C301

同心二重円筒間内に発生する自然対流の 遷移と線形安定性

杉本 連^{*} (秋田大院)

正 足立 高弘 (秋田大)

Transition and Linear Stability of Natural Convection in a Horizontal Concentric Annulus

Muraji SUGIMOTO and Takahiro ADACHI

ABSTRACT

We have performed three-dimensional linear stability analyses for natural convection in horizontal concentric annuli. A constant heat flux is given at the inner cylinder, while the outer cylinder surface is maintained a constant temperature. We calculate the critical Rayleigh numbers where a basic two-dimensional convection loses its stability with respect to three-dimensional disturbances, and show the transition lines against the aspect ratio of the annuli. In addition, PIV measurement from the flow visualization images is carried out to confirm the results obtained from the linear stability analyses.

Key Words : Natural Convection, Linear Stability, Concentric Annuli, Critical Rayleigh Number, PIV

1. 緒言

水平同心二重円筒間内に発生する自然対流は、原子炉、核廃棄物の移送や地下ケーブルのモデル等、工学的適用範囲の広さから数々の研究が行われてきた。最近では、燃料電池や蓄冷熱技術等の新たなエネルギーシステムの構築において重要なモデルの一つとして多くの取り組みがなされている。

水平同心二重円筒間の内円筒を加熱し外円筒を冷却することで内外円筒間に温度差を与えると、円筒間内には左右対称に三日月形の熱対流が生じる。温度差を大きくしていくと三日月形の対流は不安定となり別の対流へと遷移する。このとき、円筒間内に発生する対流のパターンは、円筒の内直径と内円筒から外円筒までの距離の比で定義されるアスペクト比 A に大きく依存する。例えば、Powe et al.¹⁾ は空気を媒体にして内円筒等温加熱、外円筒等温冷却した場合に、アスペクト比 A とグラスホフ数 Gr を変化させることで円筒間内に発生する三日月形の自然対流のパターンの変化を実験から明らかにしている。彼らは、アスペクト比 $0 < A < 2.8$, $2.8 < A < 8.5$, $A > 8.5$ の範囲において、ある臨界点を超えると二重円筒間内の流動パターンがそれぞれ二次元振動流、三次元螺旋振動流、複数の渦を持つ二次元定常流へと遷移することを示した。また、Choi et al.²⁾ は内円筒等温加熱、外円筒等温冷却した場合に、同心二重円筒間内に発生する自然対流の三次元線形安定性を解析し、各アスペクト比に対する臨界レイリー数を明らかにしている。一方、千田ら³⁾ はアスペクト比 $A = 1$ において、内円筒等熱流束加熱、外円筒等温冷却の場合に二次元振動流となる十分大きなレイリー数 Ra における温度場、速度場を感温液晶懸濁法により示した。彼らは、円筒の軸が水平の場合を 0° とした場合に円筒を傾斜させることによる影響を明らかにした。傾斜した同心二重円筒間内の流動パターンは傾斜角により大きく変化し、傾斜角が大きくなると浮力ブリュームを伴う循環流れから容器壁面に沿って循環する境界層流れに変化することを明らかにした。また、平均ヌセルト数は、傾斜角が大きくなるにしたがい増大することを示した。

このように二重円筒間内に発生する自然対流に関しては実験や数値解析が数多く行われている。しかし、等温加熱による数値計算および実験が主であり、円筒間内に水を用い、内円筒を等熱流束加熱した場合の研究は数少ない。そこで、本研究では媒体に水を使用し、内円筒を等熱流束加熱した場合についての研究を行う。数値計算では、線形安定性理論を用いてアスペクト比 $A = 1 \sim 20$ の範囲で三日月形対流の安定性が変化する臨界点を求める。実験では、可視化実験を行い、アスペクト比 $A = 2$

および $A = 10$ のときの自然対流をビデオ撮影し、その画像から PIV 解析を行うことで自然対流流動パターンが変化する臨界点を明らかにする。さらに、アスペクト比 $A = 2$ および $A = 10$ のときに臨界点を超えた後のそれぞれの対流が二次元対流であるのか三次元対流であるのかを観察する。

2. 数値計算

2.1 基礎方程式

一定の重力場に水平に置かれた、外円筒半径 R_o^* 、内円筒半径 R_i^* の同心二重円筒間内に満たされた流体を考える。座標系は Fig.1 に示すように、直角座標系として円筒の中心を通過して鉛直方向に y^* 軸、水平方向に x^* 軸をとり、円筒奥行き方向に z^* 軸をとる。また、極座標系として半径方向に r^* 軸、周方向には円筒の頂上部から時計回りに θ 軸をとる。代表長さ L^* は二重円筒の隙間の長さとする。円筒の内壁および外壁は固体壁とし、内円筒表面には一定の熱流束 q^* を与え、外円筒表面温度は T_o^* に保つものとする。基礎方程式は三次元の連続の式、Navier-Stokes 方程式、エネルギー方程式で次式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + r \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} \\ + Pr Ra T \cos \theta + Pr \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right. \\ \left. - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2} \right), \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_r u_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ - Pr Ra T \sin \theta + Pr \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right. \\ \left. + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} \\ + Pr \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right), \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \\ &= \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

上式の Ra はレイリー数, Pr はプラントル数および円筒間内に発生する対流のパターンを特徴づけるパラメータであるアスペクト比 A はそれぞれ次式のように定義される。

$$Ra_q = \frac{\beta^* g^* L^{*4} q^*}{\kappa^* \nu^* \lambda^*}, \quad Pr = \frac{\nu^*}{\kappa^*}, \quad A = \frac{2R_i^*}{L^*}. \quad (6)$$

ここで, アスタリスク*のついた物理量は次元を有することを意味する。また, 本研究では $Pr = 7.0$ (水) とする。

Fig. 1 Physical model and coordinate system.

2.2 境界条件

容器の壁面は固体壁とし, 内円筒壁では等熱流束加熱, 外円筒壁では等温冷却とする。これらを整理すると, 境界条件は内円筒壁および外円筒壁ではそれぞれ, 次式となる。

$$u_r = u_\theta = u_z = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = -1 \quad \text{at} \quad r = \frac{A}{2}, \quad (7)$$

$$u_r = u_\theta = u_z = 0, \quad T = 0 \quad \text{at} \quad r = \frac{A}{2} + 1. \quad (8)$$

2.3 定常方程式

まず三日月形の定常流に対する方程式を導き, 定常解を求める。円筒間内に発生する対流は円筒の z 方向には変化しない二次元流を仮定すると, (u_r, u_θ, u_z, T) は次式のように定義される。

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{U}_\theta \\ \bar{U}_z \\ \bar{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}_r(r, \theta) \\ \bar{U}_\theta(r, \theta) \\ 0 \\ \bar{T}(r, \theta) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

また, 圧力項にはペナルティ関数法を適用する。すなわち, 次式のように圧力と連続の式を関連付ける。

$$\epsilon p + \frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + r \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

ここで, ϵ はペナルティ数であり, 本研究では $\epsilon = 10^{-8}$ とする。

式 (9), (10) を基礎方程式 (1)~(5) に代入すると,

$$\begin{aligned} \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{U}_\theta^2}{r} &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{U}_r) + \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} \right\} \\ &+ Pr Ra T \cos \theta + Pr \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial \theta^2} \\ &- \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} - \frac{\bar{U}_r}{r^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\bar{U}_r \bar{U}_\theta}{r} &= \frac{1}{\epsilon r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{U}_r) \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} \right\} - Pr Ra T \sin \theta + Pr \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} \\ &+ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{U}_\theta}{r^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\bar{U}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} \quad (13)$$

となる。境界条件は式 (7), (8) を課す。また, 三日月形の対流は円筒の対称面に関して対称であることが知られているので, 対称条件として円筒の対称面に次式を課す。

$$\frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \bar{U}_\theta = 0 \quad \text{at} \quad \theta = 0, \pi. \quad (14)$$

2.4 攪乱方程式

流れの安定性を解析するには, 流れの中に加えられた微小な攪乱が成長するか減衰するかを調べればよい。そこで, 安定性を調べる三日月形の流れに微小攪乱を加えて, 攪乱方程式を導くために, (u_r, u_θ, u_z, T) を定常解と微小攪乱の和として次式のように定義する。

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{U}_\theta \\ 0 \\ \bar{T} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_\theta \\ \hat{u}_z \\ \hat{T} \end{pmatrix} e^{i(\alpha z - \omega t)}. \quad (15)$$

ここで, α は z 軸方向の波数である。また, $\omega = \omega_r + i\omega_i$ は複素数である。添え字 r, i はそれぞれ ω の実部, 虚部を意味し, 攪乱の成長は ω の虚部である線形増幅率 ω_i により判断する。すなわち, $\omega_i > 0$ の時, 攪乱は時間の経過とともに成長し定常解は不安定となる。また, $\omega_i < 0$ の時, 攪乱は時間の経過とともに減衰し定常解は安定となる。さらに, $\omega_i = 0$ の時, 攪乱は成長も減衰もしないので中立安定となる。

攪乱方程式は, 式 (15) を基礎方程式 (1)~(5) に代入し定常方程式を引き去り, 攪乱の 2 次以上の項を無視することで次式となる。

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{u}_r + \bar{U}_r \frac{\partial \hat{u}_r}{\partial r} + \hat{u}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \hat{u}_r}{\partial \theta} + \frac{\hat{u}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} \\ - \frac{2\bar{U}_\theta \hat{u}_\theta}{r} - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r \hat{u}_r) + \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} + r \alpha \hat{u}_z \right\} \\ - Pr Ra \hat{T} \cos \theta - Pr \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{u}_r}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. - \alpha^2 \hat{u}_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} - \frac{\hat{u}_r}{r^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{u}_\theta + \bar{U}_r \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial r} + \hat{u}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\hat{u}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} \\ - \frac{\hat{u}_r \bar{U}_\theta + \bar{U}_r \hat{u}_\theta}{r} - \frac{1}{\epsilon r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r \hat{u}_r) + \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} + r \alpha \hat{u}_z \right\} \\ + Pr Ra \hat{T} \sin \theta - Pr \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{u}_\theta}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. - \alpha^2 \hat{u}_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \hat{u}_r}{\partial \theta} - \frac{\hat{u}_\theta}{r^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{u}_z + \bar{U}_r \frac{\partial \hat{u}_z}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \hat{u}_z}{\partial \theta} - \frac{1}{\epsilon} \left\{ -\alpha \frac{\partial}{\partial r}(r \hat{u}_r) \right. \\ \left. - \alpha \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} - r \alpha^2 \hat{u}_z \right\} - Pr \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{u}_z}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. - \alpha^2 \hat{u}_z \right) = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{T} + \bar{U}_r \frac{\partial \hat{T}}{\partial r} + \hat{u}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \theta} + \frac{\hat{u}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} \\ - \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{T}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \theta^2} - \alpha^2 \hat{T} \right) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

ここで, 攪乱方程式の境界条件は $(\hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{u}_z)$ に関してはゼロとなる。温度については, 内円筒が等熱流束条件の場合, $\frac{\partial \hat{T}}{\partial r} = -1$ としているため, 攪乱の境界条件は

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial r} = 0 \text{ at } r = \frac{A}{2} \quad (20)$$

となる。対称面に関しては攪乱方程式が線形化されていることを考慮すると、攪乱の成分 ($\hat{u}_r$, $\hat{u}_\theta$, $\hat{u}_z$, $\hat{T}$) を以下の2通りに分けることが出来る。すなわち、1つは攪乱が定常解と同じ対称性を持つ場合であり、対称モード (s-mode)

$$\frac{\partial \hat{u}_r}{\partial \theta} = \frac{\partial \hat{u}_z}{\partial \theta} = \frac{\partial \hat{T}}{\partial \theta} = \hat{u}_\theta = 0 \text{ at } \theta = 0, \pi \quad (21)$$

となり、もう1つは攪乱が反対称性を持つ場合であり、反対称モード (a-mode)

$$\hat{u}_r = \hat{u}_z = \hat{T} = \frac{\partial \hat{u}_\theta}{\partial \theta} = 0 \text{ at } \theta = 0, \pi \quad (22)$$

となる。

2.5 計算方法

計算にはスペクトル・エレメント法を用い、二次元定常解をニュートン法により解く。得られた定常解の安定性を線形安定性理論を用いて調べる。安定性は攪乱方程式を ω を固有値とする固有値問題として QR 法を用いて解く。

3. 実験

3.1 実験装置および方法

実験装置概略図を Fig.2 に示す。装置本体にはアクリル板を用い、サイズは縦 200(mm)、横 200(mm)、長さ 300(mm) の直方体構造になっている。上部に冷却水流入口、排出口がそれぞれ2箇所ずつ開いている。また、内側円筒は銅製の直径 34.0(mm)、厚さ 3.0(mm)、外側円筒はアクリル製の直径 80(mm)、厚さ 3.0(mm) を使用する。内円筒はニクロム線ヒーターにより等熱流束加熱する。

可視化実験はアルミニウム懸濁法を用いて行う。Fig.1 に示した座標系において z 軸に垂直にスリット光を照射した場合の x - y 平面、 z 軸に平行にスリット光を照射した場合の z - y 平面、 z - x 平面のそれぞれの自然対流の挙動をビデオおよびデジタルカメラにより撮影する。アルミニウム粉末は、ナカラテクス株式会社製 (Code 016-22) の大きさ $30(\mu\text{m})$ 程度のものを用いる。ビデオカメラは、EPIX 社製 SILICON VIDEO 9M001 を使用し、フレームレートは 6(fps) 程度で撮影を行うものとする。デジタルカメラはキャノン製 EOS10D を使い、シャッタースピードの値は $8.0 \sim 13.0(\text{s})$ であり絞りの値は $20.0 \sim 29.0$ で撮影を行う。ビデオ撮影により得られた動画を自作の PIV ソフトを用いて FFT 相互相関法による PIV 解析を行う⁴⁾。

Fig. 2 Experimental apparatus.

4. 結果

4.1 計算結果

アスペクト比 $A = 2$ における中立曲線を Fig.3 に示す。中立曲線とは、攪乱の線形増幅率 ω_i が $\omega_i = 0$ となるときの線であり、 ω_i が正のとき三日月形の流は攪乱により不安定になる。よって、中立曲線における最小値が臨界点となる。Fig.3 より、臨界点是对称モードの時であり、 $\alpha = 0$ で臨界点をとることがわかる。臨界レイリー数は $Ra_c = 6.17 \times 10^6$ となり、二次元定常解は二次元攪乱つまり波数 $\alpha = 0$ の攪乱に対して不安定となる。このとき、攪乱の振動数は $\omega_r = 2.52 \times 10^3$ となること

から、不安定性が生じた後の流れは二次元振動流になると予想される。また、臨界点での攪乱のモードが対称モードであることから振動流は円筒の対称面に対称性を保ったまま振動する。

次に、アスペクト比 $A = 5$ における中立曲線を Fig.4 に示す。ここでは対称モード、反対称モードどちらにも中立曲線で閉じられた領域が波数 $3.1 \leq \alpha \leq 4.8$ の範囲でグラフ下部に存在していることがわかる。この中立曲線で閉じられた領域は $A = 2$ の場合には存在していないため、アスペクト比 A を小さくすると消滅すると考えられる。対称モード、反対称モードを比べると、対称モードの方が反対称モードよりも臨界値が低く臨界点是对称モードの時となる。臨界レイリー数は波数 $\alpha = 3.42$ の時に $Ra_c = 2.77 \times 10^3$ となり、攪乱の振動数は $\omega_r = 0$ となる。従って、 $A = 5$ において円筒間内に発生する対流は時間的に振動しない三次元定常流であると予想される。この場合にも攪乱のモードが対称モードであるため三次元流は対称面に対称性を保つことになる。

アスペクト比 $2 \leq A < 20$ における臨界レイリー数を Fig.5 に示す。Fig.5 を見ると、臨界値は常に対称モードが与えることがわかる。また、アスペクト比 $A = 5$ 付近で臨界レイリー数 Ra_c が不連続になっていることがわかる。これは、先に記したように中立曲線において、閉じられた領域が消滅したためである。また、アスペクト比 $2 \leq A \leq 20$ の範囲における臨界点での波数を Fig.6 に示す。このグラフから $5 \leq A \leq 20$ の範囲では三次元対流 ($\alpha \neq 0$) が発生するが $A < 5$ では二次元対流 ($\alpha = 0$) が発生することがわかる。さらに、Fig.7 にアスペクト比 $2 \leq A < 20$ における臨界点での攪乱の振動数 ω_r を示す。グラフより、 $5 \leq A \leq 20$ の範囲では $\omega_r = 0$ であることがわかる。このことから、アスペクト比 $5 \leq A \leq 20$ の範囲で発生する対流は時間的に振動しない定常な三次元流れであると言える。また、 $A < 5$ では $\omega_r \neq 0$ であることから、時間的に振動する非定常な二次元流れが発生すると予想される。

Fig.3 Critical Rayleigh number vs. wavenumber at $A = 2$.

Fig.4 Critical Rayleigh number vs. wavenumber at $A = 5$.

Fig.5 Critical Rayleigh number vs. aspect ratio.

Fig.6 Wavenumber vs. aspect ratio.

Fig.7 Frequency vs. aspect ratio.

4.2 実験結果

アスペクト比 $A = 2$ においてデジタルカメラで撮影したレイリー数 $Ra = 9.85 \times 10^4$, $Ra = 1.70 \times 10^6$ における自然対流流動パターンを Fig.8 に示す。これより、円筒

中心を鉛直に通る線を軸として、左右対称に三日月形の対流が発生していることがわかる。また、レイリー数 $Ra = 9.85 \times 10^4$ のとき、渦の中心が円筒頂上部から時計回りに約 45° および -45° 付近に存在していることがわかる。レイリー数を上昇させていくと、Fig.8(b)に見られるように渦中心が円筒頂上部へと上昇していくことがわかる。その後、さらにレイリー数を増加させていき、レイリー数 $Ra = 2.77 \times 10^7$ になると Fig.9 に示すように Fig.9(a) では中心の浮力プルームが左に、Fig.9(b) では、若干右に傾いていることがわかる。このことから円筒頂上の浮力プルームは時間とともに二次元的に左右に振動している。

(a) $Ra = 9.85 \times 10^4$.

(b) $Ra = 1.70 \times 10^6$.

Fig. 8 : Photograph of flow visualization

(a) $Ra = 2.77 \times 10^7$.

(b) $Ra = 2.77 \times 10^7$.

Fig. 9 : Photograph of flow visualization

4.3 PIV 解析結果

PIV 解析を行った結果を Fig.10, Fig.11 に示す。Fig.10 はレイリー数 $Ra = 3.22 \times 10^6$ (二次元定常流) のときの円筒頂上部の映像を PIV 解析したものであり、円筒頂上部に存在する浮力プルームの速度ベクトルは中心線に沿って鉛直上向きにであることがわかる。これは、Fig.8 に示す二次元定常流のときの画像とも一致しておりよい結果であると考えられる。次に Fig.11 はレイリー数 $Ra = 2.77 \times 10^7$ (二次元振動流) の画像を PIV 解析したものであり、二次元定常流の結果と違い浮力プルームの速度ベクトルは中心線から左右に傾いていることが分かる。これも Fig.9 に示す可視化画像の流動パターンとよく一致してい

る。Fig.12 に二次元定常流および二次元振動流のときの円筒頂上部中心軸上中部の x 方向速度 u の時系列を示す。Fig.12(a) に示すように、二次元定常流のときは u が常にほぼゼロとなっていることがわかる。また二次元振動流へと遷移した後では Fig.12(b) に示すように、ほぼ一定の周期で振動していることがわかる。このことから二次元振動流へと遷移した後の様々なレイリー数に関して同様の PIV 解析を行うことで、振動が発生する臨界点を求めることが可能である。

現在、計算および実験ともに進行の途中にあり、十分な結果が得られていない。発表当日までに、アスペクト比 $A = 2, 10$ において、臨界レイリー数を求めるために円筒頂上部の上昇流の x 方向速度 u を算出し、 u がゼロへと収束する点を PIV 解析により明らかにする。これらの結果を数値計算の臨界レイリー数、振動数の結果と比較する。また、奥行き方向の可視化実験を行い、ながれの挙動を観察する。

Fig. 10 Velocity field of a steady flow at $Ra = 3.22 \times 10^6$.

(a)

(b)

Fig. 11 Velocity field of a oscillatory flow at $Ra = 2.77 \times 10^7$.

(a) $Ra = 3.22 \times 10^6$

(b) $Ra = 2.81 \times 10^7$

Fig. 12 Time evolution of tangential velocity u

参考文献

- 1) R. E. Powe et al., Trans. ASME, Vol.91, (1969) pp.310-314.
- 2) J. Y. Choi et al., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.36, No.17, (1993), pp.4173-4180.
- 3) 千田, ほか 5 名., 可視化情報, Vol.18, No.71, (1998), pp.43-47.
- 4) PIV ハンドブック編集委員会 (編), PIV ハンドブック, 森北出版株式会社, 可視化情報学会編, (2002), pp.1-164.