理想的な円筒形からのずれによるオリフィスコンダクタンスの変化*

城 真範*1・秋道 齊*1・平田 正紘*1

Change in Conductance of Cylindrical Orifice by Beveling its Edge and Tapering its Tube

Masanori SHIRO, Hitoshi AKIMICHI and Masahiro HIRATA

National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

(Received December 5, 2007, Accepted February 9, 2008)

Conductance of a thin cylindrical orifice is calculated fairly accurately by an approximate equation. However, a practical orifice may have rounded edges and tapered shape. Influence of these deformation on the conductance was studied by Monte Carlo simulation for thickness of the orifice $L=0-0.1r$, where r was the radius of the orifice, beveled depth $\Delta L=0-0.002r$, angle of beveled edge $\theta=0-90^\circ$ and difference of radius between inlet and outlet sides $\Delta r=0-0.002r$. Results are 1) the conductance increases for 0.08% by beveling edge by $0.002r$ at the beveling angle of 45° , and the increase was proportional to ΔL , 2) an increase caused by beveling both inlet and outlet sides was almost twice as large as that caused by beveling either side, 3) an increase caused by beveling either side at the beveling angle of 20° was more than a half of an increase at the angle of 90° (reducing orifice thickness ΔL), 4) an increase caused by tapering radius Δr was almost a half of the increase by enlarging the radius Δr . These results were explained by an approximate equation based on a simple model.

1. はじめに

オリフィス法による真空標準などでは、オリフィスのコンダクタンスを正確に求める必要がある。オリフィスが薄くて正確な円筒であれば、半径と厚さから近似式によって通過確率を計算し、コンダクタンスを求めることができる。しかし実際のオリフィスでは、円筒のかどにだれが生じたり、入口と出口の径が異なったりする場合がある。そこで、だれを面取りとみなしたモデルとテーパのモデルを考え、モンテカルロ法にて通過確率を計算し、円筒形からのずれによるコンダクタンスの変化を調べた。

2. モデルと結果

Fig. 1 に示すように、だれを面取りとみなしたモデル(a), (b), 及び円錐形のモデル(c)を考えた。入射とオリフィス内壁での気体の反射は余弦則に従うものとし、鏡面反射は考えない。計算の基本にした円筒形オリフィスの半径 r と厚さ L の比 L/r は 0.1 までである。試行回数は 10^9 回で、 L/r が 0.1 の場合の結果のばらつきは 0.0004% 以内であった。

まず、Fig. 1(a) のモデルで、 $L/r=0.1$ として、面取りの量 $\Delta L/r$ を 0.002 まで増加させたときのコンダクタンスの変化を Fig. 2 に示す。基準となる円筒状オリフィスのコンダクタンス C_0 は、式(1)の近似式¹⁾によって通過確率 W_1 を計算し、求めた。この式は、 $L/r < 0.1$ 以下の薄い円筒形オリフィスで 0.006% 以下の正確さの通過確率を与える。

$$W_1 = 1 - \frac{(L/r) \{ \sqrt{(L/r)^2 + 4} - L/r \}}{4} \quad (1)$$

丸印はオリフィスの入口と出口の片側だけを面取りした結果、四角印は同じくオリフィスの両面を面取りした結果である。実線は、後に述べる近似式の示す値である。面取りによ

Fig. 1 Schematic drawing of an orifice with beveled edge (a), (b) and conical shape (c).

Fig. 2 Increase in conductance of a cylindrical orifice by beveling its edge.

り気体はわずかに通過しやすくなり、コンダクタンスは面取りの量 ΔL にほぼ比例して増加する。両面を面取りすると増加分はほぼ 2 倍になった。点線は、面取り量 ΔL (両面の場合は $2\Delta L$) だけオリフィスが薄くなったときの増加である。 45° の面取りがあると、オリフィスが ΔL だけ薄くなることによる増加分の約 87% に達した。

Fig. 3 は Fig. 1(b) のモデルにおいて、 $L/r=0.1$ にて、

* 平成19年11月14日 第48回真空に関する連合講演会で発表

*1 独産業技術総合研究所 計測標準研究部門 力学計測科 圧力真空標準研究室 (〒305-8563 茨城県つくば市梅園 1-1-1 中央第三)

$\Delta L/r$ を0.001, 0.002に固定して、面取りの角度 θ を 90° まで増加させた場合のコンダクタンスの増加を示す。 $\theta=0^\circ$ は面取りそのものがない場合、 90° はオリフィスの厚さ L が ΔL だけ薄くなった場合に相当する。丸印は $\Delta L/r$ が0.001, 四角印は0.002の場合である。どちらも θ が大きくなるにつれて、通過確率は大きくなり、コンダクタンスが増加する。増加のしかたは、 θ が小さいときほど急で、 $\theta=20^\circ$ ですでに $\theta=90^\circ$ の場合の半分以上に増加してしまい、 $\theta=45^\circ$ では、Fig. 2に示したように87%程度に増加する。

Fig. 4はFig. 1(c)に示したように $L/r=0.1, 0.01, 0.005$ のテーパ形オリフィスで、テーパ管の広がり $\Delta r/r$ を0.002まで変化させたときのコンダクタンスの変化を示す。 $\Delta r/r$ が大きくなるにつれて、コンダクタンスは増加する。 $L/r=0.1$ では $\Delta r/r$ にはほぼ比例して増加する。 L/r が小さくなるにつれ、増加の傾きは小さくなり、さらに直線的ではなくなる。実線は後で述べる近似式の結果である。点線は、オリフィス

Fig. 3 Increase in conductance of a cylindrical orifice plotted versus beveled angle θ .

Fig. 4 Increase in conductance of a conical orifice plotted versus $\Delta r/r$.

の半径が r から $r+\Delta r$ になったときのコンダクタンスの増加量で、テーパ形状のほぼ2倍の増加になっているのが分かる。

3. 考 察

今回の結果を説明するため、まず、テーパ形オリフィスの通過確率を与える近似式を、円筒形オリフィスの場合と同様に求めた。

オリフィスが薄い円筒形の場合、内壁に衝突した分子が再び内壁にごくわずかに衝突したとしても、最初に内壁に衝突した分子の1/2は通過する。そこで、通過確率 W_1 は式(2)で与えられる。

$$W_1 = W_{d1} + (1 - W_{d1})/2 \quad (2)$$

W_{d1} は分子が円筒形オリフィスの内壁に衝突せずに直接通過する割合で、Walshにより、テーパ管にも適用できる解析式が示されている²⁾。

$$\begin{cases} W_d = P - Q \\ P = \frac{r^2 + (r + \Delta r)^2 + L^2}{2r^2} \\ Q = \sqrt{P^2 - \frac{(r + \Delta r)^2}{r^2}} \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 Δr はテーパ管の入口と出口の半径の差である。円筒形オリフィスの場合 $\Delta r=0$ であるので、 W_{d1} は式(4)で示される。

$$W_{d1} = 1 - \frac{(L/r)\sqrt{(L/r)^2 + 4} - (L/r)^2}{2} \quad (4)$$

式(2)に式(4)を代入して、式(1)で示した円筒形の薄いオリフィスの通過確率を与える近似式が得られた。

薄いテーパ形オリフィスの通過確率 W_2 を与える式は、式(2)と比べて内壁に衝突した分子の通過割合を変えればよい。

Fig. 5に示すように、放出される分子の内壁面から見込む立体角がオリフィスの出口側にあれば通過するので、テーパ内壁面から見た余弦則の立体角の比を α とすると、通過確率 W_2 は、式(3)の W_d を利用して式(5)で表せる。

$$W_2 = W_{d2} + (1 - W_{d2})\alpha \quad (5)$$

立体角を示す単位球を考えると、 α は、Fig. 5に示す h を使い、式(6)のように表される。

$$\alpha = \frac{h}{2} \quad (6)$$

h はテーパの角度 θ を使い、式(7)で与えられる。

$$h = 1 + \sin \theta \quad (7)$$

ここで、 $\theta = \arctan(\Delta r/L)$ であるので、 W_2 を $L, r, \Delta r$ か

Fig. 5 Schematics of transmission ratio α of molecules collided on the inner surface of a conical orifice.

ら求めることができる。Fig. 4の実線は、この計算値を、式(1)による、基準とした円筒形オリフィスの計算値で規格化したものである。オリフィスが厚くなるとシミュレーションの結果と差が生じてくるが、その差はわずかであり、近似式はコンダクタンスの増加をよく説明した。

次に、円筒を面取りした形のオリフィス (Fig. 1(a), (b)) は、厚さ $L - \Delta L$ の薄い円筒形オリフィスと厚さ ΔL の薄いテーパ形オリフィスを結合した形であると考え、通過確率 W_3 はコンダクタンスの合成の式³⁾を利用し、式(8)で示される。

$$1/W_3 = 1/W_1 + 1/W_2 - 1 \quad (8)$$

従って、式(9)となる。

$$W_3 = \frac{W_1 W_2}{W_1 + W_2 - W_1 W_2} \quad (9)$$

Fig. 2, 3の実線は式(9)による計算値を、式(1)による、基準となる円筒形オリフィスの計算値で規格化したものである。近似式はコンダクタンスの増加をよく説明している。

実際のオリフィスへの影響は次のように検討した。オリフィス法による校正の不確かさの目標を0.5% (95%の信頼区間で1%)、各要素の不確かさをその1/10の0.05%とすると、テーパ形状では、厚さにかかわらず、 $\Delta r/r < 0.0005$ としない必要がある。直径10 mmのオリフィスでは、 $\Delta r < 2.5 \mu\text{m}$ に相当する。また、オリフィスの片面を45度で面取りした場合では、 $\Delta L/r < 0.0012$ としない必要がある。直径10 mmのオリフィスでは、 $\Delta L < 6 \mu\text{m}$ に相当する。従って、だれは

6 μm 以下にする必要がある。

4. 終わりに

オリフィスのかどのだれを面取りとみなしたモデルとテーパのモデルを考え、理想的な円筒形からのずれによるコンダクタンスの変化をモンテカルロ法にて調べた。その結果、1) オリフィスの片側に面取りをした場合、コンダクタンスは面取りの量に比例して増加した。2) 両側を面取りすると、ほぼ2倍の増加になった。3) 面取りの効果は大きく、面取り角が20度でも、オリフィスが $\Delta L/r$ だけ薄くなることによる増加量の半分以上の増加が見られ、45度では87%にも達した。4) テーパ形の場合、コンダクタンスは、オリフィスの半径が Δr だけ増加した円筒形オリフィスの、約半分増加した。

薄いテーパと面取りされた薄い円筒形オリフィスの通過確率を与える近似式を考え、シミュレーションの結果を説明した。直径10 mmのオリフィスの場合、コンダクタンスへの影響を0.05%以内に抑えるためには、テーパ形状では、 $\Delta r < 2.5 \mu\text{m}$ に、オリフィスの片面を45度で面取りした形状では、 $\Delta L < 6 \mu\text{m}$ に抑える必要がある。

〔文 献〕

- 1) M. Shiro, H. Akimichi and M. Hirata: Shinku, **48** (2005) 23.
- 2) John W. T. Walsh: Proc. Phys. Soc. London, **32** (1919) 59.
- 3) N. Ogiwara: 第46回真空夏期大学テキスト, (2006) 81.