非構造格子に適用するための準Lagrange型氾濫解析モデル

The Quasi-Lagrange Flood Model for Applying to an Unstructured Grid Analysis

桐 博英¹・丹治 肇²・白谷栄作³

Hirohide KIRI, Hajime TANJI and Eisaku SHIRATANI

The flood models that employ an Euler type moving boundary technique has been used for analysis of flooding simulation. However, the Euler model is difficult to simulate the flow in flat area, because of dis-continuity of shoreline movement. Then, the quasi-Lagrange flood model that change nodes with Lagrangian only on the shoreline for applying to an unstructured grid analysis was developed. It was confirmed that the proposed model can simulate flood process accurately by comparing with the result of the hydraulic model test, whereas the Euler type model overestimated the flood area near the flooding point.

1. はじめに

高潮や津波など沿岸域における氾濫災害のリスク評価や干潟を含む流れの解析では、氾濫解析モデルが重要なツールである。氾濫解析では、地盤標高が解析結果に支配的に影響を及ぼす一方で、十分な精度で地盤標高データが整備されているのは都市域に限られている。しかし、GISといった地理情報技術の進歩により、氾濫解析結果の利用が一般市民へと急速に拡大し、その再現性の向上が求められている。また、氾濫解析においても、近年、有限体積法や有限要素法といった非構造格子に基づく解析手法が用いられ、複雑な地形形状をより正確に再現する手法として、さらなる進歩が望まれている。

一方、氾濫解析で広く用いられるEuler型の移動境界手法では、Dryと判定された領域を計算から除外する過程で、干潟のように地盤が極めて緩勾配の領域では、1回の時間ステップに数百mを超える水際線のジャンプが発生する場合があります。干潟生態系シミュレーションのように物質の保存が重要な問題で再現性が低下する要因になっている。また、沿岸部の水田地帯では、地盤の起伏が地盤標高データの分解能よりも小さい場合が多く、氾濫解析で氾濫域を過大評価する傾向があった。本研究では、非構造格子を用いる解析において、地盤標高データが粗い場合や平坦で地盤の起伏が小さな領域でも水際線の不連続を抑えることができるよう、水際線を追跡する氾濫解析モデルを構築する。

2. 移動境界手法に関する研究

移動境界手法は、固定された要素の中で水際線の位置を決定するEuler型解法と、要素を水際線の移動に追従さ

せるLagrange型解法に分類できる。Lagrange型解法は、水際線の移動とともに内部節点の再配置や要素の再分割が必要であり、アルゴリズムが複雑で計算負荷も大きい。ため、これまではEuler型解法が用いられることが多かった(Kawahara・Umetsu, 1986; Herrling, 1976; 内山, 2004; Henicheら, 2000)。しかし、Euler型解法は、Dryと判定された要素を計算から除外する際に、質量や運動量が保存されないため、地盤の起伏が小さいとその影響が無視できない場合があったり、流入出力の収支が重要な解析への適用で問題が生じていた。

一方、Lagrange型解法は、ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) 法 (Donea, 1983) などを用いられ、スロッシング解析 (Okamoto・Kawahara, 1992) や水と構造物の連成解析などで実績がある (野村・西村, 1992) が、氾濫解析への適用は、Lynch・Gray (1980) による一様斜面上の流れの解析にとどまっていた。要素の再分割に要する計算負荷が大きいLagrange型解法の問題点に対し、Gopalakrishnan (1989) は、Euler型解法において、水際境界上の節点だけを流れとともに移動させる準Lagrange型の解法を提案した。しかし、Gopalakrishnan (1989) の手法は、水際線の移動に伴って水際境界を含む要素が大きくなり、計算の不安定性を引き起こす恐れがあった。Okamotoら (1992) は、同様に水際境界上の節点のみを移動させる方法を採用し、変形量が大きくなった要素の分割・統合により極端な要素の変形が生じない処理を行ったが、水際線の進行方向にのみ要素の分割・統合が行われ、任意形状の分割に適しているという非構造格子の利点を十分に生かすことができなかった。そこで、本研究では、任意配置された要素で水際線の移動が可能な要素移動アルゴリズムを適用した準Lagrange型の氾濫解析モデルを構築した。

1 正会員 博(農) (独法)農業・食品産業技術総合研究機構
2 正会員 農博 (独法)農業・食品産業技術総合研究機構
3 非会員 博(農) (独法)農業・食品産業技術総合研究機構

3. モデルの概要

(1) 基礎方程式

基礎方程式には、式 (1)～(3) で表される Lagrange 表記した二次元非線形浅水長波の式と連続の式を用いる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (h + \zeta) u \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (h + \zeta) v \} = q \quad \cdots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u - u_b) \frac{\partial u}{\partial x} + (v - v_b) \frac{\partial u}{\partial y} = \\ -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + F_x - \frac{\tau_{bx}}{(h + \zeta)} \quad \cdots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + (u - u_b) \frac{\partial v}{\partial x} + (v - v_b) \frac{\partial v}{\partial y} = \\ -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + F_y - \frac{\tau_{by}}{(h + \zeta)} \quad \cdots (3) \end{aligned}$$

ここで、 u 、 v ：それぞれ、 x 、 y 方向流速 (m/s)、 h ：水底から静水面までの水深 (m)、 ζ ：静水面から上向きの水面偏差 (m)、 t ：時間 (s)、 q ：単位幅流入量 (m²/s)、 g ：重力加速度 (m/s²)、である。また、 u_b 、 v_b は、それぞれ、節点の x 、 y 方向の移動速度を示し、水際線とともに移動する境界節点でのみ値をもち、それ以外の節点では0m/sである。なお、式 (2) および (3) における粘性項 F_x 、 F_y は、水深を D として、式 (4) および (5) のとおりとし、 A_h は、Smagorinskyの経験式で評価した。

$$F_x = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2DA_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ DA_h \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \right] \quad \cdots (4)$$

$$F_y = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ DA_h \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2DA_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad \cdots (5)$$

(2) 移動境界手法

筆者らは、これまで、三角形要素を用いて水際線の移動とともに解析要素を変動させるアルゴリズムを構築し、斜面における静水の水位変動により要素の移動がうまく行えることを確認した (桐ら, 2004a)。本研究では、このアルゴリズムを汎濫解析に適用し、その有用性を検討する。本アルゴリズムの概要を図-1に示す。図-1において、点線が初期の要素配置、"・" 付きの数字が当該節点の初期位置を表している。本アルゴリズムでは、図-1 (a) で水際線が移動し、灰色に着色した水際線近傍の要素のアスペクト比が大きくなると図-1 (b) のように水際線上の節点 (節点番号2) を初期位置にもどし、Wet領域内の節点 (節点番号5) を水際線上に移動させる。なお、水際線に接する要素の配置は、水際線に接する三角形要素の辺と節点の数をもとに複数の節点交換ルールを設定し、任意の要素配置に対応したものとなっているが、詳細は桐ら (2004a) に譲る。

(3) 数値解析手法

先に示した基礎方程式に対し、空間方向には気泡関数要素を用いた混合補間によるBubnov-Galerkin有限要素法、時間方向には予測子・修正子法を用いて離散化した

図-1 要素移動アルゴリズムの概要 (数字は節点番号を示す)

(桐ら, 2008)。なお、予測子・修正子法の計算において、質量行列を集中化することで計算時間の短縮を図ったが、集中化による解析結果への影響を少なくするため、マルチパスアルゴリズム (Doneaら, 1984) を使い、3回反復計算をした。

4. 数値解析例

(1) 解析対象の概要

数値解析例として、水路から越水する流れの水理模型実験の状況を解析した。解析対象の水理模型の概要を図-2に示す。実験では、幅0.3m、勾配1/100の水路に射流で水を流し、水路下流端の水位を上昇させることで跳水を遡上させ、水路両岸に設置した幅1.5m、長さ5.4mの長方形の汎濫原に水が徐々に溢れる状況を再現した。汎濫原の勾配は、水路横断方向には水平、水路流下方向は水路勾配と同じ1/100とした。ここで、汎濫原に水路流下方向の勾配をつけたのは、実験を繰り返し行った場合の汎濫域形状の再現性を確保するためである。なお、水路壁の高さは水路床から0.05mとし、汎濫原の標高は、水路壁天端から0.02m下とした。水理模型は、汎濫原の上流端より下流部分の水路を耐水ベニヤにペンキ仕上げで製作し、上流20mの区間は透明アクリル製とした。また、汎濫域は基盤を砂で成形した後、表面をモルタルで仕上げ、汎濫域の可視化を助けるため0.2m間隔で格子を描いた。

(2) 水路流れのモデル化

水路の流れと汎濫域の流れを解析するため、水路流れ

図-2 氾濫実験に用いた水理模型の概要

を一次元非線形浅水長波流れでモデル化し、セキの越流公式で算定した氾濫流量をもとに二次元非線形浅水長波モデルと結合した(桐ら, 2004b)。ここで、水路流れの解析で常射流混在流れを安定に解析するため、気泡関数要素を線形化した擬似気泡関数要素(Mewis・Holz, 1993)を用いた混合補間法による有限要素法で定式化した。なお、擬似気泡関数要素を用いた混合補間による有限要素解析は一定条件下では流線上流化法を適用したのと等しくなることが分かっているが、この場合でも、常射流混在流れのように不連続な現象を安定に解析することは保証されない。このため、数値的不安定を生じやすい移流成分を容易に計算でき、数値拡散を防ぐことができるCIP法(Yabeら, 1990)を適用した。

解析では、左右岸の氾濫域で対象となるよう要素分割(節点間隔を0.05m)を用いた。あらかじめ計算しておいた等流水深と流速を水路要素を構成する節点の初期値とし、等流水深と下流端ゲートを開放した状態の水位の計測値から水路の粗度係数 n を推定した。また、水路の上流端の水位は固定し、下流端の水位を上昇させることで模型実験における下流端ゲートの操作を再現した。解析に用いたパラメータを表-1に示す。水路流れの解析では、CIP法の特長により Δt を小さくしすぎると流速プロファイルを補間する際にオーバーシュートやアンダーシュートが発生し、再現性の低下を招く。一方、氾濫域では、水路からあふれた水が氾濫原に流れ込む際に波が発生し、全体の流況を不安定にさせるため、 Δt を小さめにとる必要がある。このため、水路と氾濫域の解析で異なる Δt を採用し、氾濫域の解析を複数ステップ計算した結果をもとに水路流れの計算を行った。

(3) 氾濫域の解析結果

図-3に示す氾濫域下流端から上流側+1.5mおよび+

表-1 水路から氾濫する流れの計算条件一覧

項目	値
粗度係数(n)	0.010
Smagorinsky係数 C	1.1×10^{-5}
時間の増分(Δt)	水路: 0.012s 氾濫域: 0.001s
最低水深	0.0001m
アスペクト比の最小値(ϵ_1)	0.2
アスペクト比の最大値(ϵ_2)	5.0
初期節点位置との許容誤差(L_{lim})	3.5

図-3 水位計測点位置図

3.0m地点での水位を実験値と比較したのが図-4である。解析では、水路の左右岸の氾濫域で同様の水位変化が見られたため、図-4では、水路右岸側の氾濫原の結果だけを示した。実験値は、測定値を1sで移動平均したものを10s間隔でプロットした。+1.5m地点における実験値が230~300sの間に+3.0m地点の実験値と比較してやや低くなっているのは、水位上昇時に水路から溢れた水が氾濫域に流入する際に波を生じるためである。解析結果は、+1.5m、+3.0m地点とも水位の立ち上がりを実験値と一致しており、氾濫水の到達が正確にとらえられているといえる。

水理模型の上方から撮影したビデオ映像と数値解析による水際線の位置を重ねて比較したのが図-5である。図-5(b)に示す時刻44sまでは、左右両岸の氾濫域の形状が等しいが、それ以降は、対象な氾濫域形状にはなってい

図-4 氾濫原における水位変化の比較

図-5 水理模型実験と数値解析による水際線の比較 (提案モデル)

ない。これは、水際線の変化とともに要素の交換が進むにつれ、左右両岸で次第に要素配置が異なってくるため生じる。要素配置が異なる原因は、水際線が変化し、歪んだ要素が発生すると複数の節点で交換が必要となるが、どの節点から交換の操作を行うかを明確に定めることができないため、左右両岸で異なる交換ルールをもとに境界節点の交換が行われることによる。これは、要素移動アルゴリズムが任意に配置された要素を対象に分類分けを行うよう定めたため生じる現象であり、規則的に配置された要素に適用する場合の本アルゴリズムの限界である。なお、本解析では、左右両岸の氾濫域形状が等しい時間において、両岸の解析結果を比較し、流速および水位とも対称な解析結果が得られることを確認している。

以上のようなモデル上の限界は見られるものの、提案したモデルでは、水路を越流した氾濫水が氾濫原下流端の壁に沿って水路横断方向に進み、水路の対岸の壁に到達した後大きな三角形の氾濫域を形成していく状況が再現されている。

一方、Euler型手法による解析結果と水理模型実験の水際線を比較したのが図-6である。ここで、Euler型解法には、Kawahara・Umetsu (1986) の手法に内山 (2004) による二段階の水位判定による水陸判定基準を適用したものを使用した。また、節点の移動速度 u_b および v_b をともに0とした以外は、基礎方程式および計算方法とも提案したモデルと同様とした。

Euler型解法を採用したモデルでは、図-6 (a) に示すよ

うに、氾濫開始直後から氾濫水が水路上流方向にも拡大し、氾濫域の水路壁に接する面の水際線が水底標高が水位に等しくなる位置に達している。水理模型実験の様子を観察したところ、水路から越流した氾濫水は、水路横断方向にのみ進行し、水路上流方向への流速成分はほとんど見られなかった。このように、Euler型の移動境界手法により計算された氾濫過程が水理模型実験の結果と異なるのは、Euler型の移動境界手法における氾濫域の変動が氾濫水の流速ではなく、水位の伝播に支配されているためであると考えられる。すなわち、Euler型の移動境界手法では、各節点における水位と地盤標高の関係のみによって水域と陸域が判定され、氾濫域の拡大が水位と地盤標高が逆転する地点まで止まらないためである。

一方、 $t=44s$ 以降の氾濫域の形状では、氾濫地点の上流側にある死水域をあまり再現しておらず、地盤の等高線に近い氾濫域形状となっている。以上のように、Euler型の移動境界手法を用いたモデルでは、氾濫域の評価が地盤標高データの精度に大きく依存し、地盤標高データが十分に得られない場合は、氾濫域を過大評価する傾向があると考えられる。

5. まとめ

本研究では、非構造格子系モデルの解析において水域内部の計算点を固定し、水際線上の計算点のみを水域の変化とともに移動させる準Lagrange型の移動境界手法を提案し、水理模型実験の再現計算では、提案した氾濫モデルが氾濫水の到達速度や氾濫域形状などを再現できる

図-6 水理模型実験と数値解析による水際線の比較 (Euler型モデル)

ことが確認された。提案したモデルは、Euler型のモデルより水際線の再現性の向上が見込まれる一方で、完全なLagrange型のモデルで生じる水域内部の計算点の移動に伴う水底地形の変化が少ないという利点がある。なお、提案したモデルでも水際線上の計算点の移動により生じる水底地形の変動を完全になくすることはできないが、要素分割を密にすることで抑えることができる。

実際の高潮や洪水に伴う氾濫域の時間変化は、密に観測することが困難なため、提案した高潮氾濫モデルの現地検証には至らなかったが、今後の災害衛星や水位計測網の整備などの進歩を期待し、本モデルを用いた災害予測を実用化していきたいと考える。

参 考 文 献

- 内山雄介 (2004) : 海底面の力学過程を考慮した冠水・干出スキームの開発と三次元座標海洋流動モデルへの適用, 海岸工学論文集, 51, pp. 351-355.
- 桐 博英・登坂宣好・丹治 肇・中矢哲郎 (2004a) : 有限要素法による移動境界流れ解析のための要素移動アルゴリズム, 日本計算工学会論文集, 7, pp. 51-58.
- 桐 博英・久保田富次郎・登坂宣好・丹治 肇・中矢哲郎 (2004b) : 有限要素法による小水路を考慮した農地氾濫モデル, 応用力学論文集, 第7巻, 1号, pp. 423-430.
- 桐 博英・白谷栄作・丹治 肇 (2008) : 気泡関数要素を用いた有明海潮流の有限要素解析, 海岸工学論文集, 55, pp. 376-380.
- 野村卓史・西村 拓 (1992) : ALE有限要素流れ解析のためのメッシュ変形パターン生成法, 土木学会論文集, No. 455/I-21, pp. 65-74.
- Donea, J. (1983): Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element

methods, Computational Methods in Transient Analysis, Vol. 1, pp. 474-516.

- Donea, J., S. Giuliani, H. Laval, and L. Quartapelle (1984): Time-accurate solution of advection-diffusion problems by finite elements, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 45, pp. 123-145.
- Gopalakrishnan, T. C. (1989): A moving boundary circulation model for regions with large tidal flats, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp. 245-260.
- Heniche, M., Y. Secretan, P. Boudreau, and M. Leclerc (2000): A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries, Advances in Water Resources, Vol. 23, pp. 359-372.
- Herrling, B. (1976): Finite element model for estuaries with intertidal flats, Coastal Engineering -1976, pp. 3396-3415.
- Kawahara, M. and T. Umetsu (1986): Finite element method for moving boundary problems in river flow, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, pp. 365-386.
- Lynch, D. R. and W. G. Gray (1980): Finite element simulation of flow in deforming regions, Journal of Computational Physics, Vol. 36, pp. 135-153.
- Mewis, P. and K. P. Holz (1993): A quasi bubble-function approach for shallow water waves, in Wang, S. S. Y. ed. Advances in Hydro-Science and -Engineering, Vol. 1.
- Okamoto, T. and M. Kawahara (1992): Two-dimensional sloshing analysis by the arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method, Proceedings of JSCE, Vol. No.441/I-18, pp. 39-48.
- Okamoto, T., M. Kawahara, N. Ioki, and H. Nagaoka (1992): Two-dimensional wave run-up analysis by selective lumping finite element method, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 14, pp. 1219-1243.
- Yabe, T., T. Ishikawa, and Y. Kadota (1990): A Multidimensional Cubic-Interpolated Pseudoparticle (CIP) Method without Time Splitting Technique for Hyperbolic Equations, Journal of The Physical Society of Japan, Vol. 59, No. 7, pp. 2301-2304.