階層モデルを用いた木材乾燥における内部割れ評価の試み (第1報)

内部割れ総長さの要因評価^{*1}

渡辺 憲^{*2}, 高麗秀昭^{*2}, 小林 功^{*2}, 柳田高志^{*2},
鳥羽景介^{*2}, 寺西康浩^{*3}, 成瀬達哉^{*3}

Evaluation of Internal Checks of Kiln-Dried Lumber using
a Hierarchical Model I.
Factors affecting internal check length

Ken WATANABE^{*2}, Hideaki KORAI^{*2}, Isao KOBAYASHI^{*2}, Takashi YANAGIDA^{*2},
Keisuke TOBA^{*2}, Yasuhiro TERANISHI^{*3} and Tatsuya NARUSE^{*3}

The goal of this study is to establish a method for evaluating test data obtained in kiln-drying lumber. Experimental data on radio-frequency drying of sugi (*Cryptomeria japonica*) beams without pith were used to present a data evaluation method for the length of internal checks of kiln-dried lumber based on a hierarchical model. Occurrence of the internal check phenomenon was determined with the underlying data-generating process, and the length of internal checks was modeled in relation to heating temperature, initial moisture content, final moisture content, and basic density. The diagnosis of the posterior model parameters revealed that heating temperature, initial moisture content, and basic density have a positive influence on the occurrence of internal checks, while final moisture content has a negative influence. A comparison between the developed hierarchical model and conventional statistical analysis used in research on lumber drying showed that a much more detailed analysis of internal check length could be performed by the hierarchical model.

Keywords: internal check, lumber drying, data evaluation method, hierarchical model, Bayesian inference.

木材乾燥における試験データの評価法を確立することを目的として、スギ心去り平角の高周波乾燥試験で生じた内部割れ総長さの評価を試みた。階層モデルを用いてデータの生成プロセスに基づき内部割れの発生現象を表現することにより、内部割れの総長さとその要因となる加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数との関係をモデル化した。モデルの構造およびパラメータの事後分布から内部割れの総長さとは各要因との関係を総合的に評価した結果、加熱処理温度、初期含水率、容積密度数は内部割れの発生に正の影響を、仕上がり含水率は負の影響を及ぼしていることが明らかとなった。また、従来の評価手法に比べて階層モデルの方が内部割れデータをより詳細に評価できることが示された。

^{*1} Received August 24, 2017; accepted October 21, 2017. 本研究の一部は第67回日本木材学会大会 (2017年3月, 福岡) において発表した。

^{*2} 国立研究開発法人 森林研究・整備機構 森林総合研究所 Forestry and Forest Products Research Institute, Tsukuba, 305-8687, Japan

^{*3} 奈良県森林技術センター Nara Forest Research Institute, Takatori, 635-0133, Japan
Corresponding author; K. Watanabe (kenwatanabe@ffpri.affrc.go.jp)

1. 緒 言

木材乾燥の試験研究において測定されるデータは大きなばらつきを有することが多く、統計解析によるデータの評価が極めて重要である。乾燥試験データの評価では、相関分析、回帰分析、 t 検定、分散分析および多重比較が主に用いられ、これらは数十年間にわたり多くの試験研究において使用されてきた。しかしながら、データの背後にある乾燥現象は試験体の様々な材質要因が複雑に作用し合っているため、これら従来の統計解析によって評価できることは非常に限られている。したがって、複雑な乾燥現象の解析により適したデータの評価法が求められている。

一方で生態学や森林科学の研究分野では、ここ10年ほどの間にデータの評価法が大きく変わり、従来の統計解析に代わってベイズ統計学と統計モデルを組み合わせた階層モデルが広く使われるようになってきた^{1, 2)}。階層モデルは、複数のモデルが階層的に繋がった統計モデルであり、あるモデルのパラメータが別のモデルによって表現されている。階層モデルの利点は、データの背後にある複雑な自然現象を柔軟に表現・解釈できる点にあり、木材乾燥の試験研究において問題となっているデータのばらつきとその背後にある複雑な乾燥現象をモデル化し、乾燥試験データをより詳細に評価できると考えられる。

これまでに我々は、様々な形質の丸太から得られた天然乾燥試験データを階層モデルの一種である階層ベイズモデルによって包括的に評価する方法を考案した³⁾。本報では、断面の大きなスギ材の乾燥で問題とされる内部割れ評価法の構築を目的とし、階層モデルを用いてスギ心去り平角の高周波乾燥試験における内部割れ総長さの評価を試み、従来の統計解析との違いについて比較検討した。

2. 実験方法

2.1 解析データ

本研究で使用したスギ心去り平角の高周波乾燥試験データを Table 1 に示す。内部割れ総長さにおいて標準偏差が平均より高い値となったのは、データの大半がゼロを示し、一部に平均とかけ離れた高い値がみられたためである。試験の概要は以下のとおりである。スギ心去り平角を異なる加熱処理温度で高周波乾燥し、乾燥後に各試験体の中央付近から繊維方向30 mm の試片を切り出し、内部割れの測定を行った。内部割れの測定データには本数、総長さ、総面積などいくつかの指標があり、その中で最も代表的な総長さを評価対象とした。内部割れの総長さの他に、内部割れに影響を及ぼすと考えられる物性値として乾燥試験前の容積密度数、初期含水率および仕上がり含水率を測定した。乾燥試験の詳細は既報⁴⁾を参照されたい。

2.2 統計モデルの作成

内部割れの発生量は乾燥条件に大きく依存し、スギ心去り平角の高周波乾燥では加熱処理温度が高くなるにつれて内部割れの総長さが増加することが明らかとなっている⁴⁾。また、内部割れの発生量は試験体によって大きく異なることから初期含水率、仕上がり含水率および密度に依存すると仮定し、内部割れの発生現象を以下のようにモデル化した。

Table 1 に示した内部割れの発生確率からわかるように、全体の半数以上の試験体において内部割れは発生しておらず総長さの値はゼロである。このようにゼロの割合が高いデータに対しては、どのようにゼロが多いのかを考慮した解析が必要とされており⁵⁾、ハードルモデル⁶⁾と呼ばれる二段階の統計モデルを適用した。

ハードルモデルでは、乾燥の進行に伴い木材内部の応力が増大し、ある応力レベル（ハードル）を越えなければ割れは発生せず、ハードルを超えたとき

Table 1. Results of radio-frequency drying tests.

Heating temperature (°C)	Number of drying run	n	Initial moisture content (%)	Final moisture content (%)	Basic density (kg/m ³)	Internal check	
						Total length (mm)	Occurrence probability (%)
80	2	16	83 (29)	11 (5)	340 (21)	9 (20)	25
90	4	32	92 (20)	12 (6)	346 (28)	16 (29)	41
95	1	8	88 (14)	8 (1)	357 (35)	32 (43)	50
120	2	16	88 (20)	14 (7)	346 (31)	91 (109)	63

Notes: numbers of initial moisture content, final moisture content, basic density, and total length are mean values, numbers in parenthesis indicate standard deviation.

に割れが発生すると考える。内部割れが発生しなければ総長さはゼロとなり、発生した場合にはその後内部割れが進展し、総長さは正の値をとる。つまり、内部割れの発生と進展は別々のプロセスと考え、第一段階では内部割れが発生するかどうか、第二段階では内部割れが発生した場合にどの程度進展するかをモデル化した。

第一段階において、内部割れが発生する / しないはベルヌーイ分布に従い、その確率質量関数は次式で表される。

$$\text{Bernoulli}(y_j | q_j) = \begin{cases} q_j & y_j=1 \text{ の場合} \\ 1-q_j & y_j=0 \text{ の場合} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 y は確率変数で内部割れが発生しない場合は0、発生する場合は1の整数値をとり、 q は生起確率で0から1の範囲の実数、添え字の j は試験体番号 ($j=1, 2, \dots, 72$) である。生起確率は内部割れの発生確率を意味し、加熱処理温度 T (°C)、初期含水率 M_i (%), 仕上がり含水率 M_f (%), 容積密度数 D (kg/m³) に依存すると仮定して次のようなロジスティック回帰で表現した。

$$q_j = \frac{1}{1 + \exp(-z_j)} \quad (2)$$

$$z_j = c_1 + c_2 T_j + c_3 M_{ij} + c_4 M_{jf} + c_5 D_j \quad (3)$$

なおパラメータ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 は一定の値をとる。

第二段階では内部割れが発生した試験体を対象に、総長さが正のデータのみを扱う。総長さは正の連続値であることから対数正規分布に従うと仮定し、内部割れが発生した試験体 k (ただし $k=1, 2, \dots, 31$) の総長さ L_k (mm) は次式で表される。

$$\ln(L_k) \sim \text{Normal}(\ln(\bar{L}_k), \sigma^2) \quad (4)$$

ここで、 $\ln(L_k)$ は平均が $\ln(\bar{L}_k)$ 、分散が σ^2 の正規分布に従い、 $\bar{L}_k$ は L_k の期待値、パラメータ σ^2 は一定の値である。内部割れの進展量、つまり総長さは T, M_i, M_f, D に依存すると仮定し、次のように定義した。

$$\ln(\bar{L}_k) = c_6 + c_7 T_k + c_8 M_{ik} + c_9 M_{fk} + c_{10} D_k \quad (5)$$

パラメータ $c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}$ は一定の値をとる。各説明変数の一次結合 (右辺) が総長さの対数関数 (左辺) で表現されていることから、この関数は対数リンク関数と呼ばれる。また、 M_i と M_f の間には明確な因果関係があり正の相関 ($r=0.54$) がみられたことから、 L, M_i, M_f の間に交絡が存在する。そこでこの交絡を表現するために M_i と M_f の関係

を式 (6), (7) で定義した。

$$M_{fj} \sim \text{Normal}(\bar{M}_{fj}, \sigma_M^2) \quad (6)$$

$$\bar{M}_{fj} = c_{11} M_{ij} + c_{12} \quad (7)$$

$\bar{M}_{fj}$ は M_{fj} の期待値、パラメータ $\sigma_M^2, c_{11}, c_{12}$ は一定の値をとる。

以上をまとめると、階層モデルは式 (1)～(7) で構成され、加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数の4つの説明変数を用いて内部割れの発生確率および進展量をそれぞれ表現している。これらの説明変数の他に、乾燥応力の発生や緩和と密接な関係にあるヤング率⁷⁾ が内部割れの発生要因になると考えられることから、モデル選択においてヤング率を説明変数に指定する選択肢があった。ただし、4つの説明変数は各試験体に対して一定値をとるのに対して、ヤング率は温度、含水率、密度に依存して変化する⁸⁾ ため、ヤング率を説明変数に加えるとモデルの構造 (変数間の関係) が非常に複雑化し、パラメータの推定が不安定になる。これを避けるためにヤング率は説明変数に加えず、その代わりにヤング率と正の相関関係にある密度⁸⁾ (容積密度数) によってヤング率の影響が間接的に考慮されたモデルを作成した。

モデル内の各パラメータをマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC)¹⁾ により推定した。各変数のオーダーを揃えてMCMCの計算を収束させるために、 T, M_i, M_f, L は実測値を1/100倍した値を、 D は1/1000倍した値を計算に使用した。各パラメータの事前分布は無情報事前分布とし、 σ^2 と σ_M^2 はそれぞれ $[0, 100], [0, 1]$ の一様分布 ([] 内の数値は一様分布の範囲を示す)、 $c_1 \sim c_{12}$ は平均0、分散100の正規分布を指定した。既報³⁾ と同様、ソフトウェア WinBUGS (Bayesian Inference Using Gibbs Sampling) Version1.4.3⁹⁾ を用いてこれらの事後分布をMCMCにより推定した。3本のマルコフ連鎖を用いて、それぞれの鎖について500000回の繰り返し計算を行った。最初の100000回は捨て、残りの400000回から80回毎に事後分布のサンプルを保存し、最終的に各パラメータに対して15000のサンプルを得た。計算の結果、Gelman-Rubin 統計量¹⁰⁾ はすべてのパラメータに対して1.01以下となり、各マルコフ連鎖が定常状態に収束していることを確認した。

一連のデータ解析、すなわち測定データの読み込み、階層モデルの記述およびパラメータの推定結果の出力は統計解析ソフトウェア R (version 3.2.3)¹¹⁾

を用いて行い、MCMC の計算のみ WinBUGS で実行した。

3. 結果と考察

3.1 散布図による内部割れの総長ささと各要因との関係評価

Fig. 1 に内部割れの総長ささと各要因との関係を示す。既報⁴⁾のとおり、加熱処理温度が高くなるに従い内部割れの総長さは増加し、仕上がり含水率が低下すると増加する傾向がみられた。初期含水率および容積密度数は総長さとの間に相関関係がほとんど認められなかったが、内部割れの発生したグループ ($L > 0$ のプロット群) の方が容積密度数に高い傾向がわずかにみられた。以上のことから、複数の要因が内部割れの総長さに関係しており、これらが作用し合っ

3.2 従来の統計解析による評価

階層モデルとの比較のため、まずは木材乾燥の試験研究で一般的に使われている統計解析を用いて総長ささと各要因との関係の評価する。Fig. 1 のような 2 変量の関係を表すデータに対して適用される主な解析は、相関分析、分散分析 (多重比較) または回帰分析である。ただし、総長さの値はゼロが大半を占め、その分散は加熱処理温度によって大きく異なるため、相関分析と分散分析については特定の確率分布を仮定しないノンパラメトリックな手法を適用した。

スピアマンの順位相関係数の結果を Table 2 に示す。加熱処理温度および容積密度数は総長さとの間に正の相関が認められたのに対して、初期含水率お

よび仕上がり含水率については有意な相関関係が認められなかった。また、分散分析の一つであるクラスカル・ウォリス検定を用いて加熱処理温度を要因とした分散分析を行った結果、 p 値が 0.020 となり、有意水準 5 % において加熱処理温度間で総長さの平均に有意な差があると判定された。回帰分析では誤差に等分散正規分布を仮定した最尤推定法 (もしくは最小二乗法) によって回帰式が求められるのに対して、総長さの値はゼロ付近に偏りその分散が一定でないことは明らかである。したがって、回帰分析の前提条件が満たされておらず、線形・非線形のいずれにせよ適用することができない。

以上の解析結果をまとめると、加熱処理温度および容積密度数は総長さとの正の相関があり、加熱処理温度間で総長さの平均に有意差が認められ、この 2 つの要因が内部割れの発生に影響を及ぼしていると考えられた。一方、Fig. 1 において仕上がり含水率が低下するにつれて総長さに増加する傾向がみられたにもかかわらず、両者に有意な相関関係が認められなかった。これは、総長さの値がゼロで同順位のデータが半数以上を占めたことにより、ノンパラメトリック検定の検出力が低下したことが原因であると考えられる。

内部割れの評価を目的とした乾燥試験では、今回のように内部割れの発生しない試験体が相当数含まれ、総長さがゼロに偏ったデータを扱うことは珍しくない。したがって、パラメトリックな統計解析、特に回帰分析については多くの乾燥試験において適用できない恐れがあり、適用可能か慎重に吟味する必要がある。また、散布図にみられる相関関係がノンパラメトリックな手法では検出されないこともあり、これらの統計解析によって評価できることはかなり限られているといえる。

3.3 階層モデルによる評価

Fig. 2 にパラメータ $c_1 \sim c_{10}$ の事後分布を示す。MCMC によって求められた事後分布はパラメータの確率分布を表し、値の正負やゼロとなる確率を調べることによって総長さに影響を及ぼす要因を評価

Fig. 1. Relationships between L and each factor

Table 2. Spearman's rank correlation between total length and each factor

factor	Spearman's rank correlation	
	Coefficient	P value
T	0.359	0.002
M_i	0.046	0.703
M_f	-0.123	0.302
D	0.426	0.000

することが可能である。

式(3)からわかるように、 c_2 , c_3 , c_4 , c_5 はそれぞれ加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数に対応し、プラスは内部割れの発生確率 q に正の影響を、マイナスは負の影響を与えていることを意味する。いずれの事後分布においてもゼロを境に裾側の面積は全体の5%以下と低いことから、95%以上の確率で c_2 , c_3 , c_4 , c_5 はゼロではなく有意な値であることがわかる。 c_2 , c_3 , c_5 の値はプラスであることから、加熱処理温度が高く、初期含水率が高く、容積密度数が大きくなるにつれて内部割れの発生確率が増加することが示された。加熱処理温度については既報⁴⁾の結果と一致し、加熱処理温度が高くなるにつれて内部割れの発生確率が増加することがわかった。容積密度数については3.1の結果と一致し、容積密度数大きいほど収縮率が大きくヤング率が高くなるため、材内部の応力が発達しやすく内部割れの発生確率が増加したものと考えられる。

初期含水率については、乾燥ロット内において初期含水率が高い試験体ほど高周波エネルギーが選択的に投下されるため、内部割れが発生する乾燥後期において材温が相対的に高くなる傾向がみられ⁴⁾、その結果、内部割れの発生確率が増加したと解釈できる。Fig.1において初期含水率と内部割れの有無に関係がみられなかったのは、初期含水率と正の相関関係にある仕上がり含水率が総長さに大きな負の影響を及ぼしているため、初期含水率による正の影響が相殺されたものと推察される。ゆえに、個別に要因を評価しても初期含水率による影響を検出できず、この評価結果は複数の要因を同時に評価するこ

との重要性を示唆している。

一方、 c_4 の値はマイナスであることから仕上がり含水率が低くなるにつれて内部割れが発生しやすくなることが統計的に示された。仕上がり含水率が低いほど乾燥による収縮量が大きく、材内部の応力が発達しやすいため内部割れの発生確率が増加したと解釈できる。

以上の結果から、式(3)のいずれのパラメータも有意な値を示し、パラメータの符号と照らし合わせて内部割れの発生と各要因との関係を説明することができた。したがって、加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数が内部割れの発生に影響を及ぼしていることが明らかになったと考えられる。

式(5)は内部割れの進展量と各要因との関係を表し、 c_7 , c_8 , c_9 , c_{10} はそれぞれ加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数に対応する。 c_7 と c_9 の事後分布においてゼロを境に裾側の面積が全体の5%以下と低いことから、この2つのパラメータは有意な値である。 c_7 の値はプラスであることから、加熱処理温度が高くなるにつれて内部割れの進展量が多くなることが統計的に示された。木材の破壊じん性値は温度と負の相関があり^{12, 13)}、言い換えると温度が高いほど小さな応力でき裂が進展することからこの評価結果は妥当であると考えられる。一方、 c_9 の値はマイナスであることから、仕上がり含水率が低くなるにつれて内部割れの進展量が多くなることが示された。これは3.1の結果と一致し、仕上がり含水率が低いほど乾燥による収縮量が大きく、内部割れの先端付近に大きな応力が生じやすいため進展が進んだと解釈できる。以

Fig. 2. Posterior distributions of each parameter

Note: zero values are indicated by vertical lines.

上の結果から、加熱処理温度と仕上がり含水率が内部割れの進展に影響を及ぼしていることが明らかになったと考えられる。なお、初期含水率および容積密度数については対応するパラメータが有意な値であるとはいえず、ここでは内部割れの進展に影響を及ぼすと判断できない。

今回の解析に使用した総長さのデータはゼロ付近に値が偏っていたため、従来の統計解析ではパラメトリックな手法を適用できなかった。階層モデル(統計モデル)の利点の一つは、データの性質に合う確率分布を指定することによって、偏りの大きなデータに対しても適用可能なことである。また、総長さのデータの背後にある内部割れの発生現象は複雑なため、従来の統計解析によって評価できることは限られていたのに対し、階層モデルではデータの生成プロセスを考慮して内部割れの発生現象を柔軟に表現することにより、複数の要因を総合的に評価・解釈することができた。以上のことから、階層モデルは従来の統計解析に比べて汎用性が高く、有用な評価法であるといえる。さらに、総長さとの関係性を定量的・確率的に評価する上で階層モデルは非常に応用が利く。この利点については今後の検討を要する。

4. 結 論

スギ心去り平角の高周波乾燥試験を例に、階層モデルを用いて内部割れの総長さとの加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率および容積密度数との関係性を評価し、従来の統計解析との違いについて比較検討した。従来の統計解析では、内部割れの総長さの値がゼロ付近に偏ったためパラメトリックな手法を適用できず、次善の策としてノンパラメトリックな解析を行った。その結果、加熱処理温度と容積密度数は内部割れの発生に影響を及ぼしていることが統計的に示されたのに対して、初期含水率と仕上がり含水率については総長さとの間に一定の関係を見出せなかった。一方で、データの生成プロセスを考慮して内部割れの発生現象を階層的にモデル化し、モデルの構造およびパラメータの事後分布から内部割れの総長さとの関係を総合的に評価・解釈することによって、加熱処理温度、初期含水率、仕上がり含水率、容積密度数のすべての要因が内部割れの発生に影響を及ぼしていることが明らかとなった。以上のことから、内部割れデータの評価において階層モデルは従来の統計解析に比べて汎用性が高く、有用な評価法であると結論付けられる。

謝 辞

本研究は農研機構生研支援センター「革新的技術開発・緊急展開事業(うち先導プロジェクト)」の支援を受けて行った。

文 献

- 1) 久保拓弥: データ解析のための統計モデリング入門. 岩波書店, 東京, 2013, pp. 144-192.
- 2) 深澤圭太, 角谷 拓: 始めよう! ベイズ推定によるデータ解析. 日本生態学会誌 59(2), 167-170 (2009).
- 3) 渡辺 憲, 高麗秀昭, 小林 功, 柳田高志, 鳥羽景介, 三井幸成: 階層ベイズモデルを用いた丸太の天然乾燥における乾燥時間の推定および丸太の諸形質が乾燥性に及ぼす影響の評価. 木材学会誌 63(2), 63-72 (2017).
- 4) 渡辺 憲, 小林 功, 寺西康浩, 成瀬達哉: スギ心去り平角の高周波乾燥-加熱処理温度が内部割れの発生に及ぼす影響. 木材工業 72(2), 50-54 (2017).
- 5) 南美穂子, Cleridy, E. L.-C.: ゼロの多いデータの解析: 負の2項回帰モデルによる傾向の過大推定. 統計数理 61(2), 271-287 (2013).
- 6) Mullahy, J.: Specification and testing of some modified count models. *J. Econometrics* 33(3), 341-365 (1986).
- 7) 黒田尚宏: スギ心持ち材乾燥のための基礎研究の展開. 木材学会誌 53(5), 243-253 (2007).
- 8) 祖父江信夫: 第3章 力と木材, “木材の物理”, 日本木材学会編, 文永堂出版, 東京, 2007, pp. 105-109.
- 9) Spiegelhalter, D., Thomas, A., Best, N., Lunn, D.: “WinBUGS User Manual, Version 1.4”, MRC Biostatistics Unit, Cambridge, UK, 2003.
- 10) Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Dunson, D.B., Vehtari, A., Rubin, D.B.: Bayesian data analysis, third edition. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida, USA, 2013, pp. 281-285.
- 11) R Core Team: R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org/>, 2017年8月23日参照.
- 12) Schniewind, A.P., Ohgama, T., Aoki, T., Yamada, T.: Effect of specific gravity, moisture content and temperature on

-
- fracture toughness of wood. *Wood Sci.* **15**(2), 101-109 (1982).
- 13) Reiterer, A.: The influence of temperature on the mode I fracture behavior of wood. *J. Mater. Sci. Lett.* **20**, 1905-1907 (2001).