海洋レーダによるレンジ方向の流速成分を用いた海表面流速場の推定法に関する研究

Estimation of a 2D Surface Current Field Using Radial Current Velocities Measured by HF Ocean Radar

泉宮尊司¹・小林雄一²

Takashi IZUMIYA and Yuichi KOBAYASHI

A method for estimating a 2D surface current field has been developed by using radial current velocities measured by HF ocean radar. The method includes the second order partial differential equations in terms of a potential function and a stream function, which can describe a general 2D flow and are related with the current velocity components in the beam and azimuthal directions and their derivatives. The 2D current fields were estimated under the appropriate boundary conditions including the true or measured azimuthal current velocities and were compared with the target current fields. The estimated results generally show good agreements with the target current fields, whereas they show the non-negligible differences between them for the cases that the current velocities are large and vary rapidly in space.

1. 緒言

我国において、1988年に通信総合研究所（現情報通信機構）によりHF海洋レーダが開発され、種々の現地観測が共同研究の形で実施され、海洋レーダが流速測定に有効であることが示されてきた（藤井，2001）。海洋レーダの流速測定原理は、2台の海洋レーダにより、それぞれのドップラースペクトルから海表面流速成分を計測し、それらを合成して流速場を求めることである（Barrick, 1972；徳田ら，1993）。したがって、平面2次元流速場が完全に求められるのは、2台の海洋レーダのビームが交差した領域に限られており、しかも海表面流速場が比較的精度よく求められる領域は、2台のレーダのビーム交差角が90°前後の場合であり（Nadaiら，1999）、流速場が得られるのは、交差域の狭い領域に限られてしまう欠点が存在していた。このようなとき、1台の海洋レーダの視線方向の流速場と一部のアジマス方向の流速場を用いて、平面2次元流速場を精度よく推定することができれば、より広範囲の流速場を計測できることになるので、津波のリアルタイム予測にも利用でき（泉宮・今井，2005）、大変有益なことである。

そこで本研究では、1台の海洋レーダの計測情報から平面2次元流速場を推定する問題を、速度ポテンシャル関数と流れ関数の決定問題に帰着させて、適切な境界条件とレンジ方向の流速成分のみを用いて、海表面2次元流速場を推定する方法を開発する。また、数値シミュレーションにより渦なしおよび渦あり流れを発生させて、本解析手法の精度と適用性を検証する。

2. レンジ方向の流速成分を用いた流速場の決定法

レンジ方向の流速成分と適切な境界条件を用いた平面2次元流速場の推定法は、Helmholtzの定理に基づいて定式化されている。すなわち、3次元の任意のベクトルは、

$$\vec{v} = \text{grad}\varphi + \text{rot}\vec{\psi} \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる。ここに、 φ は任意のスカラー関数、 $\vec{\psi}$ は任意の3次元ベクトルである。ここで、ベクトルを平面2次元に限ると、極座標 (r, θ) における流速ベクトル (v_r, v_θ) は次式で与えられる。

$$(v_r, v_\theta) = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} - \frac{\partial\psi}{\partial r} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 v_r はレンジ方向（レーダの視線方向）の流速成分、 v_θ はアジマス方向の流速成分である。また、 φ は速度ポテンシャル関数、 ψ は流れ関数に対応する。いま考えているレンジ方向の流速成分と適切な境界条件を与えて、平面2次元流速場を推定する問題は、レンジ方向の流速成分 v_r を与えて、速度ポテンシャル関数 φ および流れ関数 ψ を推定することに相当する。しかしながら、レーダの視線方向の流速 v_r のみでは、これら2つの関数を唯一に決定することはできない。

そこで、1台の海洋レーダで取得できる計測情報をできる限り有効に利用して、2つの未知の関数である速度ポテンシャル関数 φ および流れ関数 ψ を決めることにする。そこで、レンジ方向の流速成分だけでなく、そのレンジ方向の微分値およびアジマス方向の微分値も次式のように近似的に得られるので、それらを用いることにする。

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{v_{r,j+1,j} - v_{r,j-1,j}}{2\Delta r} \dots\dots\dots (3)$$

1 正会員 工博 新潟大学教授工学部建設学科
2 新潟大学大学院自然科学研究科

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} = \frac{1}{r_i} \frac{v_{r,i,j+1} - v_{r,i,j-1}}{2\Delta\theta} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $v_{r,i,j} = v_r(i\Delta r, j\Delta\theta)$ 、 $r_i = r(i\Delta r)$ であり、 Δr はレンジ方向の距離分解能、 $\Delta\theta$ はアジマス方向の方向分解角度である。式 (3) および式 (4) の関係を用いれば、レンジ方向の流速成分と合わせて3平面での拘束条件が得られることになり、速度ポテンシャル関数 ϕ および流れ関数 ψ の空間勾配および曲率の拘束条件となり得る。

ここで、式 (2) より独立な2つの関係式を得るために、式 (2) の発散および回転をとると、次の関係式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial \phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{r^2 \partial \theta^2} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{r^2 \partial \theta^2} = -\frac{v_\theta}{r} - \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{r \partial \theta} \dots\dots\dots (6)$$

上の式 (5) および式 (6) は、流れに発散および渦度がある場合にも厳密に成立する関係式であり、流速ベクトル (v_r, v_θ) が与えられる場合には関数 ϕ および ψ が、あるいは逆に関数 ϕ および ψ が与えられる場合には流速ベクトル (v_r, v_θ) が算定できる相補的な関係にある。しかしながら、現在考えている問題は、 v_θ が未知であるので、この v_θ と ϕ および ψ との関係を規定する条件式が必要である。その関係式は、式 (2) を用いることが可能である。すなわち、

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \dots\dots\dots (7)$$

なる関係式を用いることで、式 (5) から式 (7) は閉じた方程式系となる。実際に、式 (7) を式 (5) および式 (6) に代入し、 v_θ を消去すると、関数 ϕ および ψ に関する2階の偏微分方程式が得られる。

ここで問題となるのが、どのような境界条件を用いるかである。境界条件として、式 (2) の関係を用いるのが合理的と考えられるが、 v_θ の値が未知なので、そのまま用いることができない。そこで、以下に示すように摂動法を用いた逐次解法によることにした。

一般に、3次元連続式から推察されるように、平面2次元流れの発散は平均水位の上昇速度と同程度であるので十分に小さく、また渦度に関してもそれほど大きくないと推測される。坂井ら (2007) は、有明海の流れをDBF海洋レーダを用いて測定し、流れの発散および渦度を算出し、発散と渦度の大きさは同じオーダーであり、そのピーク値が 10^{-4} のオーダーで、平均値は 10^{-5} のオーダーであるという結果を得ている。したがって、式 (5) および式 (6) の値も0とはならないが、十分に小さい 10^{-4} のオーダー程度であると推測される。

このように、流れの発散および渦度は十分に小さい量であるので、式 (5) および式 (6) の値の代表値をそれぞ

れ ε および δ と置くことにする。この微小パラメータ ε および δ を用いて、 ϕ 、 ψ および v_θ を摂動展開することにする。

$$\phi = \phi_0 + \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots\dots\dots (8)$$

$$\psi = \psi_0 + \delta \psi_1 + \delta^2 \psi_2 + \dots\dots\dots (9)$$

$$v_\theta = v_{\theta,0} + \varepsilon v_{\theta,1} + \delta v_{\theta,1} + \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 v_θ は発散および渦度が0でない成分が含まれるため、 ε および δ の2つのパラメータにより摂動展開されることになる。式 (8) から式 (10) を、式 (5) および式 (6) に代入すると、 ε の0次の関係式より非発散流れの近似解が、また δ の0次の関係式より渦なし流れの近似解が得られる。このようにして得られた近似解を用いて、境界条件を逐次修正しながら計算を行う。すなわち、関数 ϕ および ψ を解く際には、式 (2) を利用して

$$\frac{\partial \phi^{n+1}}{\partial r} = v_r - \frac{\partial \psi^n}{r \partial \theta}, \quad \frac{\partial \phi^{n+1}}{r \partial \theta} = v_\theta^n + \frac{\partial \psi^n}{\partial r} \dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial \psi^{n+1}}{r \partial \theta} = v_r - \frac{\partial \phi^n}{\partial r}, \quad \frac{\partial \psi^{n+1}}{\partial r} = -v_\theta^n + \frac{\partial \phi^n}{r \partial \theta} \dots (12)$$

なる関係の境界条件式を用いる。ここに、上添字の n は計算繰り返しステップ数を表す。ここで、平面2次元流速場の計算手順を取りまとめて、以下に記述する。

- (1) 観測値あるいは数値計算によって得られた結果より、レンジ方向の流速成分 v_r を求める。
- (2) 非発散流れを仮定し、式 (5) および観測値から得られる側方境界条件を用いて、アジマス方向の流速成分より v_θ を求める。
- (3) 式 (5) を用いて、逐次過緩和法 (SOR法) により速度ポテンシャル関数 ϕ を計算する。この計算に際して、境界条件は式 (11) を用いる。SOR法の繰り返し回数は、十分に収束したとみなせる200回とした。
- (4) 式 (6) を用いて、SOR法により流れ関数 ψ を計算する。この計算に際して、境界条件は式 (12) を用いる。同じく繰り返し回数は200回とした。
- (5) (3) および (4) で計算された ϕ および ψ を用いて、式 (7) より、アジマス方向の流速成分より v_θ を計算する。
- (6) (3) から (5) を繰り返し、 v_θ 、 ϕ および ψ の値が収束するまで計算を行う。

3. 数値シミュレーション結果とその考察

適切な境界条件およびレンジ方向の流速成分のみを用いて、海表面2次元流速場を推定する本研究の方法の精度を検証するために、速度ポテンシャル関数および流れ関数を設定し、渦なしおよび渦あり流れ等、様々な平面2次元流速場を作成し、レンジ方向の流速成分を抽出して、それを1台の海洋レーダによって観測された流速場として用いた。境界条件としては、別の海洋レーダにより片

図-1 渦あり流れの2次元流速場 (真値: CASE 3-1)

図-4 推定された流速場 (右側側方境界: CASE 3-1)

図-2 レンジ方向の流速成分 (CASE 3-1)

図-3 推定された流速場 (両側方境界: CASE 3-1)

渦あるいは両側の側線上の流速場は得られるものと想定し、その一部の境界線上ではアジマス方向の流速成分も与えられるものとした。その他の境界では、境界条件式

(11) および式 (12) を用いて流速場の推定を行った。

図-1は、渦あり流れの2次元流速場 (CASE 3-1) を示したものである。この流速場では、速度ポテンシャルおよび流れ関数を次式で与えて計算を行っている。

$$\phi(x, y) = -Uy + Vx + Ae^{-ky} \sin(kx) \quad \cdots \cdots (13)$$

$$\psi(x, y) = B \cos(kx) \sin(ky + \pi/2) \quad \cdots \cdots (14)$$

この流速場では、右側側方では、レーダの視線方向に対して直交する流れであり、左側ではレーダの視線方向に平行に近い流れが形成されている。この2次元流速場をもとに、レンジ方向の流速成分を抽出した結果を示したのが、図-2である。この図を見て分かるように、図-1の流れとはかなりかけ離れているように見える。図-2に示すレンジ方向の流速成分と境界条件として両側方のみのアジマス方向の流速成分を与えて、式 (5) から式 (7) を用いて推定された流速場を、図-3に示している。この図と真の流速場である図-1を比較すると、全体的にはほぼ同様な流れ場が再現されていることが分かる。しかしながら、よく見ると計算領域中央部付近では、推定値の方がやや流速が小さくなっているのが分かる。

境界条件の与え方の影響を調べるために、右側の境界だけにアジマス方向の流速を取り入れた境界条件を採用した場合の流速場の推定結果を、図-4に示している。この図においても、中央部の流速場がやや小さい値となっているが、左側の流速場がかなり再現されており、特に方向はほぼ真値と一致している結果が得られている。

図-5は、同じく渦あり流れ (CASE 3-2) であるが、横軸に平行な流れが卓越した流れを再現したものである。さらに、流れの特徴として、レーダにより近いほど流速が大きくなる傾向があることである。この流れのレンジ方向の流速成分を、図-6に示している。この図の中央部付近では、レンジ方向の流速がほぼ0となっており、左右

図-5 渦あり流れの2次元流速場（真値：CASE 3-2）

図-8 推定された流速場（右側側方境界：CASE 3-2）

図-6 レンジ方向の流速成分（CASE 3-2）

図-7 推定された流速場（両側方境界：CASE 3-2）

図-9 渦あり流れの2次元流速場（真値：CASE 4-1）

図-10 レンジ方向の流速成分（CASE 4-1）

でその流速成分の値が逆となっている流れである。このような流れ場に対して、両側方の境界条件を与えて流速場を推定した結果が、図-7である。真の流速場である図-5

とはほぼ同じ流れのパターンを示しているが、レーダから遠く離れた位置で少し流速が大きく推定されている。一方、右側境界のみにアジマス方向の流速成分を用いた境

図-11 推定された流速場 (両側方境界: CASE 4-1)

図-12 推定された流速場 (右側側方境界: CASE 4-1)

境界条件を使用した場合には、図-8に示すように中央部の流速の大きさがやや小さくなっている傾向にあるが、基本的な流れのパターンはほぼ再現されているようである。

流れの変化がより大きい場合の本手法の適用性を調べるために、急激に流れが変化する流速場を再現したのが、図-9である。この流れに対するレンジ方向の流速場を図-10に、両側および右側の境界条件を与えて推定された流速場を、それぞれ図-11および図-12に示している。このようにビーム毎に流れの変化が顕著に現れる場合には、全体的な流れのパターンは、真値の図-9と類似しているものの、境界におけるアジマス方向の流速成分の推定誤差が含まれていることや、式 (3) および式 (4) で示されるレンジ方向の流速の空間微分値の推定誤差も加わることから、推定された流速場には有意な誤差が認められる。このため流れの変化が大きい場合には、ある境界線上のアジマス方向の流速だけでなく、より多くの地点の観測データを用いて、平面2次元流速場を推定する必要があると考えられる。

4. 結論

本研究では、海洋レーダのレンジ方向の流速成分と適切な境界条件を用いて、海表面2次元流速場を推定する方法を開発し、数値シミュレーションによりその精度を検証した結果、以下の事柄が明らかとなった。

- (1) 発散および渦度のある流れに対して、ポテンシャル関数と流れ関数を用いて流速場が表現されることを示し、観測されたレンジ方向の流速成分 v_r およびその r 方向および θ 方向の微分値を用いた連立方程式を導き、平面流速場を推定する方法を開発した。
- (2) 渦なしの流れに対して、レンジ方向の流速成分および両側方および片側境界条件のみを与えて、平面2次元流速場を推定した結果、全体的には真値とほぼ一致する結果を得ることができた。
- (3) 渦あり流れに対して、レンジ方向の流速成分と両側あるいは片側の側方境界条件を与えた場合においても、全体的な流れのパターンは真値とほぼ一致した結果が得られたが、境界条件が未知の領域付近において、やや有意な誤差が生じていた。
- (4) 適切な境界条件とレンジ方向の流速成分のみから平面流速場を推定する本手法は、両側の側方境界条件に観測されたアジマス方向の流速成分を用いることによって、渦あり流れの流速変化が小さい場合には、比較的精度よく流速場が推定できることが分かった。
- (5) 急激に流れが変化する渦あり流れの場合、推定された流速場には有意な推定誤差が認められた。この誤差は、推定されたアジマス方向の流速の誤差に起因するものと考えられ、このような場合には、より多くの地点の観測データを用いて、流速場を推定する必要がある。

参考文献

- 泉宮尊司・今井達也 (2005): 海洋レーダによる海表面流速場を用いた津波のリアルタイム予測に関する研究, 海岸工学論文集, 第52巻, pp.546-550.
- 坂井伸一・坪野考樹・多田彰秀・染谷真作・竹之内健太・水沼道博 (2007): 内湾域における水平流動機構解明に対するDBF海洋レーダの適用性に関する研究, 水工学論文集, 第51巻, pp.1439-1444.
- 徳田正幸・久木幸治・大野裕一 (1993): 短波海洋レーダによる流れと波浪の計測 (2), 海岸工学論文集, 第40巻, pp.126-130.
- 藤井智史 (2001): 陸上設置型レーダによる沿岸海洋観測, 第1章, 1.3節, 海洋観測レーダの歴史, 土木学会, pp. 5-9.
- Barrick, D.E.(1972): First-order theory and analysis of MF/HF/VHF scatter from the sea, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, AP-20, No.1, pp. 2-10.
- Nadai, A., H. Kuroiwa, M. Mizutori, and Sakai, S. (1999): Measurement of ocean surface currents by the CPL HF ocean radar of EMCW type, Part 2, Jour. of Oceanography, Vol. 55, No.1, pp. 13-30.