. また, H.Karahan ら⁵⁾は, 表計算ソフトを用いて流体の解析を試みている.

ここでは, 平行平板で構成される流路内に熱源を置いた場合を例とした「Simple 法による 2次元定常強制対流問題」に関し, 新たに開発した解析コードの構築方法を示す.

2. 理 論

2.1 物理モデル

Fig. 1 に物理モデルを示す. 上下面を断熱された高さ $Y = 1$, 長さ $X = 1$ の平行平板流路が設置されている. 流路内には, 幅 0.06, 高さ 0.4, 温度 $\theta = 3.0$ で発熱する熱源が配置され, これらは, 温度 $\theta = 0.0$, 一様速度(X 方向の速度 $U = 1$, Y 方向の速度 $V = 0$)で流入する流体により冷却されている.

2.2 基礎式および境界条件

物性値は一定であるとし, Simple 法⁶⁾⁻⁹⁾を導入すると, 等間隔メッシュ ΔX , ΔY で差分化した場合の無次元の Navier-Stokes 方程式は, 次式で与えられる.

$$X \text{ 方向} \quad \frac{\partial E}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$Y \text{ 方向} \quad \frac{\partial G}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

ここで,

$$E = U^2 + P - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X}, \quad F = UV - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y}$$

$$G = UV - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial V}{\partial X}, \quad H = V^2 + P - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial V}{\partial Y} \quad (3)$$

Fig.2(a)に示すようにスタッガード格子を用いて差分式で表すと式(1)は, 次式で表される.

$$(E_{i+1/2,j} - E_{i-1/2,j})\Delta Y + (E_{i,j+1/2} - E_{i,j-1/2})\Delta X = 0 \quad (4)$$

連続の式を満たす圧力, X 方向及び Y 方向の速度をそれぞれ $\tilde{P}, \tilde{U}, \tilde{V}$ とすると,

$$\tilde{P} = P + \alpha_P P' \quad (5a)$$

Fig.1 Physical model.

Fig.2(a) Control volume for U .

Fig.2(b) Control volume for V .

Fig.2(c) Control volume for θ .

$$\tilde{U}_{i,j} = U_{i,j} + \alpha \frac{(P'_{i,j} - P'_{i+1,j})\Delta Y}{a_e} \quad (5b)$$

$$\tilde{V}_{i,j} = V_{i,j} + \alpha \frac{(P'_{i,j} - P'_{i,j+1})\Delta X}{a_n} \quad (5c)$$

ここで、 P', U', V' は、それぞれ圧力、 X 方向及び Y 方向の速度の補正值である。 P', U', V' は、それぞれ式(4)より求められる仮の圧力、 X 方向及び Y 方向の速度である。 α, α_p は緩和係数であり、それぞれ、0.5 及び 0.8 とした。

この計算では、対流-拡散の解放にべき乗法を用いた。また、エネルギー保存式は次式で表される。

$$\frac{\partial K}{\partial X} + \frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

$$K = U\theta - \frac{1}{\text{RePr}} \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad L = V\theta - \frac{1}{\text{RePr}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (7)$$

Fig.2(c)に示すようにスタッガード格子を用いて差分式で表すと式(6)は、次式で表される。

$$(K_{i+1/2,j} - K_{i-1/2,j})\Delta Y + (L_{i,j+1/2} - L_{i,j-1/2})\Delta X = 0 \quad (8)$$

ここで、 θ は無次元温度であり、入口では $\theta = 0.0$ 、熱源の温度は $\theta = 3.0$ とした。 Re の代表長さとして平板間隔をとった。境界条件として、入口では一様流、壁面では流速なしとした。収束条件は前回値との差が 10^{-4} 以下になったときとした。

	A	B	C	D	E	F	G	I	J	K	L	M	N	GN	GO	GP	GQ	GR	GS	GT	GU
1																					
2	Y		U																		
3	1.00	-1.00	0.00	-0.41	-0.33	-0.27	-0.23	-0.28	-0.30	-0.32	-0.33	-0.34	-0.35	-0.07	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	
4	0.98	1.00	0.00	0.41	0.33	0.27	0.23	0.28	0.30	0.32	0.33	0.34	0.35	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	
5	0.96	1.00	0.92	0.82	0.73	0.65	0.59	0.73	0.78	0.82	0.86	0.90	1.85	0.22	0.22	0.22	0.23	0.23	0.23	0.23	
6	0.94	1.00	1.01	0.99	0.95	0.89	0.83	1.16	1.23	1.80	1.86	1.88	1.54	0.35	0.36	0.36	0.37	0.37	0.38	0.38	
7	0.92	1.00	1.02	1.04	1.04	1.02	0.99	0.88	0.84	1.61	1.62	1.59	1.14	0.48	0.48	0.49	0.50	0.50	0.51	0.51	
8	0.90	1.00	1.02	1.05	1.07	1.08	1.07	0.59	0.36	0.73	0.60	0.60	0.67	0.60	0.61	0.61	0.62	0.63	0.63	0.63	
9	0.88	1.00	1.02	1.05	1.08	1.10	1.11	0.41	0.24	-0.30	-0.60	-0.30	0.18	0.71	0.72	0.73	0.73	0.74	0.75	0.75	
10	0.86	1.00	1.02	1.04	1.07	1.10	1.11	0.31	0.16	0.00	0.00	0.00	0.08	0.82	0.82	0.83	0.84	0.85	0.85	0.85	
11	0.84	1.00	1.01	1.03	1.06	1.08	1.11	0.24	0.11	0.00	0.00	0.00	0.03	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.95	0.95	
12	0.82	1.00	1.01	1.03	1.05	1.07	1.10	0.20	0.09	0.00	0.00	0.00	0.01	1.01	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.05	
13	0.80	1.00	1.01	1.02	1.04	1.06	1.08	0.14	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	1.09	1.10	1.11	1.11	1.12	1.13	1.13	
55	Y		V																		
56	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
57	0.98	0.09	-0.09	-0.13	-0.11	-0.09	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
58	0.96	0.10	-0.10	-0.18	0.23	0.26	0.29	0.45	0.75	0.71	0.58	0.40	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
59	0.94	0.08	-0.08	-0.18	0.25	0.28	0.32	0.51	0.89	0.83	0.58	0.32	0.07	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
60	0.92	0.07	-0.07	-0.16	0.27	0.30	0.34	0.55	1.01	0.89	0.36	0.16	0.12	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
61	0.90	0.05	-0.05	-0.14	0.27	0.31	0.35	0.57	1.03	0.80	-0.40	0.05	-0.10	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03
62	0.88	0.04	-0.04	-0.11	0.27	0.31	0.35	0.58	0.89	0.54	-0.54	0.02	-0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
63	0.86	0.03	-0.03	-0.09	0.26	0.30	0.34	0.56	0.74	0.38	-0.38	-0.02	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
64	0.84	0.03	-0.03	-0.07	0.25	0.28	0.32	0.53	0.59	0.28	-0.28	-0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
65	0.82	0.02	-0.02	-0.06	0.23	0.26	0.29	0.48	0.47	0.21	-0.21	-0.05	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05
66	0.80	0.02	-0.02	-0.05	0.20	0.23	0.26	0.48	0.37	0.16	-0.16	-0.04	0.04	0.07	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
110	Y		P																		
111	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
112	0.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
113	0.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
114	0.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
115	0.92	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
116	0.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
117	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
118	0.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
119	0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
120	0.82	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
121	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
170	Y		θ																		
171	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
172	0.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
173	0.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
174	0.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
175	0.92	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
176	0.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
177	0.88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
178	0.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
179	0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
180	0.82	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
181	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fig.3 Worksheet for numerical calculations.

3. ワークシートを使用したプログラミング

Fig. 3 にワークシートの例を示す. この場合の計算条件は, 流路長さが $X = 4$, 流路幅が $Y = 1$, メッシュ幅が $\Delta X = 0.02$, $\Delta Y = 0.02$, $Pr = 0.7$, $Re = 100$ であり, 流速 U , V および温度 θ の計算は以下の方法で実行した.

Step-1: 解析領域(境界)の作成

計算は, 流速 U , V , U' , V' , $\tilde{U}$, $\tilde{V}$, 圧力 P , P' 及び温度 θ について行う必要があるが, 本稿では流速 U , V , 圧力 P , 温度 θ の計算について概略を説明する.

[1] セル **B4**, **B57**, **B112** 及び **B172** にそれぞれ, 流速 U , V , 圧力 P , 温度 θ の境界条件 ($U = 「1」$, $V = 「0」$,

$P = 「C112」$:断熱条件, $\theta = 「0」$) を書き込む. 続いて, それぞれのセルを選択し, フィルハンドルを左クリックしてセル **B53**, **B105**, **B161**, **B221** までドラッグすると, 流路入口の境界条件の設定が完了する. [2] セル **B4**, **B57**, **B112** 及び **B172** に流路上面の境界条件 ($U = 「0」$, $V = 「0」$, $P = 「B112」$:断熱条件, $\theta = 「B172」$:断熱条件) を書き込む. 続いて, このセルを選択しセル **GT** または **GU** までドラッグすると, 流路上面の境界条件の設定が完了する. [3] 同様に, 流路下面の境界条件の設定が完了する. [4] セル **GT4**, **GU57**, **GU112** 及び **GU172** に流路出口の境界条件 ($U = 「GS4」$, $V = 「GT57」$, $P = 「0」$, $\theta = 「GT172」$) を書き込む. 続いて, これらのセルを選択しセル **GT53**, **GU105**, **GU161**, **GU221** までドラッグすると, 流路出口の境界条件の設定が完了する.

Fig.4
Velocity distributions
at position of $X = 1.9$
($Re = 100$).
(a) Velocity U ,
(b) Velocity V .

Fig.5 Calculated result on temperature field.

Step-2: 解析領域(内部)の作成

[5] セル C4 には、流速 U の計算式

$$\begin{aligned} & \text{「}=(D4*(\text{yre}*MAXA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddy4*D4/\text{yre}),5) \\ &))+MAXA(-ddy4*D4,0))+B4*(MAXA(ddy4*B4,0)+\text{yre}*MA \\ & XA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddy4*B4/\text{yre}),5)))+C3*(\text{xre}*MA \\ & XA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddx4*(D56+C56)/\text{xre}),5))+MAX \\ & A(-ddx4*(D56+C56),0))+C5*(MAXA(ddx4*(D57+C57),0)+ \\ & \text{xre}*MAXA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddx4*(D57+C57)/\text{xre}),5) \\ &))+dy*(C112-D112))/(\text{yre}*MAXA(0,POWER(1-0.1*ABS(dd \\ & y4*D4/\text{yre}),5))+MAXA(ddy4*D4,0)+MAXA(-ddy4*B4,0)+\text{y} \\ & \text{re}*MAXA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddy4*B4/\text{yre}),5))+\text{xre}*M \\ & AXA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddx4*(D56+C56)/\text{xre}),5))+MA \\ & XA(ddx4*(D56+C56),0)+MAXA(-ddx4*(D57+C57),0)+\text{xre}* \\ & MAXA(0,POWER(1-0.1*ABS(ddx4*(D57+C57)/\text{xre}),5))\text{」} \\ & \text{を書き込む。ここで、yre, xre, ddy4 及び ddx4 は、それ} \\ & \text{ぞれ、}\Delta Y/Re/\Delta X, \Delta X/Re/\Delta Y, \Delta Y/4 \text{ 及び } \Delta X/4 \text{ である。} \\ & \text{同様に C57, C112 及び C172 には流速 } V, \text{ 圧力 } P \text{ および} \\ & \text{温度 } \theta \text{ の計算式を書き込み GS52, GT104, GT160,} \\ & \text{GT220 までドラッグすると、流路内部の設定が完了する。} \end{aligned}$$

[5] 流路内部に設置する発熱体の境界条件として、Fig.3 に示すように発熱体表面では流速 $U = V = 0$ 、圧力 P は断熱条件、温度 $\theta = 3.0$ を書き込み、発熱体の設定が完了する。

Fig.4, 5 に流れ場と温度場の計算結果を示す。計算結果は、この例のように、付属のグラフウィザードにより簡単に図示することができ、数値解析の妥当性を直ちに検討することが可能である。

4. 結 論

平行平板で構成される流路内に一定温度の発熱体を置いた場合の 2 次元強制対流の熱伝達問題に関して、Simple 法を導入した Excel 解析用ワークシートの作成方法を示した。

参 考 文 献

- 1) 森下悦生: Excel で学ぶ流体力学, 丸善, (2001).
- 2) Holman, J. P.: Heat Transfer (Ninth Edition), McGraw-Hill Higher Education, New York (2002) pp. 621-655.
- 3) 富村寿夫, 平澤茂樹, 羽田光明: Excel の表計算機能を利用した数値計算プロセスの可視化 (第 1 報 ふく射加熱をうける 1 次元平板系の非定常熱伝導問題), 可視化情報 Vol. 23, Suppl. No. 3, CD-ROM 5-3, (2003. 10).
- 4) 富村寿夫, 平澤茂樹, 羽田光明: Excel の表計算機能を利用した数値計算プロセスの可視化 (第 2 報 2 次元円筒座標系での非定常熱伝導問題), 可視化情報 Vol. 23, Suppl. No. 2, pp. 161-164, (2003. 10).
- 5) H. Karahan, and M. T. Ayvaz, J. Porous Media, 8 (2), (2005), pp. 211-223.
- 6) 数値流体力学編集委員会編, 非圧縮性流体解析, 東京大学出版会, (1995), pp. 102-106.
- 7) 水谷, 香月共訳, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版, (1985), pp. 82-134.
- 8) 越塚, 数値流体力学, 培風館, (1997), pp. 134-138.
- 9) 河村, 土方, 熱と流れのシミュレーション, 丸善株式会社, (1995), pp. 205-233.