カルテシアン・カットセル法による 津波伝播計算

安田 誠宏¹・小西 秀誉²・間瀬 肇³・森 信人⁴・Clive G. MINGHAM⁵

¹正会員 京都大学助教 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: tomo@oceanwave.jp

²西日本旅客鉄道(株) 大阪工事事務所 (〒531-0071 大阪市北区中津1丁目1番1号)

E-mail: engan.konishi@gmail.com

³正会員 京都大学教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: mase.hajime.5c@kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 京都大学准教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: mori@oceanwave.jp

⁵Professor, Department of Computational Hydraulics, Manchester Metropolitan University

(All Saints, Manchester M15 6BH, UK)

E-mail: c.mingham@mmu.ac.uk

大都市沿岸における海岸線は、幾度となく繰り返された埋め立てや、海に流れ込む河川や運河があり、複雑な形状を成している。このような複雑な地形境界を含む領域において、津波の伝播・変形の数値解析を行う場合には、推算精度確保のために細かい計算格子が必要で、計算時間が増大する。本研究では、直交格子のカルテシアン・カットセル法を津波伝播計算に適用し、水理実験結果と比較を行った。カルテシアン・カットセル法を用いることにより、複雑な地形形状であっても通常のメッシュサイズで津波の数値解析の精度を十分に確保し得ることを検証した。

Key Words : tsunami simulation, Cartesian cut cell method, complex coast line, mesh size effect

1. 序 論

波動の数値計算手法に多く用いられる直交格子法の多くは、複雑な地形に対して階段状の近似をするため、海岸線の空間変化の程度にあわせた非常に小さな格子を必要とする。数値流体力学(CFD)の分野では、任意形状の物体を取り扱えるように様々な境界処理手法が検討されており、カルテシアン・カットセル法はその一つである(例えば、朴・黒田¹⁾)。カルテシアン・カットセル法は、直交格子内に境界の位置情報を保有し、サブピクセル内の地形変化を線形もしくはこれ以上の精度で正確に捕獲できるため、海岸線の空間変化よりも格子サイズを小さくする必要がない。海洋モデルに適用された例²⁾はあるが、海岸工学分野における先行研究は見当たらない。

本研究では、カルテシアン・カットセル法の簡便かつ高精度な地形再現性に着目して、津波の伝播計算に適用する。近年の大都市沿岸においては、埋立地の造成によ

る開発が進められ、また、幾重にも分岐した河川の河口や運河が存在しており、地形が複雑化している。このような現状での沿岸に到達する津波の予測においては、広域的な計算だけでなく局所的な現象も再現する必要がある。一般的な直交格子座標系での津波伝播計算においては、直交格子に対して斜めや曲線の地形は、階段状に近似表現される。海陸境界の近似による誤差を小さくし、沿岸に到達する津波の予測精度を上げるためには、格子間隔を細かくすることが望ましいが、これは計算格子数の増加、すなわち計算時間の増大に繋がる。また、曲線座標を用いると自然地形の再現性は良くなるが、直線を多く含む都市部の埋め立て地の表現については、依然として問題が残る。安田・平石³⁾はVOS (Volume Of Solid) モデルと呼ばれる、格子内部に存在するVOS値と格子境界上の面積率を用いて構造物の形状表現をする方法を用い、航空機によるLIDARデータとVOSモデルにより詳細な地形データを作成し、臨海都市部における浸水氾濫計算を

精度良くできることを示した。しかし、この方法は計算負荷が非常に高いため、広域の津波計算には向いていない。一方、カルテシアン・カットセル法では、直交格子座標を用いても同一の解像度に対して境界の形状を表現する精度が大幅に向上するため、計算時間を大幅に増加することなく、複雑な沿岸地形の再現が可能になる。これは、津波予測を行う際に、都市沿岸域での局所的な地形要因による増幅や減衰の予測に関して大きなメリットになる。

こうした特徴を有する数値解析プログラムを用い、実験結果や従来の直交格子を用いた計算モデルによる計算結果、理論結果との比較を通じて、従来直交モデルとの違いおよび再現精度の検討を多角的に行う。最後に、都市沿岸域を想定した複雑地形下での適用を試み、実地形への適用可能性を確認する。

2. 数値解析モデル

本研究では、カットセル法を用いた2次元浅海長波方程式の数値解析モデル AMAZON-CC⁴⁾を用いて津波伝播計算を行う。AMAZON-CCはManchester Metropolitan大学で開発された2次元浅海長波の解析モデルである。以下に、その概要を示す。

(1) 支配方程式

数値解析に用いる方程式は、Navier-Stokes 方程式を海底から水面まで鉛直に積分した運動方程式と連続式である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = Q_s + \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \quad (1)$$

ここで、

$$U = \begin{bmatrix} \phi \\ \phi u \\ \phi v \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \phi u \\ \phi u^2 + \frac{\phi^2}{2} \\ \phi uv \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \phi v \\ \phi uv \\ \phi v^2 + \frac{\phi^2}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Q_s = A + B + C + D \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ f v \phi \\ -f u \phi \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{\rho} \tau_{xw} \\ \frac{g}{\rho} \tau_{yw} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g}{\rho} \tau_{xf} \\ -\frac{g}{\rho} \tau_{yf} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi g b_x \\ \phi g b_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

である。すなわち、 F と G は対流フラックスベクトル、 A はコリオリ力、 B は海面せん断応力、 C は底面せん断

応力、 D は重力項で、 Q_s は外力項である。粘性フラックスベクトル F_v と G_v は、次式で与えられる。

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} \frac{\phi}{\rho} \\ \tau_{yx} \frac{\phi}{\rho} \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \frac{\phi}{\rho} \\ \sigma_{yy} \frac{\phi}{\rho} \end{bmatrix} \quad (5)$$

なお、 f はコリオリ力、 g は重力加速度、 ρ は水の密度、 u と v は x 方向および y 方向の速度、 ϕ は位置エネルギー(= gh , h は全水深)、 τ_{xw} と τ_{yw} は x 方向および y 方向の海面せん断応力、 τ_{xf} と τ_{yf} は x 方向および y 方向の底面せん断応力、 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} , τ_{yx} は垂直応力とせん断応力、 b_x および b_y は底面勾配である。

浅水変形に伴う衝撃波捕獲のため、リーマンソルバーを用いる。これにより、格子間の物理量が不連続であっても、その近似解を求めることが可能になり、不連続な現象を解析できる(例えば、下園ら^{5,6)})。リーマンソルバーを導入するために、式(1)を双曲型の積分形に書き換える。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A U dA + \oint_S H \cdot ndS = \int_A Q_s dA + \oint_S H_v \cdot ndS \quad (6)$$

ここで、 $H = \langle F, G \rangle$, $H_v = \langle F_v, G_v \rangle$, A は領域 S によって閉じられた空間である。粘性項とソース項は本研究では考慮しないので、次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \oint_S H \cdot ndS = 0 \quad (7)$$

ここで、

$$H = \begin{pmatrix} \phi v \\ \phi uv + \frac{1}{2} \phi^2 i \\ \phi uv + \frac{1}{2} \phi^2 j \end{pmatrix} \quad (8)$$

である。式(6)の離散化に関しては、Godunov タイプの2段階高解像度風上差分スキームである MUSCL-Hancock 有限体積法を適用する。詳細は、元論文⁷⁾を参照されたい。

(2) カットセルの取り扱い

a) カットセルの定義

カットセルとは、対象領域の地形形状によって、一つの格子内に流体領域と固体領域が混在するような計算格子のことである。図-1に示すように、カットセルの種類は、固体領域と流体領域の境界線の勾配によって大きく4種類(象限)に分けられる。さらに、流体と固体の境

 (1) Sub-Type One 1st quadrant ($0^\circ < Q \leq 90^\circ$)

 (2) Sub-Type Two 2nd quadrant ($90^\circ < Q \leq 180^\circ$)

 (3) Sub-Type Three 3rd quadrant ($180^\circ < Q \leq 270^\circ$)

 (4) Sub-Type Four 4th quadrant ($270^\circ < Q \leq 360^\circ$)

 図-1 カットセルの種類 (白は固相, グレーは液相を示す. 境界線の勾配 Q により(1)~(4)に分類され, セルのどの2辺を通るかでさらに4つに分類される)

図-2 カットセルと勾配計算方法の概念図

境界線がセルのどの2辺を通るかの違いから, 細かく4種類に分類される. これらカットセルの位置情報は, 境界線の進入角度と位置により決定され, 境界と格子の辺上の位置座標として保存される. 以上の手続きをもってカットセルは決定され, 境界の近似が完了する. 境界適合格子のような座標変換の処理を必要としないため, 簡便なスキームとなる.

b) カットセル内の計算方法

空間に対して2次の精度を保つために, 流体部分の勾配の計算には中央差分を用いる. オーバーシュートやアンダーシュートを防ぐため制限関数を用いる. カットセルには特別な勾配計算が必要である. 図-2を用いて, カットセルにおける勾配計算方法について説明する.

固体境界を反射条件とし, 以下の式にしたがって, 隣接する固相セル R の値を仮想的に定義する.

$$\left. \begin{aligned} \phi_R &= \phi_{ij} \\ v_R &= v_{ij} - 2(v_{ij} \cdot n)n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

カットセル (i, j) における物理量の勾配は, 流体部分の物理量と式(9)で定義した仮想セル R の物理量のそれぞれの勾配を用いて求める. この2種類は以下の式によって, 別々に計算される. 流体部分は,

$$U_x^f = L \left(\frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}}, \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) \quad (10)$$

$$U_y^f = L \left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}, \frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) \quad (11)$$

であり, $\Delta x_{i+1/2,j} = x_{i+1,j} - x_{i,j}$, $\Delta y_{i,j+1/2} = y_{i,j+1} - y_{i,j}$ である. 仮想セル R では,

$$U_x^s = L \left(\frac{U_R - U_{i,j}}{\Delta x_{i,R}}, \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) \quad (12)$$

$$U_y^s = L \left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}, \frac{U_{i,j} - U_R}{\Delta y_{j,R}} \right) \quad (13)$$

であり, $\Delta x_{i,R} = x_R - x_{i,j}$, $\Delta y_{j,R} = y_{i,j} - y_R$ である. L は制限関数であり, 以下のいずれかを用いる.

1. The Superbee limiter⁸⁾

$$L(a, b) = s \cdot \max[0, \min(2|b|, s \cdot a), \min(|b|2s, a)] \quad (14)$$

ただし, $s = \text{sign}(b)$ である.

2. The van Leer limiter⁹⁾

$$L(a, b) = \frac{a|b| + |ab|}{|a| + |b|} \quad (15)$$

それぞれの勾配計算が行われた後に, 式(9)~(13)を用いて, カットセルにおける勾配が, 辺の長さの平均値として次式で求められる.

$$U_x = \frac{\Delta y_s U_x^s + \Delta y_f U_x^f}{\Delta y} \quad (16)$$

$$U_y = \frac{\Delta x_s U_y^s + \Delta x_f U_y^f}{\Delta x} \quad (17)$$

ここで, $\Delta y_f = |AB|$, $\Delta x_s = |BC|$, $\Delta y_s = |CD|$ および $\Delta y_f = |DE|$ である. Δx と Δy はカットされていないセルの x 方向および y 方向の辺の長さである. $\Delta x_f + \Delta x_s = \Delta x$ か $\Delta y_s + \Delta y_f = \Delta y$ の時, $\Delta y_s = 0$ ならば $\Delta y_f = \Delta y$ となり, $U_x = U_x^f$ が成り立つ. 逆に, $\Delta y_f = 0$ ならば $\Delta y_s = \Delta y$ となり, $U_x = U_x^s$ が成り立つので, U_x と U_y はカットセルの勾配ベクトルの構成要素であるといえる.

$$\nabla U_{i,j} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} \quad (18)$$

図-3 1格子未満の地形データの再配置

図-4 先端部の地形データの再配置

上式の勾配ベクトル $\nabla U_{i,j}$ が設定できれば、再構成された解ベクトル $U(x, j)$ は、以下の式によってカットセル内のいかなる位置においても算定することができる。

$$U(x, j) = U_{i,j} + r \cdot \nabla U_{i,j} \quad (19)$$

ここで、 r はセル中央から固体境界への法線距離ベクトルである。

c) ダブルカットセル問題

詳細な地形データの解析を行う際に、a) のようにカットセルの判定を行うと、分類されたグループに属さないセルが生成されることがある。例えば、図-3および図-4のようにセル幅に満たないような細長い地形や、鋭角な地形の先端付近のような、セルが2回以上カットされる場合である。オリジナルのAMAZON-CCでは、これらのダブルカットセルに関する処理はなされないため、地形が複雑な条件では解析ができない。そこで、著者らはこの問題を回避するための地形の再配置処理方法を考案した。以下に、その方法を述べる。

まず、細長い地形に関する処理方法について説明する。AMAZON-CCでは、地形境界は x, y 座標のデータポイントの組で定義される。この座標を格子点上に配置することにより、セル幅に満たない細い地形は少なくとも1セル以上の幅をもつように修正できる。すなわち、図-3の i) のような地形の場合、細長い地形境界によって格子Aはダブルカットセルになる。ここで、点を図-3の ii) のように再配置することでダブルカットセルの生成を回

避した。なお、地形データの再配置は移動距離が最短となるようにした。

次に、鋭角な地形の先端部の処理に関して説明する。基本的な考え方は、先端を丸め込む方式である。図-4の i) のような地形の場合、辺 ab と ac が格子Aを貫き、ダブルカットセル問題が起こる。そこで、図-4の ii) のように点 a' 、 a'' を追加することで先端を鈍らせることにより、ダブルカットセルが生成されないようにした。ここで、「鋭角な先端」という判定は、点 a に対する b, c の位置関係によって行った。すなわち、辺 ab と辺 ac において、点 a と点 b の x 座標の差と点 a と点 c の x 座標の差が同符号、かつ点 a と点 b の y 座標の差と点 a と点 c の y 座標の差が同符号である場合、上記のような処理を行う。

以上の処理によって、複雑な地形形状であっても、カルテシアン・カットセル法による解析を行うことが可能になった。しかしながら、あくまでも解析をできるようにするための処理であり、ダブルカットが生じるような1セル未満の詳細な地形は無視されてしまうため、解析の際には適切な格子幅を考慮しなければならない点に注意が必要である。

3. カットセル法による津波計算と精度検証

AMAZON-CCによる津波の伝播変形計算についての解析精度を、水理模型実験や非線形長波モデルによる解析

結果および理論値と比較することによって検討する。

まず, (1)で島への津波の遡上・回折を想定して, 実験結果との比較を行った。実験は, 平面水槽の中心に円錐型の地形を配置したもので, 主に回折現象の再現を目的として行われたものである。

(2)では, カットセルによる解析精度向上の確認を目的として, 湾地形を対象にAMAZON-CCでカットセルを用いた場合および用いない場合の解析結果を比較した。津波の増幅に関して微小振幅波理論値との比較を行った。

(3)では, 分岐水路への津波の侵入を想定した実験結果との比較を行った。同時に, 従来の直交格子法の実線形長波モデルを用いて, カットセルの有用性を確認した。

続く, (4)の合流水路への津波の侵入を想定した実験結果との比較も同様の目的であるが, より非線形性が強い現象となるため, AMAZON-CCに導入されているリーマンソルバーの検証も目的とした。

最後に, (5)で都市沿岸部を想定した, より複雑なモデル地形を対象に, 実地形への適用性を検討した。

(1) 島への津波の遡上と回折

a) 実験条件および解析条件

解析精度の検証のための実験結果は, Liu et al.¹⁰⁾によるデータを用いた。図-5 は実験水槽の平面図で, 島の位置および波高計設置位置を示したものである。図中の番号は, 設置された波高計番号を示している。実験水槽中央に設置された, 島を模した円錐台の地形の断面図を図

図-5 検討対象地形 (島)

図-6 島の断面図

図-6 に示す。一様水深部は 0.32m である。図-5 の矢印の方向に孤立波を起こした。孤立波の波高水深比は 0.1 であった。詳細な実験条件を表-1 に, 波高計の座標を表-2 に示す。実験領域の周囲には, 反射波吸収帯が設置されている。

AMAZON-CC による解析も実験と同条件で行い, 領域境界は透過境界とし, 反射波が生じないようにした。

b) 結果および考察

Liu et al.¹⁰⁾の実験で得られた実測値と解析波形を比較したものを図-7 に示す。波高計 2 は, 初期波形を表している。波高計 2 と 5 の波形から, 孤立波があまり変化することなく伝播していることがわかる。波高計 6~8 の波形から, 遡上域での波の挙動や回折は十分な精度で再現できていることがわかる。ただし, 引き波時の水位低下に関しては差がみられる。実験では, 遡上域の波高計 6 の時刻 15s 付近において引き波が観測されているが,

表-1 実験および計算条件 (島)

領域		30×25 (m)
セル数		300×250
水深		0.32 (m)
入射波（孤立波）	最大波高／初期水深	0.1
	最大波高	0.032 (m)

表-2 波高計位置座標 (島)

地点	座標 (x,y) (m)	地点	座標 (x,y) (m)
1	(12.75, 6.85)	5	(15.00, 9.40)
2	(14.25, 6.85)	6	(15.00, 10.40)
3	(15.75, 6.85)	7	(17.58, 13.00)
4	(17.25, 6.85)	8	(15.00, 15.60)

図-7 波形の時間変化 (島)

AMAZON-CC では再現されていない。このような差異はみられるが、すべての観測点において、波形や押し波時のピークは実験結果とほぼ一致しており、満足できる計算精度であることが確認できた。

(2) 湾に侵入する津波の増幅

a) 解析条件

カットセルの地形再現性と格子幅および波形への影響を明らかにするために、湾状の地形へ伝播する津波の解析を行った。解析は、図-8 に示す領域を対象とした。カットセルによる地形再現性向上の効果について検証するため、カットセルを用いた場合と用いない場合に関して、それぞれ格子幅を 0.5m, 0.25m および 0.125m, セル数を 10×10, 20×20 および 40×40 とした 6 ケースの解析を行った。すべての解析で、水深は 0.1m で一様とし、入射波はできるだけ微小振幅波の仮定になるように、振幅 0.05m, 周期 2s の正弦波の半分を用いた。ケースごとの解析条件を表-3 に示す。

b) 振幅増幅

解析結果の妥当性を検証するため、微小振幅波理論に基づく Green の公式と比較した。振幅の変化は次式によって与えられる。

$$H_1 = H_0 (h_0 / h_1)^{1/4} \cdot (b_0 / b_1)^{1/2} \quad (20)$$

ここで、 H は振幅、 h は水深、 b は湾の幅である。添字の 0 は湾口、1 は湾奥をそれぞれ示している。湾口の幅 $b_0=5.0\text{m}$ 、湾奥の幅 $b_1=1.0\text{m}$ 、入射振幅 $H_0=0.05\text{m}$ 、水深は $h_0=h_1=0.1\text{m}$ で一定という条件より、湾奥での振幅の理論値は $H_1=0.112\text{m}$ と求められる。

図-8 検討対象地形 (湾)

表-3 解析条件 (湾)

CaseNo.	1	2	3	4	5	6
セル数	10×10	10×10	20×20	20×20	40×40	40×40
格子幅(m)	0.5	0.5	0.25	0.25	0.125	0.125
カットセル	On	Off	On	Off	On	Off

c) 結果および考察

はじめに、図-9 に示した計算領域中央における y 方向の津波振幅に関して考察する。Case 1 と 2 では、カットセルの効果はほとんどみられない。これは、計算格子が粗いためと考えられる。湾奥の $y=4.5\text{m}$ 地点での最大値に関しても、理論値の半分以下の値となっており、このことから十分な計算格子の大きさでないことがわかる。Case 3 と 4 では、湾奥付近で差違が顕著にあらわれている。Case 3 ではカットセルの使用により、湾の斜辺部分がなめらかに表現されていることで、湾奥への波の集中が再現できたものと考えられる。一方、Case 4 では、斜辺部分の階段状近似による影響のために、各格子で反射が起こり、湾奥へ向かう波が分散したために、湾奥での波が小さくなった。また、図-9 での $y=2.5\text{m}$ から 3.5m 付近までの差違は、反射波によるものと考えられる。Case 3 では、湾奥へ波が集中したことでその反射波も大きくなった反面、入射波が分散した Case 4 では、水位が小さくなったと考えられる。湾奥の最大値に関しては、Case 3 が理論値の約 0.7 倍、Case 4 が約 0.5 倍とカットセルによる地形の再現性向上の効果があらわれている。ただし、カットセルを用いた Case 3 に関しても、理論値との差違はまだ大きく、計算格子が粗いと考えられる。

Case 5 と 6 では、湾奥付近での差違がより顕著となっている。これは、Case 3 と 4 でみられた差違と同様に、カットセルによって波の伝播・集中が高精度で再現されていることに起因している。図-10 に示した、湾奥に到達した時の波高の平面分布からも明らかである。また、最大値に関しては、Case 5 が式(20)で表される理論値の約 1.1 倍であるのに対して、Case 6 が約 0.7 倍とカットセルの優位性が顕著となった。ここで、Case 5 が理論値を超えた要因としては、カットセル上での計算部分の実波高との誤差が積算されたことが考えられる。もしくは、波の前傾化により、湾奥部への最大波の到達時間が実現象よりも早まったために、中央部での波の集中が強まった。

図-9 計算領域中央における最大波高の変化 (y 方向)

図-10 湾奥集中時の波高の平面分布

図-11 湾の斜辺における最大波高の変化 (x方向)

たことも要因と考えられる。ここで、領域中央上の一点ではなく、湾奥全体での最大値を平均すると 0.095 m となり、理論値を若干下回る。このことから、理論値を超えた要因は、後者の波の前傾化によるものである可能性が高い。以上の比較により、カルテシアン・カットセル法の地形再現性の向上が、計算精度を大きく向上させることを確認できた。

図-11に Case 3～6の湾の斜辺における x 方向の最大波高の空間分布を示す。斜辺中央部で波の集中が確認できる。解像度の高い Case 5 および 6 では共に、斜辺中央部に波が集中し、その波が壁面に沿って湾奥へと伝播し、湾奥中央部で振幅増大を引き起こす傾向がよくわかる。この傾向は、Case 5 と 6 よりも解像度の低い Case 3 では、カットセルの効果によりあらわれているが、Case 4 では生じていない。さらに、Case 4 と Case 6 との差異は小さいが、解像度が Case 6 の半分しかない Case 3 でも、カットセルを用いたことで同等の再現精度を保っていることがわかる。これらの比較によっても、カルテシアン・カットセル法による計算精度の向上が確認できた。

図-12 湾奥における最大波高と解像度の関係

最後に、領域解像度とカットセルの効果を明確にするために、格子幅を 0.0625 および 0.03125 、セル数 80×80 および 160×160 とさらに解像度の高いケースを追加して考察を進める。まず、地形解像度と湾奥での波高の理論値の関係を図-12に示す。縦軸は波高 H を理論値 H_{theory} で正規化した値である。セル数を 160×160 としたケースでは、カットセルを使用するかどうかに関わらず、結果が一致していることがわかる。よって、この値が解像度増加に伴う精度向上の収束値と考えられる。カットセルを使用した場合、セル数が 80×80 であっても収束値に近い値が得られている。一方、カットセルを使用しない場合、 80×80 セルでは収束値には達していない。カットセルを使用することで、1割程度の精度向上が確認できた。このことから、カットセルによる地形再現性向上によって地形解像度を節約することができることがわかる。ここで、理論値は線形であるため、波峰線が歪むことなく、湾奥部で等しく増大すると仮定される。しかしながら、解析値は非線形であるため、湾奥での波高最大値に関して、理論値との差異が生じたものと考えられる。また、解析値は湾奥にあるセルに関して、解析時間中の最大波高の平均としているために、解析結果の収束値が理論値よりも大きくなったものと思われる。

以上のことから、壁境界が格子に沿わない場合について、カルテシアン・カットセル法により地形再現に要する空間解像度が節約可能であることがわかった。

(3) 分岐する水路への津波の伝播

a) 実験条件および解析条件

図-13のような、河川への津波の遡上を想定した地形を対象に、実験結果および非線形長波モデル¹¹⁾を用いて AMAZON-CC の精度検証を行った。領域は $16 \times 11\text{ m}$ 、水深は 0.237 m で一定とし、波高水深比 0.18 の孤立波を入射波として実験を行った。また、図-13に示す WG1～10 に波高計を設置した。AMAZON-CC を用いた数値解析は、実験スケールと同様の解析領域・解析条件で行った。セル数は 160×110 とした。なお、非線形長波モデ

図-13 分岐水路と波高計位置 (WG1, 2, 6, 7, 8, 10 を結んだ直線を検証ラインとする)

ルの解析に関しては、フルード相似則を用いて領域や入射波等を変換した。なお、結果に関しては、無次元化を行うことで同様に評価できるよう配慮した。

b) 実験との比較結果と考察

実験結果と AMAZON-CC および非線形長波モデルによる計算結果とを比較した結果を示す。カットセルの適用効果が期待される地点において、解析精度に対する検証を行うために、波高計 1, 2, 6, 7, 8 および 10 を結んだライン上の最大波高を図-14 に示す。空間的な波高変化について AMAZON-CC と実験値を比較すると、波高計 10 に関しては、若干の差異が認められるが、その他の点では概ね一致した。しかし、破線で示した非線形長波モデルは、入射直後から減衰が著しかったため比較できなかった。これは、非線形長波モデルでは、格子間隔が粗過ぎるために、解析できなかったものと思われる。そこで、非線形長波モデルとの比較は、後述するもう一つの解析条件のもとに行うこととした。

図-15 に、AMAZON-CC による解析結果の平面波高分布の 3 秒毎の時間変化を示す。(a)は流入直後の様子である。(b)において、流入した波が分岐した上部水路へ流入し、(c)で斜めの水路部分を滑らかに伝播していくのがわかる。(d)で上部水路の上端で反射した波が確認できる。また、目視ではあるが、平面分布に関して、実験結果との大きな違いはみられなかった。

より詳細な検討をするために、波高計 1~10 における AMAZON-CC と実験結果の波形の時間変化を、図-16 に示した。実線が解析値、破線が実験値である。まず、下部水路の直線部分の波高計 1~5 に注目する。波高計 1 は流入部であり、反射の影響もないため完全に一致している。波高計 2 に関しては、やや波形が前傾化しているが、ピーク値は一致している。波高計 3 に関しては、引き続き波形が前傾化している。また、実験で波峰が 2 つに分かれている波を再現できていない。この波は、一つ目の波峰が直接波、二つ目の波峰が上部水路の斜面での反射波と思われる。このような反射波は AMAZON-CC

図-14 分岐水路における最大波高の分布

図-15 分岐水路における波高の時系列平面分布 ((a)~(f)は 3 秒後から 3 秒毎)

では明確には再現できなかった。AMAZON-CC に分散項が入っていないこと、分岐部分の先端地形の処理の問題の可能性などが要因として考えられる。しかし、波高に大きな差はなく、全体の解析精度に影響するような事象ではないと考える。波高計 4 でも、同様の現象が起きているが、こちらも波高のピーク値は概ね再現できている。波高計 5 では、AMAZON-CC でも波形および波高のピーク値をよく再現できた。

次に、下部水路から上部水路への分岐地点から上部水路の終端までの波高計 6~10 に注目する。波高計 6 でも、波高計 3 にみられたような反射波があるが、この反射波は再現されている。波高のピーク値と大まかな波形は再現されており、実用的な解析精度を有しているといえる。波高計 7 では、波高計 6 と同様に、精度よく再現されている。波高計 8 に関しては、上部水路壁面での反射波が再現されている。波高計 9 および 10 では、反射波の影響により波形が多少乱れているものの、波高は一致している。

図-16 分岐水路の波高計位置における波高の時系列 (実線：解析値, 破線：実験値)

図-17 非線形長波モデルの解析領域 (分岐水路)

表-4 波高計位置座標 (非線形長波モデル)

地点	座標 (m)	地点	座標 (m)
A	(250 , 1250)	F	(4500 , 3000)
B	(3250 , 1250)	G	(5500 , 3750)
C	(7750 , 1250)	H	(5500 , 4750)
D	(2750 , 2000)	I	(7750 , 4250)
E	(3750 , 2000)		

波高計における比較全体を通して、位相のずれはなく、波形および波高のピークは概ね一致していた。さらに、実験の壁面が内側が木材、外側が金属、底面がコンクリートと、粗度や剛性が異なっていることを考慮すると、解析での分岐波の再現精度は十分と考える。

c) 非線形長波モデルとの比較

図-17 のように領域を拡大した地形を用いて、非線形長波モデルによる計算結果と比較した。A～I の位置で時間波形を比較した。詳細な位置を表-4 に示す。ここで、領域は $8000 \times 5500\text{m}$ 、水深 30.0m 、セル数 320×220 、入射波として振幅 2.0m 、周期 600s の正弦波一波長を用

図-18 分岐水路の波高計位置における波高の時系列 (実線：AMAZON-CC, 破線：非線形長波モデル)

いた。今回の解析では、フルード則による変換は行っていない。

図-18 に A, C, D, F, G, H での時系列波形を示す。時間は入射波の 1 周期 600s で、波高は振幅 2.0m で正規化し無次元化してある。入射直後の A では、双方とも一致している。直線部分の B, C では、AMAZON-CC と比較し

て、非線形長波モデルによる波の伝播が徐々に遅れている。入射波に長波近似が成り立つことから、理論的な波速は $\sqrt{gh}$ で求めることができ、約17m/sである。これによると、C地点への到達時間は時間は約470s、無次元化すると約0.8でAMAZON-CCの到達時間と一致する。さらに、実験結果との比較でも、AMAZON-CCに波速の遅れはみられなかったことから、非線形長波モデルの位相速度の再現性にやや問題があると考えられる。しかし、波形は双方ほとんど一致している。分岐部分の入り口に当たるD、Eでは、時間的なずれはみられるものの、ほぼ等量の波が流入している。分岐水路をさらに進んだ、Fでは、非線形長波モデルの波形が平坦化し、波高もAMAZON-CCに比べて減少している。これは、水路の斜辺部分で地形が階段状に近似されることによる波の乱れが影響したのではないかと考えられる。上部分岐水路の壁面での反射が確認できるGでは、非線形長波モデルで、Fでも確認できた斜辺での波の乱れによって波高が下がり、波が平坦化している。一方、波が回り込むHでは、それほどの相違はみられない。波峰到達後にも波が少し遅れてきている様子が、非線形長波モデルの1.75s付近で確認できる。上部分岐水路の終端Iでは、非線形長波モデルでは、波形がかなり乱れており、地形再現性の低さによる影響と考えられる。AMAZON-CCでは、波形の乱れもなく、時間的な遅れもみられない。以上の結果より、非線形長波モデルに対するAMAZON-CCの優位性が確認できた。

(4) 合流する水路を伝播する津波の変形

a) 実験条件と解析条件

津波の合流を想定した地形で、実験結果および非線形長波モデルを用いて、AMAZON-CCの精度検証を行った。検討対象地形と波高計位置(WG1~9)を図-19に示す。領域は16×11m、水深は0.239mで一定とし、波高水深比0.20の孤立波を入射波として実験を行った。AMAZON-CCによる解析は、実験と同様に行い、セル数は160×110とした。ただし、結果の波高は、入射波の最大波高0.0478mで正規化している。

図-19 合流水路と波高計位置

b) 結果と考察

図-20にAMAZON-CCによる解析結果の平面波高分布の時系列を示す。平面分布に関しては、実験結果との明らかな差異は認められなかった。

次に、図-21に波高計1,2,3,5,8および9を結んだラインAと波高計1,2,4,5,8および9を結んだラインB上の最大波高を示す。(a)のラインAについて、波高計2,9に関しては差異が認められるが、その他の点では概ね一致している。(b)のラインBについて、波高計2の計算値は、2メッシュ隣の格子での値を示した。(a)では波高が一致していなかったものが、(b)では実験値とほぼピー

図-20 合流水路における波高の時系列平面分布 ((a)~(f) は3秒後から3秒毎)

図-21 合流水路における最大波高の分布 (上図：ラインA、下図：ラインB)

図-22 合流水路の波高計位置における波高の時系列（実線：解析値、破線：実験値）

クが一致している。これより、精度の高い解析が行えていると考えるが、波高のピークを考える際には、1セルだけに着目するのではなく、周辺のセルの値も確認しておく必要があることがわかった。

より詳細な検討を行うために、波高計 1～5 における AMZON-CC と実験結果の波高の時系列を図-22 に示す。上部水路から下部水路への合流地点までの波高計での比較である。波高計 2 は、入射直後に波が壁面に反射するので波の挙動が複雑な地点であるが、実験値との差異はほとんど無かった。しかし、僅かながら波が前傾化している。これは、3.(3)の分岐水路での解析条件よりも、波形勾配の大きい孤立波を用いたためと思われる。その後、合流するまでの波高計 3, 4, 5 でも、わずかな波形の前傾化があるものの、ピーク値は一致している。また、第一波目以降の反射波に関しても、波高計 3 の 14s 付近の反射波は再現されていないものの、その他の反射波はかなり細かいものまで正確に再現されている。

本解析は、水路の壁面で何度も反射の起こる複雑な現象を対象としているが、カルデシアン・カットセル法による地形の再現性向上の効果もあって、格子に対して斜めの境界での反射も精度よく再現されていた。また、3.(3)でも言及したが、実験は壁面が木材であることから、波の衝突によるしなりや、部材結合部の存在など不確定な要素が多く存在する。このような条件のもと、これだけの精度をもって解析できたことは、十分に満足のいく結果といえる。これらの結果から、AMAZON-CC は、津波の河川遡上や運河侵入後の合流・分岐や、島などによる反射・回折などの現象を再現可能であると考えられる。

図-23 解析対象とした沿岸都市モデル地形と検証ライン

(5) 都市沿岸域における津波の変形

a) 解析条件

都市の沿岸域における津波の来襲を想定した、図-23 のような仮想的に与えた複雑な地形下での解析を行った。対象領域は 3000×3000 m, セル数 300×300 , 水深 20.0 m とした。入射波として、波高水深比 $H/h=0.1$, 振幅 2.0 m の孤立波を入力した。ただし、陸への遡上は考慮していない。

b) 結果および考察

解析結果の全容把握と特徴的な地形効果をみるために、図-24 に水位の時系列平面分布を示す。また、最大波高の平面分布を図-25 に示す。この結果より、地形効果が顕著にあらわれた図-23 に示した A～E の 5 つのラインに注目し、それぞれライン上の 1～4 で波高の時系列を比較した。

ライン A は、中央部にある二つの人工島による津波伝播の変化の確認を行った。時系列のグラフによると、ライン A では、地点 A-1 では入射波が直接到達しているが、地点 A-2 での波形は二山であった。直接進行してきた第 1 波が通過した後に、両側の島によって反射した津波が合流し、少し遅れて伝播するためである。合流した波は、1 波目よりも波高が増大した。このように、島での津波の反射および反射波の合流の様子をよく再現できることが確認できた。

ライン B では、人工島と岬に挟まれた比較的狭い場所での津波伝播の様子を確認した。津波が島の両側から回り込み、狭窄部で合流している様子が確認できた。この後、狭窄部を通過した津波が陸地で反射され、反射波が再び狭窄部に侵入した。このように、島での津波の回折、合流および反射がよく再現できた。

ライン C は、3.(2)で検討した湾地形に近い地形であり、湾奥での波高増大の様子を中心に確認した。図-26 にライン C 上の波高の時系列を示す。湾口にある地点 C-1 を約 150s 後に通過した波が、湾奥に進むにつれて増幅されている。湾口の地点 C-1 での津波高が 1m であったものの、湾奥部の地点 C-4 では 4m にもなっている。さら

図-24 沿岸都市モデルにおける津波伝播の時系列平面分布

図-25 沿岸都市モデルにおける最大波高の平面分布

に、230s 付近と 300s 付近で高波高が確認できる。この様子を図-27 に示す。これは、湾内振動と周辺の地形からの反射波の重畳によるものである。この位置においては、湾奥への波の集中と増幅、および反射によって湾内振動が継続し、波の重畳現象が起こる様子が確認できた。

ライン D では、津波の波向に平行な地形を、波が沿って進行する様子を再現できているかどうかを確認した。地点 D-1 における津波高が、地点 D-2, D-3 と進むにつれて増大している。これは、壁面で波が集中したもので、その後、地点 D-4 付近で壁面に平行な方向と垂直な方向に波が分散している。このように、沿い波の様子を十分

図-26 沿岸都市モデルのライン C における波高の時系列 (上から地点 C-1~4)

図-27 沿岸都市モデルにおける波高の平面分布 ((a) 230 s 後, (b) 296 s 後)

図-28 沿岸都市モデルのライン E における波高の時系列 (上から地点 E-1~4)

に再現することができた。

最後に、河川への侵入・遡上をライン E に沿って確認する。図-28 に、波高の時系列を示す。地点 E-1 から地点 E-4 に波が伝播していく様子は再現されているが、入射波と比較して、波高はかなり小さくなっている。これは、領域中央部にある人工島で津波が遮られるためと

考えられる。また、波形に関しても、入射波と比較するとかかなり平坦化している。島を回り込んできた回折波が河口に侵入し、ライン D からの沿い波が遅れて河口へ侵入した。その後、河道内に侵入した津波が振動している様子が確認できた。このように、河川への侵入の様子を概ね再現できたといえる。

本節では、実地形を想定した都市部沿岸域の複雑地形において、津波の伝播解析を行った。3.(1)~(4)で行った種々の条件での解析では、水深が浅かったためか、直進部でも多少の波高の減衰がみられた。また、波形が前傾化する傾向があった。しかし、図-26 および 28 からわかるように、都市沿岸域モデルにおける津波の伝播において、波形の前傾化は生じておらず、波高に関しても減衰はみられない。反射および回折のような基本的な現象や、沿い波や湾地形への侵入に伴う振幅増大などがよく再現されており、本解析モデルの現地適用性を示すことができた。

4. 結 論

本研究では、実験結果、非線形長波モデルおよび微小振幅波理論と比較検討することにより、カルテシアン・カットセル法を用いたプログラム AMAZON-CC の適用性に関して、以下のような知見を得た。

- 1) 島での回折や遡上域における押し波時の波形および波高のピーク値を正確に再現できる。ただし、引き波時は過小評価の傾向がある。
- 2) カルテシアン・カットセルを用いることで地形再現性が高まるため、従来の直交格子法に比して、空間解像度を節約できる。
- 3) 非線形性の強い現象も十分な精度で解析が可能である。
- 4) 地形再現性に関して、非線形長波モデルに対して優位性がある。
- 5) 複雑な地形を持つ都市沿岸域で起こりうる、島での回折および反射、湾での振幅増大、河川遡上および沿い波といった様々な現象を再現できる。

一方、数十キロ四方の領域以上の大領域での解析は、プログラムの問題で行えなかった。また、2.(2)で提案したダブルカットセル問題の回避法には、まだまだ改善の必要がある。例えば、突堤や防波堤などで、極細の境界が多数存在している場合に地形が再現できない不具合が生じる可能性がある。このような点に関して、更なる開発が必要である。

最後に、3.(5)で行った解析は、実地形への適用を意識したものであり、今後、実地形へ適用していくのに際して、必要十分な結果が得られたと考える。

謝辞：本研究で用いたプログラム AMAZON-CC に関して、非常に多くの助言を頂いた Manchester Metropolitan 大学の Professor Derek Causon, PhD Student の Andrew Morris に深く感謝を申し上げます。また、Cornell 大学の Professor Philip Li-Fan Liu には、3.(1)で比較対象として用いた実験結果の提供をして頂きました。貴重なデータとの比較により有用な知見が得られたことに対し、深く感謝いたします。なお、本研究の一部は科学研究費補助金(挑戦的萌芽研究)によるものです。

参考文献

- 1) 朴 炳湖, 黒田成昭: 部分境界適合直交格子法の改良, 第 15 回数値流体力学シンポジウム, B02-1, pp.1-5, 2001.
- 2) 及川正道, 経塚雄策: カットセル法を用いた海洋モデルについて, 九州大学大学院総合理工学報告, Vol.27, No.2, pp.229-240, 2005.
- 3) 安田誠宏, 平石哲也: 臨海部の複層都市空間における MARS 法を用いた高精度な浸水解析, 港湾空港技術研究所報告, Vol. 43, No.2, pp.3-34, 2004.
- 4) Causon, D., Ingram, D., Mingham, C., Yang, G., Pearson, R.: Calculation of shallow water flows using a Cartesian cut cell approach, *Adv. Water Resour.*, Vol. 23, pp.545-562, 2000.
- 5) 下園武範, 佐藤慎司, 舟山英男: 衝撃捕捉法によるボア状砕波の形成および遡上の解析, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp.26-30, 2006.
- 6) 下園武範, 草野真史, 田島芳満, 佐藤慎司: Shock Capturing Scheme の浅海短周期波への適用, 海岸工学論文集, 第 54 巻, pp.26-30, 2007.
- 7) Mingham, C., Causon, D., Ingram, D.: A high resolution finite volume method for shallow water flows, *J. Hydraul. Eng.*, Vol.124, No.6, pp.605-614, 1998.
- 8) Roe, P. L.: Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes, *J. of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372, 1981.
- 9) van Leer, B.: On the relation between the upwind-differencing schemes of Godunov, Engquist-Osher and Roe, *SIAM. J. Scient. Statist. Comput.*, Vol.5, No.1, pp.1-20, 1984.
- 10) Liu, P., Cho, Y., Briggs, M., Kanoglu, U., Synolakis, C.: Runup of solitary waves on a circular island, *J. Fluid Mech.*, Vol. 302, pp.259-285, 1995.
- 11) 後藤智明, 佐藤一央: 三陸海岸を対象とした津波数値計算システムの開発, 港湾技術研究所報告, Vol. 32, No.2, pp.3-44, 1993.

(2010.12.1 受付)

TSUNAMI PROPAGATION SIMULATION BY CARTESIAN CUT CELL METHOD

Tomohiro YASUDA, Hidetaka KONISHI, Hajime MASE, Nobuhito MORI
and Clive G. MINGHAM

Geometrical coastal line in big coastal cities is usually complex since there are many reclaimed lands, rivers and canals flowing into the sea. For such complex coastal area, fine mesh is required for an estimation of tsunami propagation and deformation by the numerical simulation with orthogonal grids, resulting in increase of the computational time and cost. In this study, a new calculation method, called the Cartesian cut cell method, is used for simulation of tsunami propagations and the numerical results are compared with the experimental results. In the Cartesian cut cell method, mesh size can be reduced even for the complex geometrical coastal shape without losing accuracy.