真 空 下 の 熱 移 動

河 村 祐 治*

(昭和35年5月31日受理)

Heat Transfer of Gases at Low Pressure

Sukeharu KAWAMURA

(Tokyo Inst. of Tech.)

真空技術の進歩と共に工業的操作としてその利用はますます拡大されつつあるが、装置設計および操作条件の設定には真空下の流動、熱ならびに物質移動の機構が解明される必要がある。分子運動支配の高真空領域は気体運動論により、また、常圧域では粘性流体力学などの立場より理論的解明あるいは工学的・実験的研究が進められているが、現在工業的に実用される場合の多くは減圧ないし低真空とよばれる範囲であって、この領域では分子運動下と粘性流動下の中間的現象を示す。

この中間領域についても研究されてはきたが、工学的でないし装置学的立場より研究・検討されたものが少ないことは遺憾である。ここでは真空下の熱移動について中間領域を中心に紹介することにする。近年の真空技術利用の発展に応じてようやく真空技術に関する総書^{9,10)}も見られるようになったが、上述のように基本的研究に終始している現状なので、これらと重複するところが多い。また、ここで真空というのは特に断らぬかぎり常圧以下の範囲について漠然と使用する。

1. 気体の熱伝導

気体分子運動論によれば温度の異なる2面間の熱エネルギーの伝達を分子衝突によるとし、単位面積・単位時間当りの伝熱量は

$$q = \frac{1}{3} \frac{\bar{v}}{d} C_v L (T_1 - T_2) \quad (1)$$

で示される。ここに ρ は密度、 $\bar{v}$ は分子平均速度、 C_v は定容熱容量、 L は平均自由飛翔距離 (m. f. p.), d は伝熱距離、 $(T_1 - T_2)$ は温度差である。これを通常の伝熱式

$$q = k \cdot \frac{\Delta T}{d} \quad (2)$$

と比較すると、伝熱係数 k は

$$k = \frac{1}{3} \rho \bar{v} C_v L \quad (3)$$

となり、

$$k = \epsilon \mu C_v \quad (4)$$

という表示に対比されるものである。ここに

$$\epsilon = (9\gamma - 5) / 4 \quad (5)$$

で示され、分子構造により $1 \leq \epsilon \leq 2.5$ の値をとることが知られている。⁶⁾

これらの式からわかるように伝熱係数 k は圧力に無関係とみなされるわけであるが、実際には未だ粘性流領域と考えられる範囲でも圧力の影響をうけることが知られている。Dickins³⁾ はパイレックスガラス管の中に張った白金線よりの熱損失を数種のガスについて常圧より10mmHgの範囲で測定し、数十mmHgまではゆるやかに、それ以下では急激に減少することを確かめた(第1図)。粘度ひいては伝熱係数は分子構造を考慮して気体

第1図 伝熱に対する圧力の影響

*東京工業大学 化学工学

運動論より求められるが、これらの方法より幾つかの推算式が提出されている。研究者により式の形は多少異なるが低圧域で $\mu \propto P^{\frac{2}{3}}$ を示すものが多い。⁸⁾

なお、熱伝導度は温度の影響を受け、これについては次式の Sutherland の関係などがよく知られている。

$$\frac{k}{k_0} = 4,186 \frac{(C+T_0)}{T_0^{2.75}} \frac{\sqrt{T(1+aT+bT^2)}}{1+c/T} \quad (6)$$

ここに添字 0 は基準温度 (0°C) を示し、 a, b, c は物質による定数である。したがってとくに断らぬ限り k は平均値を意味する。

自明のことながら熱線よりの伝熱実験などが多いから、内径 r_1 、外径 r_2 の同心円筒面間および球面間の伝熱式を示すと

$$\left. \begin{aligned} q_c &= \frac{k(T_1-T_2)}{r_1 \ln(r_1/r_2)} \\ q_s &= \frac{k(T_1-T_2)}{r_1^2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

この他にいずれの場合にも輻射伝熱があるが、本稿では省略する。

2. 自由分子伝熱

高真空領域で伝熱面間距離にくらべて分子の m. f. p. が充分大きい場合には、ガス分子相互の衝突は省略して考えられる故、両面間の熱移動は高・低温両面からとび出して他面に衝突する分子数と温度差に比例することとなる。

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \sqrt{\frac{R}{2\pi MT_2}} P(T_1-T_2) \\ &= \alpha A_0 \sqrt{\frac{273}{T_2}} \cdot P(T_1-T_2) \\ A_0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \sqrt{\frac{R}{2\pi M(273)}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

A_0 は物質によって定まる定数で、空気については

$$A_0 = 3.91 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{K} \cdot \text{mmHg}$$

また、 α は両面を考慮した適応係数で

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2} \\ \alpha_c &= \frac{\alpha}{1 - (1-\alpha)(r_1/r_2)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

で示される。ここに α_1, α_2 は両面の適応係数であって、飛来分子が壁面において反射の際にその壁面におけるエネルギー状態に近づく割合を示し、添字 i, r, w で飛来分子、反射分子、壁面の状態を示すならば、ある壁面について

$$\alpha = \frac{T_r - T_i}{T_w - T_i}$$

で表される。

3. 中間領域の熱移動

3.1 薄膜論

伝熱抵抗はすべて伝熱面をかこむ境界膜内にあると考え、その厚さを B とすると

$$q = \frac{k \cdot (T_1 - T_2)}{B} = h \cdot \Delta T \quad (10)$$

で示される。真空中では流動の様相が伝熱に与える影響は一般に少いと考えられるから、温度因子の k と圧力因子の B にわけ、圧力の影響を B によって処理しようという考え方である。これは Langmuir⁽⁴⁾ によって提唱せられたもので、水素中に垂直または水平に張ったタングステン線よりの熱移動を測定し、対流の影響が少いものとして次式の関係を示している。

$$q = \frac{k(T_1 - T_2)}{r_1 \ln\left(\frac{B+r_1}{r_1}\right)} = \frac{k(T_1 - T_2)}{r_1 \ln(1+B/r_1)} \quad (11)$$

境界膜厚さ B については Rice⁽¹⁷⁾ が次元解析をもとに実験的にまとめた報告があり

$$\begin{aligned} B &= f(\mu/\rho, r_1, g, \dots) \\ &= K r_1 \left[\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{1}{(\beta_0 g \Delta T)^{1/2} r^{3/2}} \right]^n (Pr)^{-m} \end{aligned} \quad (12)$$

とし、定数 K, m, n を求めているが、空気については $B = 0.232 r_1^{-0.19} T^{0.947} P^{-0.34} [\text{mmHg}]$ (12') といっている。ここに β_0 は流体の膨脹係数 Pr はプラントル数である

3.2 温度不連続論 (じり伝熱)

流動におけるじり流 (Slip flow) に対比せられるもので、Smoluchowski⁽¹⁹⁾ によって発展させられた。常圧の粘性流動では物体表面における流速は 0 と考えるが、低圧になると物体表面で 0 とならず、有限の値をもつと考えると連続流と同様に運動方程式を解くことができる。

第2図 じり伝熱模型

Kundsen 数で $1/100 \sim 1/10$ 程度の領域でもこの迂り (速度の不連続) が存在するといわれている。これと同様に、物体表面で温度分布に不連続が存在すると考えて熱移動を取扱おうとするのが本説で、迂り量を圧力の函数として求めれば圧力の影響が論じられる。この迂り量をその面での温度勾配に見合う距離とで示せば (第2図参照)

$$q = \frac{k(T_1 - T_2)}{d + \zeta_1 + \zeta_2} \quad (13)$$

あるいは、同心円筒面間で

$$q_c = \frac{k(T_1 - T_2)}{r_1 \ln \frac{r_2 + \zeta_2}{r_1 - \zeta_1}} \quad (13')$$

Kennard¹⁾によれば迂り量 ζ は

$$\zeta_1 = \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1} \cdot \frac{2}{r_1 + 1} \left(-\frac{kL}{\mu C_v} \right)_1 \quad (14)$$

$$= \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1} \cdot \frac{r_1 - 1}{r_1 + 1} \sqrt{\frac{2\pi MT_1}{R}} \cdot \frac{k_1}{P} \quad (14')$$

で、係数部分は温度、ガス分子の構成および表面状態など取扱う系がきまれば定数となり

$$\zeta_1 + \zeta_2 = \beta L = \beta' / P \quad (14'')$$

と示すことができるから(13)式はあらためて

$$q = \frac{k(T_1 - T_2)}{d + \beta L} = \frac{k(T_1 - T_2)}{d + \beta' / P} \quad (13'')$$

あるいは、同心円筒面では迂り量 ζ が r に較べて小さい場合には式を整理して

$$q_c = \frac{k(T_1 - T_2)}{r_1 \ln(r_2/r_1) + (\beta' / P)(r_1/r_2 + 1)} \quad (13''')$$

となる。すなわち迂り量は圧力に逆比例し、 β は 1 より余りかけ離れない値であるから、圧力の高いところでは $d \gg L$ で(13)式分母第2項は第1項に比して省略でき、常圧下の熱移動の式となる。圧力が低くなり、 $L \gg d$ の領域では分母第1項は第2項に比して省略でき、自由分子伝熱の式に帰一する。ただし、伝熱両面における物性値に大差なく、迂り量は等しいと考えて誘導していることに注意を要する。

(13)式を分離して

$$\frac{(T_1 - T_2)}{q_c} = \frac{r_1 \ln(r_1/r_2)}{k} + \frac{X}{P}$$

$$X = \frac{\beta' (r_1/r_2 + 1)}{k} = \frac{\beta' (r_1/r_2 + 1)}{q_{c\infty} \cdot r_1 \ln(r_1/r_2)}$$

ここに $q_{c\infty}$ は $P \rightarrow \infty$ (十分大きいことを意味する) の場合の伝熱速度である。($T_1 - T_2$) / q_c と $1/P$ について実験値を点綴すれば右辺第1項 (これより常圧における熱伝導度 k_{∞} が求められる) が $1/P = 0$ の截片として、 X の値が傾斜として求められる。第3区に水素中でのタングステン線よりの熱移動についての Knudsen¹¹⁾ の実験結果を示す。この実験範囲は常圧から 10^{-6} mmHg

第3図

におよんでいるがほぼ直線関係を示し

$P = \text{常圧} \sim 2.4 \text{ mmHg}$ で

$$q = 3.85 \times 10^{-8} P \cdot \Delta T$$

$P = 8 \times 10^{-1} \sim 8 \times 10^{-2} \text{ mmHg}$ で

$$q = 3.72 \times 10^{-8} P \Delta T$$

また、

$$k_{\infty} = 38.9 \times 10^{-5} \text{ cal/cm} \cdot \text{°C} \cdot \text{sec}$$

で、Kannuliuk & Martin が求めた値⁹⁾ とよく一致しているという。

3.3 対流の影響

これまでは真空中の熱移動に対流による影響は少いと考えてきたが、低真空領域ではこれを見逃すことはできない。Kyte らは第4図に示すように物体表面の熱移動

第4図 Kyte らの模型

第5図 水平熱線伝熱境膜のプロファイル⁽¹¹⁾

境膜を分子熱伝導による層と対流伝熱を考慮した層との2つに分け、前者の厚さは物体温度・圧力による m. f. p に等しいとして、物体表面を基準にとった(8)式を適用し、後者についてはヌセルト数を

$$Nu = \frac{q}{A_s (T_a - T_g)} \frac{2ra}{k} \quad (15)$$

とおき、かつ Gr , Pr の函数と考え、Elenbaas の報告⁵⁾を考慮して

水平線

$$Nu = f_1 (Gr \cdot Pr)$$

垂直線

$$Nu = f_2 (Gr \cdot Pr \cdot r/z)$$

を基本式にして実験的に最終の式を求めている。すなわち、半径 ra の境界面を基準にして

$$q = \frac{k (T_a - T_g)}{ra \varphi (Nu)} \quad (16)$$

$\varphi (Nu)$ は第1表のようである。

第1表 $\varphi (Nu)$

$(Pr \cdot Gr)$	$10^{-7} \sim 10^{+5}$	$10^{+5} \sim 10^9$
水平線	$\ln \left(1 + \frac{7.09}{(Pr \cdot Gr)^{0.37}} \right)$	$\ln \left(1 + \frac{5.01}{(Pr \cdot Gr)^{0.25}} \right)$
垂直線	$\ln \left(1 + \frac{4.47}{(Gr \cdot Pr \cdot 2ra/z)^{0.25}} \right)$	

ここに添字 a , g はそれぞれ分子熱伝導膜と対流熱伝導膜との境界および境膜外周の気体についてであり、プラントル数 Pr , グラスホッフ数 Gr については両境界の平均値をとる。また、 r , z は境膜の半径および垂直距離を示す。

3.4 大谷の研究¹⁶⁾

熱電対真空計の基礎研究として報告されたもので、水平に張った熱線よりの熱移動において対流境膜が同心円にならないことに着目している。Kyte らもそのため実

験的修正を加えていると思われるのであるが、大谷の研究によれば第5図のように伝熱境膜の半径は圧力および方向によって異なり、圧力が 10mmHg 以下ではほぼ同心円となるが、それ以上では下方が扁平になり、上方に伸び、灯焰状を示し、圧力の上昇とともに顕著になり、下方では 10mmHg 近傍で、上方は 100mmHg 近傍で最大を示す。そしてこの関係を

$$B_\theta = B_0 (1 + A\theta^n) \quad (17)$$

であらわし、 A ; n の値を圧力の関数として示している。 θ は角度で真下を $\theta=0$ としておる。 B_θ および B_0 は θ および真下における境膜厚さである。垂直線についても測定し、 B は 10mmHg 近くで最大値をとることを認めている。

また、同氏は通常熱電対真空計では 1mmHg 程度が上限界といわれているが、一旦この飽和域を通りもっと高い圧に至ると再び圧力に対して起電力の変化があり使用できることに着目し、前記の境膜説と迂り説とを組合わせて

$$q_c = \frac{k (T_1 - T)}{r_1 \ln(r/r_1) + (\beta'/P)(r_1/r_2 + 1)} \quad (18)$$

を提唱し、前記の中間飽和点は $r = r_2$ であるとして、種々の管径のものをを用いて実験的に確かめている。

4. まとめ

粘性流・分子流の両域は別にして、両者の中間領域における熱移動についての諸説は上述のようであるが、これらの適用範囲については諸式の中にもでてくるように、ガス分子の m. f. p. が重要な役割りを示す。流動・物質移動についてもほぼ類似のことがいえるが、これらの様相を支配する目安として Knudsen 数があげられる。

$$Kn = \frac{\text{分子の m. f. p.}}{(\text{熱移動についての}) \text{代表長さ}}$$

一般に、常圧から 10mmHg 近くまでは主として薄膜理論で取扱えるといわれ、また、200~300mmHg で、すで

に迂り現象を無視できないともいわれるが、これらのことは絶対のものでなく、 Kn 数で一貫して取扱えれば合理的である。 $Kn < 0.01$ では粘性流域における常圧伝熱の取り扱い、 $Kn > 10$ では自由分子伝熱の取り扱いが適用されその間が中間領域伝熱と考えてよい。 $Kn = 0.01$ 程度から圧力の影響がはじめ、 $Kn = 0.1$ では粘性流領域の計算があてはまらなくなる。

温度不連続論では Kn 数の両極端においては粘性流伝熱、自由分子伝熱の何れにも近接し、一応中間領域のすべてを覆う形になっているが、 Kn 数の大きい高真空側では精度になお問題があるようである。

薄膜論では高真空側において自由分子伝熱の式に帰一しないことをみてわかるように、常圧の伝熱境膜の考えに圧力の影響を考慮して進展せられたものであるから適用に自ら限界がある。

実際の適用に当ってより適合性をもたせるため両論を複合する考えも前述のようにあるが、何れにしても機器の構成上伝熱境膜厚さに限度があることと対流の影響が無視できず位置によって境膜の形が不同であることは低真空域での適用をむづかしくしている。この不同に対しては対流の因子を付加するなり、均一とみなして圧力の影響にまもてしまうの手のつづきがとられているが、伝熱特性に特異点を生じ、かつ、この点が幅をもつこととなることはまぬがれない。

次に、初にもことわったように熱移動の取扱において、ガスの物性が直接これに関係をもつ、とくに温度は密接な関係をもつわけで、多くの場合ガスの熱伝導度その他は平均温度で取扱っている。したがって適用に当ってどここの温度をとるかということは十分考慮しなければならない。温度差の著しい場合、あるいは異常温度の場合、たとえば極低温槽の真空断熱などの場合においては高低温両面における物性が異なるからこれを等しいとして導いた式とは一致しないことになるから適用に注意を要する。熱伝導度のほか適応係数、比熱比、分子の自由飛翔距離の値も変化する。適応係数は低温（その物質の標準沸点程度）では1に近づく。また、比熱比は水素の場合など低温で構造が変わり、大幅に変化するから注意を要する¹⁾。また、異種のガスについてはそれぞれに計算せねばならないが、これをうまく利用すると2種の混合ガスの分圧の測定ができることになる。

Kyte らは自然対流の影響を考慮して $Nu = f(Gr \cdot pr)$ として伝熱式をまとめているが、同様な演繹は他の場合にも可能であり（実験的な修正は必要となろうが）たとえば、強制流については $Nu = f(Re \cdot Pr)$ の関係が導入されるわけであるが現在まで研究が少いのは残念なことである。

常圧側の強制流伝熱については種々の場合について多くの報告があり今更いうまでもないが、Kirscher らは上向流中におかれた種々の形状物についての熱・物質移動について実験し、種々の流速についての流れの状態を観察し、 $Nu = f(Re \cdot Gr \cdot Pr)$ とし、 Gr を考慮した修正レイノルズ数を $Re^+ = Re + \sqrt{\frac{1}{2} Gr}$ として各形状のものについて $Nu = Re^+$ でまとめており¹²⁾、また、低 Re 域の現象を扱う報告⁷⁾ もみられるようになってきたが、真空下の強制流を考える場合の一つの手がかりを与えるものと思われる。真空下の現象として、現実には動的な場に遭遇することが多い。圧力比は容易に大きい値をとることができる状態にあるので管路の絞り部などではすぐ臨界圧力比を超え、音速に達することとなる。真空下の強制流という表現は大島の総説¹⁵⁾に説かれている通り、分子運動の統計的平均としての巨視的な圧力・温度・密度・粘度などの物理量について常圧の場合と同じような意味で定義してよい。近時ロケットなどの高空における高速飛翔体の研究が進み、この方面の研究発表が活潑である。^(2および18参照) その多くは高速流体の流動抵抗および熱移動について理論的実験的に行われたもので、理論的には連続・運動量・熱エネルギーの式を圧縮性流体について解いたもので層流および乱流境膜についてもとめられている。層流境膜については摩擦係数についての von Kármán の式と同様な手法で van Driest²⁰⁾ が

$$Nu = C_f \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

を示している。係数 C_f が圧縮性を示す係数でマッハ数および温度関係によってきまる。実証は実験技術の上よりむづかしい点が多いが、理論値とかなりよい一致を示すという。これらの研究について多くの報告を手ぎわよくまとめたものに城塚らの総説¹⁸⁾がある。真空下の適合については未だまとまったものはみられないが、低温真空トラップその他これらの現象について決定的な研究結果は将来にまつものであり注目されるところである。

参考文献

- 1) Corruccini, R. J., *Vacuum* 7/8, 19 (1958)
- 2) Bringer, R. P. & J. M. Smith, A. I. Ch. E. J., 3, 49 (1957)
- 3) Dickins, B. G., *Proc. Roy. Soc. (London)* A 143, 517 (1934)
- 4) Dushman, S., "Scientific foundation of vacuum technique" John Wiley & Sons Inc. (1949)
- 5) Elenbaas, W., *Philips Res. Rept.*, 3, 338, 450 (1940)

- 6) Eucken, A, Phys. Z., **14**, 324 (1913)
- 7) Friedlander. S. K., A. I. Ch. E. J., **3**, 43 (1957)
- 8) Gambill, W, R. *Chem. Eng.*, 65—19, 169 (1958, 9)
- 9) Kannuluik, W. G. & L. K. Martin, Proc. Roy. Soc. (London), **A144**, 496 (1934)
- 10) Kennard, E. H., "Kinetic theory of gases with an introduction to statistical mechanics" Mc Graw-Hill Book Co. (1938)
- 11) Knudsen, M., Ann. Physik, **34**, 593 (1911)
- 12) Krischer, O, & G. Loos, Chem.-Ing.-Tech., **30**, 31, 69 (1958)
- 13) Kyte, J. R., A. J. Madden & E. L. Piret, Chem. Eng. Prog., **49**, 653 (1953)
- 14) Langmuir, I., Phys. Rev., **34**, 401 (1912)
- 15) 大島耕一、真空, **2**, 287 (1959)
- 16) 大谷泰之、真空技術, **5**, 174 (1954)
- 17) Rice, C. W., Trans. A. I. E. E., **42**, 653 (1923), **43**, 131 (1924)
- 18) 城塚正、平田彰、化学工学, **24**, 33 (1960)
- 19) Smoluchowski, M. V., Ann Physik, **35**, 984 (1911)
- 20) Van Driest, E. R., NACA Tech Note, 2597 (1952)

“真空” 合本用ファイル＝が出来ました

ピン1本で簡単に、そして美しく、1カ
年分を合本出来る独特のものです。

(写真参照)

書棚を飾るにも、本誌の整理にも、是非
必要なファイル。

お値段も製造元と交渉し、できるだけ安
くお頒け出来るようにいたしました。

どうぞ御申越し下さい。

頒価 1部 140円(送料16円)

お申込み先は……

東京都中央区日本橋兜町3の5(米山ビル内)

真空協会合本係

電 (661) 4327番