B 2 1 9

移動境界流れにおける速度・圧力場 image based 逆解析に関する研究

渡辺貴信[○](名古屋大学) 柴本泰照(原機構) 久木田豊(名古屋大学)Image-Based Inverse Analysis of Velocity and Pressure Fields
in Moving Boundary Flows

Takanobu WATANABE, Yasuteru SIBAMOTO and Yutaka KUKITA

Abstract

The factors causing errors in inverse analysis of the velocity and pressure fields in a moving boundary flow from the time-dependent configuration of the boundary are investigated.

Keyword: Moving boundary problem, Inverse analysis, Error sources.

1. 緒言

流体表面形状の時間変化を伴う流動現象(移動境界流れ)は、二相流、生体内流動等、様々な分野で見られる。速度・圧力場を知ることは、これらの現象の解明のために、重要であるが、移動境界付近の速度・圧力場の測定は一般に困難であり、さらに不透明流体や高温流体では速度場の測定そのものが困難である。一方、表面形状の時間変化は画像データ等の形で測定可能な場合が多い。そこで、柴本らは、表面形状の時間変化から速度・圧力場を解析的に推定する方法を提案した¹⁾。しかし、本方法を実際の画像データに適用するためには、さらなる検証が必要であると考えられる。本研究では、既知の表面圧力分布によって生ずる移動境界流れを計算(順解析)し、これを検証用データとして用いる。ここでは、順解析で得た表面形状時間変化から速度・圧力場を推定(逆解析)し、これを順解析で得られている速度場・圧力場と比較することによって誤差の発生要因を検討し、その低減を試みる。

2. 解析方法

2-1. 順解析

2次元(x,y)流体プール表面の中央に時刻 $t=0$ から正規分布状の圧力分布を与えたときの移動境界流れ場を、非圧縮性ポテンシャル流れを仮定して境界要素法により計算した。得られた表面形状の時間変化の例を Fig. 1 に示す。境界要素法を用いたため、各時刻の境界形状は離散点 $\mathbf{r}_i(t)$ を結ぶ折れ線 $R(t)$ によって表される。本研究では一定要素法を用いたため、隣接する離散点間(境界要素)の速度ポテンシャルは一定値をとるものとしている。

Fig. 1 Surface deformation obtained from forward analysis

2-2. 逆解析

順解析で得られた表面形状の時間微分を用いて表面上の流体粒子速度 $\mathbf{u}$ を求める。表面の y 方向変位を $\eta(x,t)$ とす

れば、粒子の y 方向速度 $u_y = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_x \frac{\partial \eta}{\partial x}$ (運動学的条件)

であり、未知量 u_x を含む。一般に流体表面上では接線方向速度 $u_s \neq 0$ であることから、運動学的条件のみによって速度ベクトルを決定することはできない。このため、表面を含む領域全体の流れ場を解くことが必要である。順解析と同じく非圧縮性ポテンシャル流れを仮定すれば、支配方程式は、速度ポテンシャル Φ について $\nabla^2 \Phi = 0$ となり、 $\mathbf{u} = -\nabla \Phi$ は流体表面において運動学的条件を満たさなければならない。解析には順解析と同じく境界要素法を用いた。ポテンシャル流れにおいては、運動方程式を積分して $\frac{D\Phi}{Dt} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2} + g y + \frac{p}{\rho} = \text{const.}$ が得られる。すなわち、局所

の圧力は、加速度、速度、高さに依存する。本解析の条件では、プール表面中央付近の圧力場には加速度項が卓越しており、ついで速度項が大きい。

3. 結果及び考察

3-1. 誤差の発生要因

実際の計算は、離散時刻における離散化表面形状 $R(t)$ を入力データとして行う。速度場、加速度場を求め、圧力場を求めるためには、表面上の個々の流体粒子の移動を、2つの時間ステップにわたって解析する必要がある。

まず、時刻 t における初期座標 $\mathbf{r}'_i(t)$ を表面上の既知離散点の中点 $(\mathbf{r}_i(t) + \mathbf{r}_{i+1}(t))/2$ とする。次の離散時刻 $t + \Delta t$ における座標 $\mathbf{r}'_i(t + \Delta t)$ は、運動学的条件を課すことによって、折れ線 $R(t + \Delta t)$ 上に求まる(計算誤差のため、 $\mathbf{r}'_i(t + \Delta t) = (\mathbf{r}_i(t + \Delta t) + \mathbf{r}_{i+1}(t + \Delta t))/2 + \varepsilon$)。よって粒子速度を $\mathbf{u}_i(t) = [\mathbf{r}'_i(t + \Delta t) - \mathbf{r}'_i(t)]/\Delta t$ として近似的に求めることができる。

このように、時刻 $t + \Delta t$ では表面上の座標として、 $\mathbf{r}_i$ に加えて $\mathbf{r}'_i$ が得られる。順解析において $\mathbf{r}_i$ は境界要素の端点であり、 $\mathbf{r}_i$ と $\mathbf{r}_{i+1}$ を結ぶ直線、すなわち境界要素上で速度ポテンシャルが一定値をとるものとしている。しかし、逆解析でこの情報を用いることは「不純」であり、表面上での速度ポテンシャルの分布を独立に仮定する必要がある。(実験で得られた表面形状データを使用する場合にも、表面上の離散点 $\mathbf{r}_i$ は速度ポテンシャルの分布とは無関係に定義されるものであるため、同様な必要が生ずる。)

本研究では、まず、既知の座標情報 r_i を一切用いず、 r'_i を結ぶ折れ線の中点 r''_i を端点として境界要素を定義し、さらに境界要素の中点座標 r'''_i を時刻 $t+\Delta t$ における流体粒子座標と再定義した (Fig. 2)。しかし、曲率の大きな部分では、このように定義した境界要素による表面形状 $R''(t+\Delta t)$ は、既知表面形状 $R(t+\Delta t)$ から大きくずれることとなった。このような箇所では、粒子座標 r'_i と r'''_i の相違や、 $R''(t+\Delta t)$ と $R(t+\Delta t)$ の局所勾配の相違のため、時刻 $t+\Delta t$ から $t+2\Delta t$ までの粒子移動距離の計算に誤差を生じた。このために速度 $u_i(t+\Delta t)$ の計算に誤差を生じ、加速度 $a_i(t+\Delta t)=[u_i(t+\Delta t)-u_i(t)]/\Delta t$ の計算に誤差を生じ、圧力の計算に誤差を生じた。

すなわち、表面の曲率が大きな領域においても誤差を生じないためには、幾何学情報 r_i を有効活用することによって表面形状の再定義に伴う誤差を軽減することが望ましいことがわかった。

Fig. 2 Definition of boundary elements at the second time step (initial model)

3-2. 改良モデル

時刻 $t+\Delta t$ において幾何学情報 r_i を活用するため、まず r_i 及び r'_i を 3 次スプラインフィッティングした曲線 $y=f(x)$ を求める。そして、隣り合う粒子座標 $r'_i=(x'_i, \eta'_i)$ と $r'_{i+1}=(x'_{i+1}, \eta'_{i+1})$ の x 座標の中点 $x''_i=(x'_i+x'_{i+1})/2$ におけるスプライン曲線上の点 $((x'_i+x'_{i+1})/2, f((x'_i+x'_{i+1})/2))$ を境界要素の端点 r''_i とすることによって境界要素を定義した (Fig. 3)。 r''_i を結ぶ折れ線により定義した表面形状 $R''(t+\Delta t)$ は曲率の大きな箇所も含め $R(t+\Delta t)$ と良く一致した。また境界要素の中点にあるものとした粒子の座標 r'''_i も第一ステップでの r'_i に近づき、この結果、流体速度の推定精度も改善されたが、速度勾配の大きいところでは誤差が残った (Fig4)。これは、3-1 で述べた粒子の移動先に関する誤差の ε の影響が一定要素法を用いているために拡大する結果と考えられ、線形要素法など高次要素に計算手法を変えれば誤差が小さくなることが期待できる。

Fig. 3. Re-defined surface profile $R''(t+\Delta t)$ vs. the given profile $R(t+\Delta t)$ before and after the model modification

Fig. 4 Normal velocity component on the fluid surface before and after the model modification.

4. 結言

結論として、順解析結果を検証用データとして用いることにより、本モデルでは、

1. 運動学的条件+境界要素法による境界速度計算の誤差
2. 境界要素の端点の定義に伴う表面形状の再定義による誤差
3. 一定要素法により速度勾配の大きな流れを扱うことによる誤差の拡大

が起こっているものとわかった。

本研究では、2. についてモデル改良を行い、精度の向上がみられた。

参考文献

- 1) 柴本ら, 機械学会論文集 71-703, B (2005) pp. 81-88