一般化線形モデルによる屋外暴露したパーティクルボードの 曲げ強さの解析^{*1}

高麗秀昭^{*2}, 渡辺 憲^{*2}, 中尾勝洋^{*2}, 林 知行^{*3}

Analysis of the Modulus of Rupture of Particleboard Subjected to Outdoor Exposure Using a Generalized Linear Mode^{*1}

Hideaki KORAI^{*2}, Ken WATANABE^{*2},
Katsuhiro NAKAO^{*2} and Tomoyuki HAYASHI^{*3}

The Relationship between exposure time and modulus of rupture (MOR) of particleboard subjected to outdoor exposure was examined using simple regression analysis or a generalized linear model (GLM). As for simple regression analysis, it suggested yields of negative values for predicted mean MOR and lower 95% prediction interval when the exposure time is extended, because of an assumption of linearity and homogeneity of normal distribution. By contrast, for GLM, the predicted mean MOR exponentially decreased, approaching zero. The lower 95% prediction interval did not yield any negative values. The GLM analyzed the relationship between the exposure time and MOR, and the effects of the exposure time on the reduction of MOR were evaluated suitably using the GLM.

Keywords : outdoor exposure, particleboard, generalized linear model, simple regression analysis, 95% prediction interval.

屋外暴露したパーティクルボードの曲げ強さ (MOR, modulus of rupture) の低下と暴露時間の関係を単回帰分析および一般化線形モデル (GLM, generalized linear model) を用いて解析した。単回帰分析では、その線形性、そして、誤差が等分散正規分布に従うという仮定のため暴露時間が長くなると MOR の予測平均値およびその95%予測区間の下限値が負の値になることが示唆された。それに対して、GLM では MOR の予測平均値は暴露時間が長くなると指数的に減少し、0 に漸近した。また、暴露時間が長くなっても95%予測区間の下限値が負の値を示さなかった。GLM により暴露時間と MOR の低下の関係が適切に解析され、暴露時間が MOR の低下へ与える影響を明らかにできた。

^{*1} Received January 23, 2017; accepted June 2, 2017. 本報の一部は日本木材加工技術協会第34回年次大会 (2016年10月, 宮崎) で発表した。

^{*2} 国立研究開発法人 森林研究・整備機構 森林総合研究所 Forestry and Forest Products Research Institute, Tsukuba 305-8687, Japan

^{*3} 秋田県立大学木材高度加工研究所 Institute of Wood Technology, Akita Prefectural University, Noshiro 016-0876, Japan

Corresponding author: H. Korai (korai@ffpri.affrc.go.jp)

1. 緒 言

パーティクルボードを屋外に暴露したときに、その強度低下と暴露時間の関係を解析する手法として単回帰分析がある。単回帰分析により、暴露時間が強度低下に及ぼす影響を明らかにでき、暴露時間から強度低下を予測できる。しかし、単回帰分析は、その線形性のため暴露時間に比例して強度が低下する。つまり、暴露時間が長くなると強度は負の値にならないにもかかわらず負の値を示す可能性がある¹⁾。一方、パーティクルボードの強度の分散は大きく、平均値のみの評価では不十分である。分散を考慮した評価、例えば95%予測区間などでも評価する必要がある。しかし、単回帰分析は、誤差が正規分布に従い、かつ、等分散であるという仮定のもとで行われるので、暴露時間が長くなると強度の95%予測区間の下限値が負の値を示す可能性がある²⁾。本研究では、この問題を解決するために一般化線形モデル (GLM, generalized linear model) を用いて、暴露時間と強度の関係を解析した。

GLM は誤差が正規分布でない場合やその分散が均一でない場合に用いる手法である³⁾。本研究のように暴露時間が長くなると強度が0に漸近し、分散も変化する現象の解析に適している。一般的に、パーティクルボードの強度の分布は暴露前には正規分布を示す。しかし、暴露時間が長くなるに従ってボードの強度は大きく低下するため、強度は0に漸近し、正規分布を示さないことが予想される。単回帰分析ではこのような現象を表現できないが、GLMでは表現できる。GLMはここ10年あまりの間に急速に広く使われるようになってきており⁴⁾、林業分野でも広く応用されている^{5, 6)}。しかし、木材分野ではこれを用いた解析例は少ない。木材の強度は分散が大きいため、今後は木材分野でもGLMを用いて解析することが望まれる。

本研究でいう統計モデルとは、実験から得られた情報を整理し、「こういう原因でこう変化する」といった人間に理解しやすい部分と「ノイズ」的にみえる部分の分離と考える⁷⁾。本研究では説明変数が暴露時間の一つであり、非常に簡単な統計モデルとなるが、一般的には多数の説明変数を設定し、複雑な現象の解析が試みられる。GLMでは応答変数と説明変数の複雑な関係を明らかにできるため、複雑な現象でも解決できると考えられる。木質材料の分野では直線性や等分散正規分布を仮定した従来の統計解析が中心である。しかし、木質材料の強度のように分散が大きく、その原因として様々な要因が考

えられる場合、この背景にある統計モデルを理解することにより、信頼性の高い木質材料が開発できる。GLMは木質材料の分野でも必ず有用な解析手法になると確信している。

2. 実験方法

本研究では、前報で報告したデータを利用して解析した⁸⁾。使用したパーティクルボードは、厚さ約15 mm、密度0.75 g/cm³、フェノールおよびメラミン樹脂を用いて国内の工場で生産されたボードである。同一ロットから30 cm × 30 cmの試験体 (尺角試験体) を無作為に60枚採取した。これらの尺角試験体は、20℃、相対湿度65%の恒温恒湿室内で2カ月以上調湿した後、60枚のうち15枚については暴露前の初期データをとるためにFig. 1のような木取りで曲げ試験体を切り出し、合計60体の曲げ試験体を用意した。残りの45枚の尺角試験体は、ボード端部をゴム系の塗料でシールし、雨水がボード内部に端部から浸入しないようにした。つくば市にある南に面した垂直の架台に尺角試験体を1991年に設置して、暴露1, 3, 5年目に各15枚採取する予定であった。しかし、3, 5年目の尺角試験体の数は、暴風等による損失により、それぞれ、9枚に減少した。暴露後、Fig. 1の木取りに準じて曲げ試験体を作成した。1年目の曲げ試験体数は60体であったが、3と5年目の曲げ試験体数は損失によりそれぞれ36体となった。曲げ試験の前に先述した条件で調湿した。曲げ試験はJIS A 5908⁹⁾に準じて実施し、曲げ強さ (MOR, modulus of rupture) を算出した。単回帰分析およびGLMによる分析は統計解析ソフトウェア

Fig. 1. Trimming of specimens measuring 280 × 50 mm for MOR from a specimen measuring 300 × 300 mm.

Note: MOR: modulus of rupture.

Fig. 2. Histogram of MOR of particleboard subjected to outdoor exposure.

Note: MOR: modulus of rupture. n : number of replications.

Table 1. Results of Koimogorov-Smiron test of MOR of particleboard subjected to outdoor exposure.

Exposure time (year)	0	1	3	5
Probability	0.950	0.357	0.534	0.996

MOR: Modulus of rupture.

ア, R version 3.0.2を用いて実施した¹⁰⁾。

3. 結果および考察

3.1 MOR のヒストグラム

Fig. 2 に初期値および暴露後の MOR のヒストグラムを示す。一般的に, MOR のように 0 以上の連続値を GLM で解析する場合はガンマ分布をあてはめる¹¹⁾。そこで, MOR の分布がガンマ分布に適合するかを調べるためにコルモゴロフ・スミノフ検定を実施し, その結果を Table 1 に示す。いずれの暴露時間でも棄却水準が高く, ガンマ分布に適合可能であった。よって後述するモデル 3 はガンマ分布をあてはめても適切に解析できることが示された。

3.2 単回帰分析

説明変数を暴露時間, 応答変数を MOR として単回帰分析を実施した。その結果を Fig. 3 に示す。ここで得た統計モデルをモデル 1 とする。また, 本研究で用いた各統計モデルを Table 2 にまとめた。緒言でも述べたように, 単回帰分析は線形性に基づく解析であり, かつ, 等分散正規分布を仮定したものである。そのため, Fig. 3 より暴露時間が 5 年より長くなれば, MOR の予測値 (平均値) は負の値になることが推定される。また, 5 年目の MOR の 95

Fig. 3. Relationship between exposure time and MOR of particleboard subjected to outdoor exposure.

Note: MOR: modulus of rupture. Predicted mean and 95% prediction interval using model 1 are shown. Model 1 is explained in Table 2.

Table 2. Statistically analytic method and AIC.

Model	Analytic method			AIC
	Method	Distribution	Link function	
Model 1	SLM	Normal	—	786
Model 2	GLM	Normal	Log	644
Model 3	GLM	Gamma	Log	717

AIC: Akaike's Information Criterion, SLM: Single regression model, GLM: Generalized linear model.

%予測区間の下限値は負の値を示した。以上より, 暴露時間が長くなり, ボードの強度が著しく低下する場合, 単回帰分析による解析は適切でないことが明らかとなった。

3.3 GLM

GLM では誤差の確率分布, リンク関数, 線形予測子の組み合わせを指定することによって, さまざまなタイプのデータを表現できる¹²⁾。はじめに, 誤差の確率分布を決めることが必要である。先述したように強度は 0 以上の連続値であるためガンマ分布をあてはめた¹¹⁾。さらに本研究では, ガンマ分布との相違を比較するために正規分布もあてはめた。次にリンク関数と線形予測子を設定するが, 以下にその説明をする。まず, 試験体 i の MOR の平均値である μ_i を暴露時間 T_i の関数として定義する。一般的に MOR は暴露時間に対して指数的に減少すると考えられるので^{13, 14)},

$$\mu_i = \exp(\beta_1 + \beta_2 T_i) \quad (1)$$

とした。 β_1 が切片, β_2 が傾きである。

計算を簡便にするために式 (1) を以下のように変形する。

$$\ln(\text{MOR}_i) = \beta_1 + \beta_2 T_i \quad (2)$$

(2) の右辺が線形予測子, 左辺の関数がリンク関数である。この場合, リンク関数は対数関数を使用するので対数リンク関数と呼ばれる。正規分布をあてはめて得られた統計モデルをモデル 2, ガンマ分布をあてはめて得られた統計モデルをモデル 3 とする (Table 2)。

モデル 2 で得られた結果を Fig. 4 に示す。Fig. 3 と比べて, MOR の平均値は暴露時間が長くなると指数的に減少し, 0 に漸近した。しかし, 95% 予測区間は, 暴露時間にかかわらず平均値からほぼ等し

い区間を示した。これは等分散正規分布を仮定したためである。Fig. 3 と Fig. 4 を比較すると測定した MOR と予測した単回帰線のあてはまりはモデル 1 よりモデル 2 の方が良い。また, 統計モデルの評価は AIC (Akaike's Information Criterion, 赤池情報量規準) が一般的に用いられる。AIC が低い統計モデルがより適切な予測をするモデルであることを意味する¹⁵⁾。モデル 1 の AIC は 786 であり, モデル 2 のそれは 644 であった (Table 2)。この点でもモデル 2 が適切であった。

次にモデル 3 で得られた結果を Fig. 5 に示す。MOR の平均値はモデル 2 で得られた平均値と近似している。モデル 2 は正規分布, モデル 3 はガンマ分布をあてはめており (Table 2), どちらも連続値を対象にしている。この場合, あてはめた確率分布が異なってもモデル 2 とモデル 3 の AIC は比較できる¹⁶⁾。モデル 3 の AIC は 717 であり, モデル 2 のそれより高かったため, モデル 2 がモデル 3 よりあてはまりがよいことになる (Table 2)。しかし, 暴露時間がさらに長くなり, MOR がより低下すれば, モデル 2 は正規分布をあてはめたため, Fig. 3 のようにその 95% 予測区間の下限値が負の値を示す可能性がある。それに対して, モデル 3 はガンマ分布をあてはめたため負の値を示すことはない。この点で, モデル 3 が適切である。

上記においてモデル 3 のあてはまりが良いと述べたが, Fig. 5 に示すように, 測定した MOR の分散と比べて, 暴露時間が短いときは予測区間の幅が広

Fig. 4. Relationship between exposure time and MOR of particleboard subjected to outdoor exposure. Note: MOR: modulus of rupture. Predicted mean and 95% prediction interval using model 2 are shown. Model 2 is explained in Table 2.

Fig. 5. Relationship between exposure time and MOR of particleboard subjected to outdoor exposure. Note: MOR: modulus of rupture. Predicted mean and 95% prediction interval using model 3 are shown. Model 3 is explained in Table 2.

く、暴露時間が長いときは予測区間の幅が狭くなった。暴露時間が長くなると MOR の平均値やその予測区間が負の値になることは避けられたが、暴露時間が短いときと長いときに、予測した分散が測定したそれと異なることは問題である。次報ではこの問題を解決した結果を報告する。

4. 結 論

単回帰分析は、その線形性、そして、誤差が等分散正規分布に従うという仮定のため暴露時間が長くなると MOR の平均値およびその95%予測区間の下限値が負の値になることが示唆された。それに対して、GLM では暴露時間が長くなると MOR の平均値は指数的に減少し、0 に漸近した。しかし、GLM でも正規分布をあてはめた場合、誤差の分散は均一であるため、暴露時間が長くなると95%予測区間の下限値では負の値になることが示唆された。ガンマ分布をあてはめれば、暴露時間が長くなっても95%の信頼区間の下限値が負の値にならないことが示された。GLM により暴露時間と MOR の低下の関係が解析され、暴露時間が MOR の低下へ与える影響を明らかにできた。以上より GLM は木質材料の分野でも有用な解析手法である。

文 献

- 1) Korai, H., Watanabe, K., Nakao, K., Matsui, T., Hayashi, T.: Mapping of strength reduction of particleboard subjected to various climatic conditions using a climate deterioration index. *Eur. J. Wood Prod.* **73**(6), 807-817 (2015).
- 2) Korai, H., Adachi, K., Saotome, H., : Deterioration of wood-based boards subjected to outdoor exposure in Tsukuba. *J. Wood Sci.* **59**(1), 24-34 (2013).
- 3) Crawley, M.J.: Statics: An introduction using R, 野間口謙太郎, 菊池泰樹 訳: 統計学: Rを用いた入門書, 共立出版, 東京, 2012, p.121.
- 4) 粕谷英一: Rで学ぶデータサイエンス 10 一般化線形モデル, 金 明哲 編, 共立出版, 東京, 2012, p.1.
- 5) 例えば, Matsui, T., Nakaya, T., Yagihashi, T., Taoda, H., Tanaka, N.: Comparing the accuracy of predictive distribution models for *Fagus crenata* forests in Japan. *Jpn. J. For. Environment.* **46**(2), 93-102 (2004).
- 6) 例えば, 伊藤宏樹, 五十嵐哲也, 衣浦 晴: 京都市京北地域におけるナラ類集団枯損による林分構造の変化, 日林誌, **91**, 15-20 (2009).
- 7) 久保拓弥: データ解析のための統計モデリング入門. 岩波書店, 東京, 2013, p.3.
- 8) 林 知行, 宮武 敦, 川井秀一: 配向性ストランドボード (OSB) およびパーティクルボードの強度分布に及ぼす屋外暴露の影響, 材料, **49**(4), 384-389 (2000).
- 9) JIS A 5908: パーティクルボード. 日本規格協会 (1986).
- 10) R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>. 2017年2月23日参照.
- 11) 大東健太郎: 線形モデルから一般化線形モデル (GLM) へ, 雑草研究, **55**(4), 268-274 (2010).
- 12) 久保拓弥: データ解析のための統計モデリング入門. 岩波書店, 東京, 2013, p.114.
- 13) 関野 登, 大熊幹章: 構造用パーティクルボードの耐久性能 (第2報) 床下地材として実際使用した場合の曲げ性能について. 木材学会誌, **32**(3), 163-169 (1986).
- 14) Suzuki, S., Saito, F.: Fatigue properties of particleboards. I. Effects of aging treatment on tensile properties parallel to the surface. *Mokuzai Gakkaishi.* **34**(7): 590-596(1988).
- 15) 粕谷英一: Rで学ぶデータサイエンス 10 一般化線形モデル, 金 明哲 編, 共立出版, 東京, 2012, p.18.
- 16) 久保拓弥 生態学のデータ解析: FAQモデル選択. <http://hosho.ees.hokudai.ac.jp/~kubo/ce/FaqModelSelection.html#toc14> 2017年4月20日参照.