平行平板間希薄気体流のコンダクタンス*

沢田 雅**・杉山 渉**・中森 建治**

(受理1993年12月1日, 掲載決定1994年1月8日)

Conductance of the Rarefied Gas Flow between Two Flat Plates

Tadashi SAWADA, Wataru SUGIYAMA and Kenji NAKAMORI

(Akita University, Mining College, 1-1, Tegata Gakuen-cho, Akita)

(Received December, 1, 1993, Accepted January 8, 1994)

1. ま え が き

狭い隙間の流れは流路壁の表面粗さの影響を受けることが従来の研究^{1,2)}で知られているが, 定量的な関係は十分解明されていない. 著者ら^{3,4)}はこれまで種々の表面粗さを持つ平行平板流路を製作して実験を行ってきた. その結果表面が滑らかな磨きガラスと表面が粗いすりガラスでは20%程度のコンダクタンスの差があることが明らかになった. またコンダクタンスは逆クヌーセン数(平板間距離/平均自由行程) $Kv=1\sim2$ においてクヌーセンミニマムをとり, その後 Kv 数(圧力)の減少とともに増加しつづけ, $Kv=0.1$ においてもまだ一定値に達しないこともわかった. しかし, 真空計の精度および真空容器等の壁面からの放出ガスの影響のために $Kv<0.1$ におけるコンダクタンスのふるまいは明確ではなかった. そこで今回は $Kv>0.1$ においても測定できる流路を製作し, 実験を行った. さらに表面粗さを考慮した自由分子流コンダクタンスをモンテカルロ法により求め, 実験結果と比較した.

2. 実 験

実験装置および方法は既報^{3,4)}と同じであるので省略する. Fig. 2は以前に行った流路 (Fig. 1(a) および Table 1 の No. 1~4) の実験結果で, 縦軸には Knudsen の自由分子流コンダクタンスの理論値

$$C = (2/3) \bar{v} a h^2 / L \quad (1)$$

で無次元化した無次元コンダクタンスを, 横軸には Kv をとってある. 式(1)において, $\bar{v}$ は分子の平均速度, a は流路幅, h は平板間距離, L は流路長さである.

Fig. 2 からわかるように, コンダクタンスは Kv 数の減少とともにさらに増加しつづけるようであるが, $Kv<0.1$ では真空計の精度および真空容器等からの放出ガスのために実験誤差が大きくなり, はっきりしない. そこで圧力を下げずに $Kv<0.1$ の測定が行えるように Fig. 1(b) のような流路 (Table 1 の No. 5) を製作し, 実験を行った.

Fig. 3 にこの流路の実験結果を示す. 縦軸および横軸は Fig. 2 と同じである. 信頼できる実験値の範囲が $Kv=0.01$ までとなり, Fig. 2 に比べて約一桁拡張された. コンダクタンスは $Kv=0.01$ でもまだ自由分子流の極限值に達しておらず, さらに増加する傾向が見られる. 図の縦軸上に示した黒丸は, 完全に滑らかな壁面を仮定した自由分子流の極限における計算値であり, 実験

Table 1 Geometrical dimensions of channels and surface roughness

Channel NO.	a (mm)	h (mm)	L (mm)	Centerline mean roughness R_a (μm)	Slope angle α ($^\circ$)
1	50.0	1.13	195.0	0.040	—
2	50.1	1.08	195.0	0.075	0.98
3	49.9	1.17	195.0	0.41	3.5
4	50.4	1.17	195.7	1.72	12.7
5	31.5	0.15	26.0	0.016	—

* 平成5年10月28日第34回真空に関する連合講演会で講演 (28PS-1)

** 秋田大学鉱山学部 (〒010 秋田市手形学園町 1-1)

Fig. 1 Channels

Fig. 2 Nondimensional conductance (No. 1~4)

Fig. 3 Nondimensional conductance (No. 5)

値は Kv 数の減少につれてこの値に漸近するように見える。

3. 計 算

Fig. 4 に示すような平板間距離 h 、長さ L の二次元流路を仮定し、 x, y 軸を図のようにとる。 $y=h/2$ (面 AB) を対称面と考え、面 AB を下から上へ横切る分子を面

Fig. 4 Coordinates on the channel

Fig. 5 Model of the surface

AB で鏡面反射させることにより、計算領域を $0 \leq y \leq h/2$ とすることができる。固体壁表面の粗さを計算に組み込むために、表面粗さを Fig. 5(a) のような三角形山列でモデル化し、壁局所表面 (三角形斜面) において分子はすべて散乱反射をすると仮定する。分子間衝突は無いものとし、自由分子流の極限のコンダクタンスをモンテカルロ法を用いて計算する。以下に計算手順を説明する。

まず入口断面 ($x=0$) において $0 \leq y \leq h/2$ の任意の位置に流路外部から 1 個の分子を導入するが、 $0 \sim 1$ の一様乱数を U とすれば、分子の導入位置の y 座標は

$$y = Uh/2 \quad (2)$$

のように表される。

入口断面 (y 軸) の法線とこの分子の進行方向のなす角を θ とすれば、分子がこの方向に向かう確率は $(1/2) \cos \theta d\theta$ である。したがって、累積確率密度 $F(\theta)$ [式 (3)] と一様乱数 U を用いて、式 (4) により θ を決めることができる。

$$F(\theta) = \int_{-\pi/2}^{\theta} \frac{1}{2} \cos \theta d\theta \quad (3)$$

Fig. 6 Calculated nondimensional conductance

$$\theta = \sin^{-1}(2U-1) \quad (4)$$

入口断面から平板に飛来する分子が微視表面の $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ [Fig. 5(a)] のどの位置に入射するかは, $\overline{CE}(=\varepsilon)$ 上の飛来位置 δ を決めれば, δ と巨視表面への入射の角度 θ により求めることができる. 分子が $\overline{CE}$ 上のどの位置に飛来するかはまったく任意であるから, 一様乱数 U を用いて, δ は

$$\delta = U\varepsilon \quad (5)$$

によって決まる.

いま Fig. 5(b) の点 F に入射したとすれば, 反射される分子が面 $\overline{DE}$ の法線となす角 ψ は式(4)と同様に

$$\psi = \sin^{-1}(2U-1) \quad (6)$$

で与えられる.

$\psi_0 \leq \psi \leq \pi/2$ であれば, 分子は壁面を離れ, 流路の中心面 ($\overline{AB}$) に達し, そこで鏡面反射をして再び壁面に向かう. 一方 $\psi < \psi_0$ であれば, 壁面 $\overline{CD}$ 上に入射することになり, 壁面 $\overline{CD}$ 上で散乱反射されるので式(6)により, 再び反射角を決定する.

このようなプロセスを続け, 分子が入口断面 ($x=0$) あるいは出口断面 ($x=L$) のいずれかから流路外に出たら, 新しい分子を入口断面に導入し, 再び上記の手順を繰り返す. 出口断面から流路外に出た分子数をカウントし, 入口断面に導入した全分子数に対する比をとれば, 輸送確率 H_0 が得られる. 実際の計算では結果のゆらぎを2%程度にするために, 導入分子サンプル数を 2×10^6 個とした.

4. 計算結果と実験値の比較

計算結果を Fig. 6 に白丸で示す. 縦軸は無次元コンダクタンス, 横軸は面傾斜角度 α である. 自由分子流の極限付近での実験を行うことは現有の設備では不可能なので次のような方法で, ある程度大きな Kv 数での実

Fig. 7 Decision of slope angle α

験値から自由分子流の極限値を推定することにした. $Kv=0.1$ 付近では実験誤差が小さく, かつ分子間衝突の影響があまり大きくないので, 表面粗さのコンダクタンスへの影響が自由分子流極限と同程度に現れていると考え, また表面の滑らかな流路 No. 5 の実験値は先にも述べたように, 自由分子流の極限値に漸近するとみなせば, 次式により各流路の自由分子流の極限におけるコンダクタンスが推定できる.

$$C_{pre} = \frac{Kv=0.1 \text{ における各流路の実験値}}{Kv=0.1 \text{ における流路 No. 5 の実験値}} \times \text{滑らかな流路の自由分子流極限の計算値} \quad (7)$$

また面傾斜角 α は Fig. 7 のような表面粗さ曲線の測定区間 S において中心線の上下 $0.01 \sim 0.04 \mu\text{m}$ の線で挟まれた右あがりの切片の数から山数 N を求め, 粗さ形状が高さ Ra の三角形であると仮定して, 式(8)により決定した.

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{4Ra}{(S/N)/2} \quad (8)$$

実験値からの推定値を Fig. 7 中に黒丸で示した. 単純なモデルであるにもかかわらず, 計算値と推定値はかなり近い値をとる. しかし, $\alpha=3.5^\circ$ の粗さでは推定値が計算値より約25%小さい等, 不十分な点もみられ, 今後, 自由分子流極限値の推定法, 山数の決定法, 表面粗さのモデル化等に改良を加える必要がある.

[文 献]

- 1) D. H. Davis, L. L. Levenson & N. Milleron, J. Appl. Phys., 35 (1964), 529.
- 2) 宇佐美・藤本, 日本機械学会論文集, 49, B (1984), 359.
- 3) 沢田・中村, 真空, 34-3 (1991), 311.
- 4) 沢田, 真空, 35-3 (1992), 247.