重力波計測と気体分子密度のゆらぎ*

高橋竜太郎^{*1}・齊藤 芳男^{*2}・福嶋美津広^{*1}・安東 正樹^{*3}
 新井 宏二^{*1}・辰巳 大輔^{*1}・Gerhart HEINZEL^{*1}・川村 静二^{*1}
 山崎 利孝^{*1}・森脇 成典^{*4}

(2003年12月17日, 掲載決定2004年 5 月 1 日)

Gravitational Wave Measurement and Fluctuation of Gas Molecular Density

Ryutaro TAKAHASHI^{*1}, Yoshio SAITO^{*2}, Mitsuhiro FUKUSHIMA^{*1},
 Masaki ANDO^{*3}, Koji ARAI^{*1}, Daisuke TATSUMI^{*1}, Gerhart HEINZEL^{*1},
 Seiji KAWAMURA^{*1}, Toshitaka YAMAZAKI^{*1} and Shigenori MORIWAKI^{*4}

^{*1}National Astronomical Observatory, Mitaka, Tokyo 181-8588

^{*2}KEK High Energy Accelerator Research Organization, Tsukuba, Ibaraki 305-0801

^{*3}Department of Physics, University of Tokyo, Bunkyo, Tokyo 113-0033

^{*4}Department of Advanced Materials Science, University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8561

(Received December 17, 2003, Accepted May 1, 2004)

1. 重力波計測とは

現代天文学においては可視光のみならず電波からガンマ線にいたる電磁波全ての帯域を使った観測が行われている。また電磁波以外の宇宙からの信号としては宇宙粒子線があり、ニュートリノもその一つである。小柴らが宇宙ニュートリノの観測によりノーベル賞を受賞したのは記憶に新しい。

ニュートリノも相互作用が非常に小さいことで知られているが、それよりもはるかに微弱な信号に重力波がある。アインシュタインの一般相対性理論によれば重力とは質量（エネルギー）が周りの空間に引き起こしたひずみそのものであると理解される。重力波はそのひずみが光速で伝わる時空の波動である。重力波の存在はテイラー等が行った連星パルサーの電波による観測から間接的に確かめられているが、未だ直接には検出されていない

い。しかし重力波観測は天文学（物理学）において画期的な成果をもたらすことが期待されている。相互作用が極めて小さく検出が難しいが、それは逆に天体現象の中で最も高密度な領域からの情報が得られることを意味する。重力波は空間のひずみとして検出されるが、必要とされる感度は相対変位が 10^{-21} といった大きさであり数十年前までは到底不可能であると考えられていた。しかし近年の光技術、特にレーザー干渉計を用いた計測技術の目覚ましい発展により実現可能となってきた。10数年にわたる数10 m 級プロトタイプによる研究開発を経て、数年前からは100 m 超の基線長を持つ干渉計が稼動を開始した。

検出の原理を図1に示す。基本的には重力波によって生じる空間のひずみをマイケルソン干渉計で2本の腕の光路長差の変化として捕らえようとするものである。測定すべき光路長差の変化は光路長と共に増加するので光路長は出来るだけ大きくする必要がある。ただし干渉計中の光の蓄積時間が重力波の半周期を越えると重力波による空間のひずみの効果がキャンセルして感度が悪化するため、ある周波数に対して最適な光路長が存在する。地上で捕らえられる重力波信号として考えられている典

* 平成15年 9 月10日 日本真空協会 9 月例会にて講演

^{*1} 国立天文台 (〒181-8588 東京都三鷹市大沢 2-21-1)

^{*2} 高エネルギー加速器研究機構 (〒305-0801 茨城県つくば市大穂 1-1)

^{*3} 東京大学大学院理学系研究科 (〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1)

^{*4} 東京大学大学院新領域創成科学研究科 (〒277-8561 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

図1 レーザー干渉計による重力波計測の原理。

型的な周波数100～1,000 Hzを考えると、最適な光路長は数10 km となる。数10 km の基線長を持つ干渉計を作ることは不可能ではないとしても莫大な予算が必要となるので実際には多重反射によって長い光路長を実現している。日本のTAMA300の場合300 m の基線長を持ち、腕にフィネス500ほどのファブリー・ペロー共振器を用いることにより実効的な光路長を延ばしている。

TAMA300は1999年夏より稼動を開始し、2000年夏には当時の世界最高感度を達成した¹⁾。現在の変位感度(密度)は1 kHz 付近の周波数で $8 \times 10^{-19} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。このあまりに微小な変位計測のためには干渉計を構成する光源、光学素子などに極めて高い性能が要求される他、空気の屈折率の変化による影響を避けるために干渉計全体を真空中に設置する必要がある。TAMA300の目標感度である $5 \times 10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ と同等の変位を与える圧力は 10^{-4} Pa 程度と見積もられているが、その影響は圧力の平方根に比例するので安全係数を10とすると必要な真空度は 10^{-6} Pa となる。実際TAMA300の300 m 真空パイプ(直径40 cm)中の圧力は $2 \times 10^{-6} \text{ Pa}$ 以下に維持されている²⁾。

2. 残留気体分子の影響

重力波計測における残留気体分子の影響については多くの理論的研究があるが(たとえば³⁾)、実験的な検証はほとんど行われていなかった。

我々はキセノンガスを真空パイプ中に導入することにより残留気体分子の影響を直接検証することに成功した⁴⁾。

まずは三尾の考察⁵⁾に基づいて残留気体分子の影響を定式化する。気体の屈折率 n がゆらぐとそこを通る光のパスも変化し変位雑音 δx として干渉計に現れる。

$$\delta x = \int_0^L \delta n(x') dx' \quad (1)$$

ここで L は腕の長さである。光路の屈折率は時間的、空間的に何らかの相関をもって変化すると考えられる。ここでは理想的な状況、すなわち真空パイプなどによる影響が無く、異なる2点の平均値を用いてよいと仮定する。今空間的变化としては光軸方向(x)だけを考えるとその平均値、すなわち相関関数は

$$\langle \delta n(x_1, t_1) \delta n(x_2, t_2) \rangle = D_n \delta(x_1 - x_2) g(|t_1 - t_2|) \quad (2)$$

となる。重力波計測においては観測帯域の変位スペクトル密度を問題とするので、相関関数のフーリエ変換を考える(ウィナー-ヒンチンの関係)。それは十分低い周波数においては

$$S(\omega) = \frac{D_n}{2\pi} G(\omega) \quad (3)$$

と表される。この相関関数は2つの部分に分けて考えられる。 D_n は屈折率のゆらぎに関するものであり、 $G(\omega)$ は気体分子がレーザービームを横切る時間に関する部分である。

レーザー光は気体分子によって散乱されることにより屈折し、その屈折率は気体分子密度 ρ_N と分極率 α に関連付けられる。

図2 実験のセットアップ. NM1, NM2, EM1, EM2 及び BS はミラー及びビームスプリッター (BS) の入った真空槽を示す. 圧力は図中で P_e として示されているペニングゲージを用いて測定した.

$$\frac{4\pi}{3} \rho_N \alpha = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (4)$$

これはローレンツ-ローレンスの公式として知られている⁶⁾. 分子密度は温度 T と圧力 p で決まる.

$$\langle \rho_N \rangle = \frac{p(x')}{k_B T(x')} \quad (5)$$

ここで k_B はボルツマン定数である. 結局 D_n はビーム半径 w を使って以下のように表される.

$$D_n = \frac{(\bar{n} - 1)^2}{\pi w^2 \langle \rho_N \rangle} = \frac{4\pi \alpha^2}{w^2} \frac{p(x')}{k_B T(x')} \quad (6)$$

300 m 共振器内ではレーザー光はガウシアンビームとなっており, そのビームウエストが腕の交差点に近い平面ミラー (図2 の NM1 と NM2) 上に来るようになっている. 一方, 交差点から遠い側のミラー (図2 の EM1 と EM2) は曲率半径 $R = 450$ m の球面で, ビーム径はここで最大となる. この場合

$$w(x') = \sqrt{\frac{\lambda x_0}{\pi}} \left[1 + \left(\frac{x'}{x_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

$$x_0 = \sqrt{(R - L)L} \quad (8)$$

ここで λ はレーザーの波長である. 気体分子はレー

表1 様々な気体分子のパラメータ (培風館 物理学辞典より)

分 子	m	α	$\alpha m^{1/4}$
Xe	131	4.04	13.7
Kr	83.3	2.48	7.5
CO ₂	44.0	2.59	6.7
H ₂ O	18.0	1.47	3.0
N ₂	28.0	1.74	4.0
H ₂	2.0	0.802	0.95

ザービームを横切る時間 τ だけレーザービームと相互作用するので, $G(\omega)$ は分子速度 u を使って以下のように表される.

$$G(\omega) = \frac{\tau}{2} = \frac{w(x')}{2u} \quad (9)$$

平均分子速度は温度 T と分子量 m によって以下のように与えられる.

$$u = \sqrt{\frac{2k_B T(x')}{m}} \quad (10)$$

最終的に我々は腕の中で折り返すビームにおける変位雑音を計算する式を得る。

$$\langle \delta x^2 \rangle = 8\pi \int_0^L \langle S(\omega) \rangle dx' \quad (11)$$

$$= 4\sqrt{2} \pi \alpha^2 m^{1/2} k_B^{-3/2} \int_0^L \frac{p(x') T(x')^{-3/2}}{w(x')} dx' \quad (12)$$

$\langle \delta x \rangle$ は $\alpha m^{1/4}$ に比例している。これらのパラメータは分子の種類にのみ依存している。表1にいくつかの分子に対する値を示す。TAMA300の真空系は加熱脱ガスを行っていないため残留気体分子としては水 (H_2O) が支配的である。我々は残留気体分子の影響を見るため $\alpha m^{1/4}$ の値が水の4倍以上大きいキセノンガス (Xe) を実験に用いることにした。

3. 検証実験

この実験は、2000年に行われたTAMA300による第4次観測¹⁾に引き続き行われた。図2に実験のセットアップを示す。NM1, NM2, EM1, EM2 及び BS はミラー及びビームスプリッタ (BS) の入った真空槽である。真空槽は直径1 m (BSは1.5 m)、高さ2 mである。圧力はペニングゲージ (Leybold PM31) を用いて測定した。図中でPeとして示しているが、1つをBS真空槽に、他をパイプに沿って147 m間隔に設置している。スピニングロータゲージは回転の減衰比が $m^{1/2}p$ (これは式(12)中に現れる形と同じ) に比例しているのでこの実験には最適である。このためペニングゲージをスピニングロータゲージ (Leybold VM212) で校正した。温度も圧力と同じ地点で測定した。

図3 4つの異なる圧力において計測された干渉計の変位雑音スペクトル。

実験中は全てのポンプは止まっている。通常は超高真空を保つため800 l/sのイオンポンプを稼働させているが、実験開始33時間前にはこれを1,000 l/sのターボ分子ポンプに切換えた。これはイオンポンプ停止後にしばらく残るゲッタ作用を避けるためである。

実験手順は以下の通りである。まず初めにキセノンガスをBS真空槽より可変リークバルブを通じて9~20 Pa m³/sの流量で3~17分ほど導入する。真空系内面からの脱ガス量は10⁻⁴ Pa m³/s以下であり無視できる。次に安定した干渉計計測を行うのに十分圧力変化が小さくなるまで20分ほど待つ。最後に圧力、温度、そして干渉計による変位雑音レベルの測定を行う。これを圧力が1 Paになるまで繰り返す。

4. 実験結果と考察

キセノンガスの導入を開始する前、10⁻⁵ Paの圧力下において干渉計のバックグラウンド雑音レベルを測定した。その値は1 kHz付近で $2 \times 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。このレベルは残留気体分子によるものではなく光学的な雑音によって制限されている。またキセノンガスの圧力が0.01 Pa以下では雑音レベルの増加は認められなかった。図3に4つの異なる圧力において計測した干渉計の変位雑音スペクトルを示す。左上は測定されたバックグラウンドである。0.033 Pa、0.28 Pa及び0.56 Paのキセノンガスによって増加した雑音レベルをそれぞれ右上、左下、右下に示す。0.03 Paのキセノンガスにより増加した変位雑音は $3 \times 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ であった。

計測スペクトルは複雑な構造をしている。大きなピークは主にライン雑音(50 Hz)の高調波である。残留気体分子による影響は、式(9)の気体分子がレーザービームを横切る時間 τ によって与えられるカットオフ周波数より低い帯域では、周波数に依存しない。この実験ではカットオフ周波数は3 kHzである。我々は残留気体分子による影響を見るため最も感度のよい帯域として867~897 Hzのデータを用いることとした。図4にBS真空槽の圧力と計測された変位雑音(バックグラウンドを含む)の2乗の関係を示す。変位雑音の2乗が圧力に比例している。この結果はモデルが予測する圧力依存性と一致する。

残留気体分子による影響を正しく決めるためには式(12)にしたがって圧力、温度及びビーム径を300 mの腕に沿って積分する必要がある。温度は $296 \pm 2 \text{ K}$ の範囲にあり、この違いによる影響は式(12)における温度依存性を考慮しても1%に過ぎない。前章で述べたように計測中は排気は行っていない。したがって筆者等はガス注入後比較的短い時間で全系の圧力が一定となると予測し

図4 BS真空槽の圧力と計測された変位雑音(バックグラウンドを含む)の2乗の関係。変位雑音の2乗が圧力に比例している。

図5 キセノンガス導入後の片腕各点で圧力変化。パイプ端部(EM2)の圧力上昇が始まるのは導入後5分ほどしてからである。

た、ところが重力波検出器のようにパイプ径に比べ長さが極めて長い真空系の場合、拡散過程における遅延時間は思いのほか大きい。半径 r の円形導管の遅延時間は実効的平均自由行程が $2r$ なので

$$t \approx \left(\frac{L}{r}\right)^2 \frac{\{(2r/u) + st\}\beta}{8} \quad (13)$$

となる。ここで s は付着係数、 β は表面粗さ係数である。滞在時間 τ が油分子のように長くない通常の分子気体の場合、式(13)の分子の第2項は第1項に比べて無視できる。第1項による遅延時間は L/r がきわめて大きい(=1500)ため $\beta=1$ として8分にも及ぶ。図5は実際

図6 変位雑音の2乗の予測値と測定値の関係。点線は最小二乗法によるフィットで、傾きは1.5、オフセットは3.2である。

のキセノンガス導入時の片腕各点での圧力変化である。パイプ端部（EM2）の圧力上昇が始まるのは導入後5分ほどしてからである。また時間が経つに従い端部の圧力がBS付近の圧力を上回るという逆転現象も見られる。この原因はよくわかっていない。結局、干渉計による計測を行ったガス注入後20分ではまだ圧力分布が残っていた。このため積分を行うために計測された圧力を腕に沿った2次式でフィットした。

図6に変位雑音の2乗の予測値と測定値の関係を示す。点線は最小二乗法でフィットしたものであり、傾き

が1.5、オフセットが3.2となる。オフセットはバックグラウンドによるものと解釈できる。傾きについては計測値が予測値の1.5倍大きいことを意味している。この違いは圧力フィットの不確定性では説明できない。ひとつの説明は気体分子密度の相関が想定より大きいということである。空間が真空パイプによって制限されているため相関が強く現れた可能性がある。

ところで圧力が上がってくるとミラーが音の影響を受ける可能性がある。TAMA300の設置された施設内における騒音は通常80 dBより小さい。これは音圧で0.2 Paに相当する。大気圧 10^5 Paに対し1 Paの真空中では音はたとえ真空槽の壁がなんら遮音の効果を持たないとしても100 dBまで減衰する。計算によると⁴⁾、音による変位雑音は $6 \times 10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ と見積もられ、今回の実験では無視できる。

TAMA300における実験結果から、気体分子密度のゆらぎが光路長に与える影響は現在考えられているモデルでおおむね説明できるといえるだろう。また観測された気体分子の複雑な拡散過程は興味深い現象である。

〔文 献〕

- 1) M. Ando, *et al.*: Phys. Rev. Lett., **86** (2001) 3950.
- 2) Y. Saito, Y. Ogawa, G. Horikoshi, N. Matuda, R. Takahashi and M. Fukushima: Vacuum, **53** (1999) 353.
- 3) A. Giazotto: Phys. Rep., **182** (1989) 365.
- 4) R. Takahashi, *et al.*: J. Vac. Sci. Technol., **A20** (2002) 1237.
- 5) 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 編著: 重力波をとらえる, 京都大学学術出版会, (1998) 224.
- 6) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics Sixth Ed., Pergamon Press, (1980) 87.