波形統計量とスペクトル統計量の比に及ぼすスペクトル形状の影響の検討

Effect of Spectral Form on the Ratio between Surface Elevation-Based Statistics and Spectrum-Based Statistics of Wave Height and Wave Period

山口正隆¹・野中浩一²

Masataka YAMAGUCHI and Hirokazu NONAKA

Two kinds of surface elevation data with a diverse form of spectrum are analyzed to investigate the effect of spectral form on a ratio of the surface elevation-based statistics to the spectrum-based statistics of wave height and period. One is generated by use of a Monte-Carlo simulation and the other is acquired from in-situ measurements. Main conclusions are 1) a proper evaluation for the parameter characterizing the spectral form requires a highly-resolved estimate of spectrum, 2) wave height ratio is most closely related to the spectral peakedness parameter Q_p and each of the wave period ratios to the spectral width parameter ν , and 3) the simulation-based ratio indicates an explicit dependency on double-peakedness of the spectrum, but the measurement-based ratio shows a weak dependency due to statistical variability.

1. 緒 言

スペクトル法に基づく波浪推算においては、周波数スペクトルの積率やその比に定数を乗じて有義波高 H_s や有義波周期 T_s に換算し、これらを水位変動記録から直接評価された有義波高 $H_{1/3}$ や有義波周期 $T_{1/3}$ とすることが通例である。しかし、風波とうねりからなる波浪は広範なスペクトル構造をもつことから、周波数スペクトルを用いて有義波高 $H_{1/3}$ や有義波周期 $T_{1/3}$ を適正に評価するため、波形統計量とスペクトル統計量の比の特性を多様なスペクトル条件のもとで検討しておく必要がある。

そこで本研究では、種々の入力スペクトル条件のもとでモンテカルロシミュレーションにより作成した水位変動記録および多数のケースの水位変動の現地観測記録を解析して、各種波浪統計量に及ぼすサンプリング間隔（スペクトルの最大周波数）およびスペクトル解像度の影響を調べたのち、波形解析から得られる統計量とスペクトルから得られる統計量の比がスペクトルの形状特性にどのように規定されるかを包括的に検討する。

2. 波浪統計量

(1) 波形統計量

シミュレーションや現地観測によって得られる水位変動の時間記録からその標準偏差 σ を求める。ついで、ゼロアップクロス法で定義した個々の波高 H_i と周期 T_i を用いて、有義波高 $H_{1/3}$ と有義波周期 $T_{1/3}$ など各種の代表波高や周期を算出する。個々の波高および周期の算出では、波の峯と谷における水位変動の値をこれらに係するそ

れぞれ3時点のデータに対する2次曲線のあてはめ、およびゼロアップクロス点をこれに係する2時点のデータに対する直線のあてはめにより推定する。

(2) スペクトル統計量

周波数スペクトル $E(f)$ の周波数 f に関する n 次積率を m_n とすると、波高分布がReyleigh分布に従う場合、有義波高 $H_{1/3}$ と水位変動の標準偏差 σ およびスペクトルの0次積率 m_0 との間に次式が成立する。

$$H_{1/3} = H_s = 4.004\sigma = 4.004m_0^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

またスペクトルに係わる平均周期として、スペクトルの2次、1次、-1次の各積率と0次の積率の比で定義される3種類の平均周期が通常用いられる。

$$T_{m02} = (m_0/m_2)^{1/2}, T_{m01} = m_0/m_1, T_{-01} = m_{-1}/m_0 \dots (2)$$

つぎに、スペクトルの形状特性を表すためのパラメータとして、Goda (1970) によるスペクトル尖鋭度パラメータ Q_p 、Longuet-Higgins (1975) によるスペクトル幅パラメータ ν および合田・久高 (2006) によりスペクトル形状パラメータと名付けられたRice (1945) のパラメータ $\kappa(T_{m01})$ をとりあげる。これらは次式で定義される。

$$Q_p = 2 \int_0^\infty f E^2(f) df / m_0^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\nu^2 = m_0 m_2 / m_1^2 - 1 = (T_{m01} / T_{m02})^2 - 1; 0 \leq \nu \leq 1 \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \kappa(T_{m01})^2 &= \left| \int_0^\infty E(f) \cos(2\pi f T_{m01}) df / m_0 \right|^2 \\ &\quad + \left| \int_0^\infty E(f) \sin(2\pi f T_{m01}) df / m_0 \right|^2 \\ &\quad ; 0 \leq \kappa(T_{m01}) \leq 1 \dots (5) \end{aligned}$$

1 正会員 工博 愛媛大学教授大学院理工学研究科
2 正会員 博(工) 愛媛大学契約職員工学部

式(5)では、合田・久高(2006)にならって平均周期として T_{m01} を用いる。スペクトルの形状が尖るほど、 Q_p は増加し、 v は0に、 $\kappa(T_{m01})$ は1に漸近する。

ここでは、波高に関して $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ 、周期に関して $T_{1/3}/T_{m02}$ 、 $T_{1/3}/T_{m01}$ 、 $T_{1/3}/T_{-01}$ とスペクトルの形状特性を表すパラメータ Q_p 、 v 、 $\kappa(T_{m01})$ の関係を調べる。

(3) 周波数スペクトルのモデル

深海波のスペクトル特性を多様な形で表現するために、山口(1988)による一般化JONSWAPスペクトルを基礎におく2ピーク構造のスペクトルのモデル(複合型一般化JONSWAPスペクトル)を用いる。すなわち、

$$E(f) = \sum_{i=1}^2 A_i \left(\frac{f}{f_{p_i}} \right)^{-m_i} \exp \left\{ - \left(\frac{m_i}{n_i} \right) \left(\frac{f}{f_{p_i}} \right)^{-n_i} \right\} \gamma_i \exp \left\{ - \frac{(1-f/f_{p_i})^2}{2\sigma_i^2} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 m_i 、 n_i はスペクトルの勾配値、 f_{p_i} はピーク周波数、 γ_i はピーク増幅係数、 σ_i はピーク幅係数、を表し、 $i=1$ の場合がうねりのスペクトル、 $i=2$ の場合が風波のスペクトルを想定している。ここでは、うねりと風波のスペクトルの相対的な大きさを表す意味で $A_1=A$ 、 $A_2=1$ とし、風波のスペクトルのピーク周波数を $f_{p_2}=0.25$ Hz、うねりのスペクトルのピーク周波数を $f_{p_1}=\beta f_{p_2}$ ($\beta=0.3$)=0.075 Hzとする。また、うねりのスペクトルの自由度を下げて対象ケースを減らすために $\gamma_1=1$ とおく。この結果、 γ_1 のベキ乗項の値は1になる。変化を与えるパラメータは A 、 m_1 、 n_1 、 m_2 、 n_2 、 γ_2 、 σ_2 ($\sigma_2; f < f_{p_2}$ 、 $\sigma_2; f \geq f_{p_2}$)である。

3. 波浪資料

(1) シミュレーション資料

乱数による周波数分割を利用するGoda(1970)の合成波法を用いて水位変動のシミュレーション資料を作成する。重ねる波数 $K=1,600$ 、周波数の下限値 $f_{low}=0.03$ Hz、上限値 $f_{up}=2$ Hz、時間間隔 $\Delta t=0.1$ s、データ数 $N=24,000$ 、計算繰返し回数100とする。

入力条件はスペクトルの勾配値などに関して3通り、第1ピーク値と第2ピーク値の比 A を0、0.5、1の3通り、の計9つの組合せに対して、ピーク増幅係数 γ ($=\gamma_2$)を1~5 (0.5間隔)、6~10 (1間隔)、14、20、30の17通りに変えた合計153ケースである。スペクトル解析にはBlackman-Tuckey法を用い、lag $m=800$ (スペクトル解像度 $\Delta f=1/160$ Hz、自由度 $f_c=60$)を基本解析条件とするほか、時間間隔 Δt (最大周波数 $f_{max}=1/2 \Delta t$) やスペクトル解像度 $\Delta f (=1/2m \Delta t)$ を変える。

また比較のために、Goda(1970, 1988)による多様なスペクトル条件32ケース (F型6ケース、M型6ケース、

D型4ケース、J型8ケース、W型8ケース)も計算対象とする。重ねる波数 $K=400$ 、データ数 $N=24,000$ 、計算繰返し回数2,000である。

(2) 波浪観測資料

対象とする波浪観測資料は水深20 m地点で超音波式波高計によって3年間にわたり2時間間隔で20分間 ($N=2,400$ 、 $\Delta t=0.5$ s) 取得された471ケースである。スペクトル解析は拡張型FFT法によって行い、生のスペクトルの平均個数 $I_s=23$ (矩形フィルター)、スペクトル解像度 $\Delta f=1/100$ Hz、自由度 $f_c \approx 46$ 、最大周波数 $f_{max}=1$ Hzを解析条件とする。周波数スペクトルは単一ピーク (261ケース)、2ピーク (200ケース)、3ピーク (10ケース) と多様な形をもつので、これをスペクトル形状指数 s ($=1 \sim 3$) を用いておおまかに分類する。

スペクトルの高周波側勾配の平均値 ξ は $f/f_{p_2}=1.5 \sim 3$ の範囲で約4、周波数スペクトルにおける風波相当のピーク周波数 f_{p_2} は0.2~0.25 Hz、うねり相当のピーク周波数 f_{p_1} は0.1Hz程度である。波高は4 m以下をとり、大きくない。各種波浪統計量のうち $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ は観測資料で 3.80 ± 0.09 、シミュレーション資料で 3.82 ± 0.07 とほぼ一致する。また、観測資料に基づくスペクトルの0次積率の平方根値 $m_0^{1/2}$ と水位変動の標準偏差 σ の比の平均値と標準偏差は 1.000 ± 0.005 であり、両者はほぼ完全に一致するので、以下の図では両者を区別しない。

4. 波浪統計量の特徴

(1) スペクトル統計量の安定性

表-1は複合型一般化JONSWAPスペクトル ($m_1=10$ 、 $n_1=8$ 、 $m_2=5$ 、 $n_2=4$ 、 $\sigma_2=0.07$ 、 $\sigma_{b_2}=0.09$ 、 $\gamma=\gamma_2=1 \sim 10$ 、 $A=0$ 、0.5、1) に対する数値積分やシミュレーション資料の解析より、各スペクトル統計量に及ぼす無次元最大周波数 $f_{max}^* (=f_{max}/f_{p_2})$ や無次元スペクトル解像度 $\Delta f^* (= \Delta f/f_{p_2})$ の影響を相対誤差 δ (%) 値の $\gamma=(\gamma_2)$ に関する範囲として与える。相対誤差はそれぞれの基準値で無次元化している。この中で、 f_{max}^* の影響を調べるための数値積分値に対する基準値は $f_{max}^*=100$ とする入力スペクトルの積率に対する数値積分値、 Δf^* の影響を調べるための基準値は $f_{min}^*=f_1^*$ (それぞれの最低周波数) および $f_{max}^*=一定値$ (たとえば10) の範囲に対して入力スペクトルの積率についての数値積分値、またシミュレーション結果に対する基準値は f_{max}^* および Δf^* の影響を調べる両者の場合に、シミュレーション資料に対するスペクトル解析で得られる周波数範囲の入力スペクトルの積率に対する数値積分値である。これから、 T_{m02} 、 T_{m01} 、 m_0 、 T_{-01} のうち、 T_{m02} は f_{max}^* への弱い依存性をもつが、 T_{m01} 、 m_0 、 T_{-01} は f_{max}^* や Δf^* の影響をあまり受けないことや、スペクトル形状特性パラメータに関して Q_p は Δf^* の影響を、 v は f_{max}^* の影

表-1 波浪統計量に及ぼす f_{max}^* および Δf^* の影響 (数値積分値, シミュレーション資料)

$\delta(\quad)\%$	numeri. integr.		simul.		numeri. integr.		simul.	
	$A=1, \Delta f^* \approx 0$		$A=1, \Delta f^* = 1/40$		$A=1, f_{max}^* = 20$		$A=1, f_{max}^* = 20$	
	$f_{max}^* = 10$	$f_{max}^* = 5$	$f_{max}^* = 10$	$f_{max}^* = 5$	$\Delta f^* = 1/40$	$\Delta f^* = 1/20$	$\Delta f^* = 1/40$	$\Delta f^* = 1/20$
T_{m02}	0.3~0.6	1.2~2.2	-0.1~0.0	0.4~0.8	0.0	0.0~0.1	-0.2~-0.1	-0.3~-0.1
T_{m01}	0.0~0.1	0.3~0.7	-0.1~0.1	0.1~0.2	0.0	0.0	-0.1~0.1	-0.1~0.1
ε_0	0.0	-0.2~-0.1	-0.1~0.2	-0.1~0.2	0.0	0.0~0.7	-0.1~0.2	-0.1~0.2
T_{-01}	0.0	0.1	0.0~0.3	0.1~0.4	0.0	-0.1~0.0	0.0~0.3	0.4~0.8
Q_p	0.0	0.1~0.3	-3.5~-0.2	-3.5~-0.1	0.0	0.6~3.4	-3.5~-0.2	-11.7~-1.6
ν	-3.2~-2.9	-10.9~-10.1	0.1~0.4	-2.6~-2.3	0.0	-0.3~-0.1	0.4~1.0	0.5~1.3
$\kappa(T_{m01})$	-0.3~0.0	-2.1~-0.1	-0.9~0.1	-0.9~0.3	0.0	0.2~0.6	-0.9~0.1	-2.6~-1.5

響をそれぞれ有意な程度に, また $\kappa(T_{m01})$ は両者の影響を若干受けることが見出される。

図-1は ν の相対誤差 $\delta(\nu)$ に及ぼす f_{max}^* の影響および Q_p の相対誤差 $\delta(Q_p)$ に及ぼす Δf^* の影響をシミュレーション結果について示す。相対誤差 δ は ν に対して $f_{max}^* \geq 10$, Q_p に対して $\Delta f^* \leq 1/40$ で比較的小さい。

(2) シミュレーション資料に基づく波浪統計量比

図-2はGoda (1970, 1988) の条件に対するシミュレーションから得た $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ と Q_p または $\kappa(T_{m01})$ の関係, ならびに $T_{1/3}/T_{m02}$ または $T_{1/3}/T_{m01}$ と ν の関係, および $T_{1/3}/T_{-01}$ と Q_p または $\kappa(T_{m01})$ の関係を一括して示す。これらの図はデータのばらつきが小さいスペクトル形状特性パラメータ(Q_p , $\kappa(T_{m01})$, ν のいずれか)との関係として与える。図中の実線はベキ乗型回帰式であり, $Q_p \rightarrow \infty$, $\kappa(T_{m01}) \rightarrow 1$, $\nu \rightarrow 0$ の極限で $H_{1/3}/m_0^{1/2} = 4.004$, $T_{1/3}/T_{m02} = 1$, $T_{1/3}/T_{-01} = 1$ になるように定数項を固定したのち, 残りの2つの係数を最小2乗法で決定している。

まず $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ をみると, シミュレーション結果および $\kappa(T_{m01})$ を説明変数とする回帰式による値はそれぞれ合田・久高 (2006) の結果とほぼ符合する。 $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ は Q_p や $\kappa(T_{m01})$ の減少とともに小さくなる。 $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ の図で明らかに, 個々のデータのまとまりは $\kappa(T_{m01})$ よりむしろ Q_p の場合にいい反面, Q_p による $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ の変化がかなり著しい。このように, $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ は多様なスペクトル形状の場合にも, 1に近い値の相関係数 ρ によって代表さ

れるように, とくに Q_p の関数としてよく近似されるけれども, Q_p の小さい変化によって $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ がかなりの程度変わる点や, Q_p がスペクトル解像度に有意な程度に依存する点に留意すべきであろう。

ついで平均周期に関する中央の2枚の図によれば, $T_{1/3}/T_{m02}$ や $T_{1/3}/T_{m01}$ は多様なスペクトル条件にもかかわらず ν と密接に関係づけられる。式(4)から明らかなように, これはある程度当然の結果と言える。 $T_{1/3}/T_{-01}$ も Q_p や $\kappa(T_{m01})$ との関係で適正に整理されており, $Q_p > 2$ または $\kappa(T_{m01}) > 0.25$ で $T_{1/3}/T_{-01} \approx 1$ になる。したがってスペクトル特性によらず, スペクトルに基づく平均周期をこれらの関係式の使用によって, 波形記録から直接得られる有義波周期 $T_{1/3}$ に良好な精度で変換できる。

つぎに, 図-3は複合型一般化JONSWAPスペクトルに対するシミュレーション資料から得た波浪統計量比とスペクトル形状特性パラメータの関係をスペクトルのピーク値比 A をパラメータとして表す。シミュレーションでは, スペクトルの勾配値とピーク幅係数を($m_1=10$, $n_1=8$, $m_2=5$, $n_2=4$, $\sigma_{a_2}=0.07$, $\sigma_{b_2}=0.09$), ($m_1=8$, $n_1=8$, $m_2=4$, $n_2=4$, $\sigma_{b_2}=0.114$, $\sigma_{b_2}=0.115$), ($m_1=9$, $n_1=7$, $m_2=4.5$, $n_2=3.5$, $\sigma_{a_2}=0.07$, $\sigma_{b_2}=0.09$)の3通りに変えている。これらの図は $H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{m02}$, $T_{1/3}/T_{-01}$ がいずれかのスペクトル形状特性パラメータのみならず, スペクトルのピーク値比 A に有意な程度に依存し, A の値が大きいかほど小さくなるが, スペクトルの高周波側の勾配値な

図-1 相対誤差 $\delta(\nu)$ に及ぼす f_{max}^* の影響および $\delta(Q_p)$ に及ぼす Δf^* の影響

図-2 波浪統計量比とスペクトル形状特性パラメータの関係 (Goda (1970, 1988) のシミュレーション条件)

図-3 波浪統計量比とスペクトル形状特性パラメータの関係 (シミュレーション資料)

どの条件にはあまり依存しないことを表す。同様のことが $T_{1/3}/T_{m01}$ (図を省略) についても言える。つまり、各波浪統計量比は合田・久高 (2006) の結果のように、スペクトル形状特性パラメータ単独の回帰式では近似できないし、 $T_{1/3}/T_{-01} \approx 1$ という関係は単峰性スペクトルの場合にのみ成立するという制約条件が現われる。

(3) 観測資料に基づく波浪統計量比

図-4は観測資料より得た $H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{m02}$, $T_{1/3}/T_{-01}$ と最も小さいデータのばらつきを与えるスペクトル形状特性パラメータとの関係およびデータそのものにあてはめたべき乗型回帰式、ならびに小区間別スペクトル形状特性パラメータに対応する $H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{m02}$, $T_{1/3}/T_{-01}$ の平均値と標準偏差および平均値にあてはめたべき乗型回帰式を表す。上側の図において各データは周波数スペクトルの形状に応じて視察により決めたスペクトル形状指数 s を用いて分類している。また $H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{m02}$ に対する各回帰式はそれぞれ $Q_p \rightarrow \infty$ で $H_{1/3}/m_0^{1/2} = 4.004$, $\nu \rightarrow 0$ で $T_{1/3}/T_{m02} = 1$ を通過するように係数を決めたのち、残りの

係数を最小2乗法より求めているが、 $T_{1/3}/T_{-01}$ についてはデータの範囲が狭いことから、 $Q_p \rightarrow \infty$ の条件を回帰式の係数の決定の際に付加していない。

$H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{-01}$ はシミュレーション資料に基づく結果と同様に、 Q_p とともに若干大きくなり、一定値に漸近する傾向を与える。一方、 $T_{1/3}/T_{m02}$ は ν の増加とともにほぼ線形的に急増する。これらの図においてスペクトル形状指数が大きいとき、各比は小さい値をとる傾向にあるが、全体としてデータのばらつきが著しいため、その傾向は明らかでない。要するに、今回のシミュレーション結果にみるように、スペクトル形状指数 s の増加に対応して周波数スペクトル形状が多ピーク型に近づくとき、 $H_{1/3}/m_0^{1/2}$, $T_{1/3}/T_{m02}$, $T_{1/3}/T_{-01}$ はやや小さい値をとる傾向を示すけれども、そのばらつきが大きいため、波浪統計量比に及ぼすスペクトル形状指数 s の影響はあまり顕在化しない。

$H_{1/3}/m_0^{1/2}$ と $T_{1/3}/T_{-01}$ は Q_p と、 $T_{1/3}/T_{m02}$ (図は省略するが $T_{1/3}/T_{m01}$ も) は ν とそれぞれ最もよく関係づけられ、それ

図-4 波浪統計量比とスペクトル形状特性パラメータの関係 (観測資料)

らの小区間別平均値もベキ乗型回帰式によって高い精度で近似される。なお、 $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ と $T_{1/3}/T_{-01}$ は $\kappa(T_{m01})$ によってもある程度適正に整理されるけれども、データのばらつきでみれば Q_p による整理結果に及ばない。

5. 結 語

本研究の検討結果はつぎのように要約される。

- 1) 安定したスペクトル形状特性パラメータを得るために、 Q_p の算出では $\Delta f^* < 1/40$ 、 ν の算出では $f_{max}^* > 10$ とすることが望ましい。 $\kappa(T_{m01})$ の場合には Q_p や ν ほど厳しい Δf^* や f_{max}^* についての制約を受けない。
- 2) $H_{1/3}/m_0^{1/2}$ や $T_{1/3}/T_{-01}$ は Q_p と最も密接に、ついで $\kappa(T_{m01})$ と密接に関係し、 $T_{1/3}/T_{m02}$ や $T_{1/3}/T_{m01}$ は ν と高い相関をもつ。その平均的な関係はベキ乗型回帰式により高い精度で近似できるので、この回帰式はスペクトル統計量から波形統計量への変換に有用である。また、 $Q_p > 2$ または $\kappa(T_{m01}) > 0.25$ で $T_{1/3}/T_{-01} \approx 1$ とみなされる。

- 3) シミュレーション資料においては、各波浪統計量比はうねり・風波に相当するピークのエネルギー比 A に明確に依存するけれども、観測資料ではその統計的変動のために、スペクトル形状指数 s へのごく弱い依存性を与えるにすぎない。

参 考 文 献

- 合田良実・久高将信 (2006) : 個別の波高分布に及ぼすスペクトル形状の影響評価, 海洋開発論文集, 第22巻, pp. 127-132.
- 山口正隆 (1988) : 風波の標準スペクトルに対する一般式の提案, 第35回海岸工学講演会論文集, pp.158-162.
- Goda, Y. (1970) : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol.9, No.2, pp. 3-57.
- Goda, Y. (1988) : Statistical variability of sea state parameters as a function of wave spectrum, Coastal Eng. in Japan, Vol.13, No.1, pp. 39-52.
- Rice, S.O. (1945) : Mathematical analysis of random noises, reprinted in Selected Papers on Noise and Stochastic Processes, Dover Pub., pp. 132-294.