浅水流方程式と $k-\omega$ モデルを組み合わせた 孤立波遡上数値計算法の検証

Verification of a Numerical Model Coupling between Shallow Water Equation and $k-\omega$ Model for Simulating Breaking Solitary Wave Run-Up

Mohammad Bagus Adityawan¹・田中 仁²

Mohammad Bagus Adityawan and Hitoshi TANAKA

Advanced numerical model is required in order to accurately simulate the breaking phenomenon. However, it is not suitable for practical application. Simultaneous coupling method (SCM) was developed by combining the efficiency of SWE with $k-\omega$ model for better bed stress assessment. Moreover, SCM employs FORCE-MUSCL shock capturing scheme to handle breaking wave. In this study, SCM is verified by simulating a breaking wave run up case. SCM provides a good agreement with the observed wave breaking sequence from the experiment by Sumer et al. (2011). Bed stress comparison shows that SCM with its boundary layer approach has successfully assessed bed stress under breaking wave run up, showing a better agreement than the Manning method. Further verification was given by the estimated turbulent intensity from SCM which shows good comparison to the measured bed stress fluctuation.

1. はじめに

2011年3月11日に発生した東日本大震災津波による被災としては、強い流れがもたらした人的・物的被害の他に、多量の土砂の輸送・海浜の侵食も報告されている(例えば、Tanakaら, 2012; Udoら, 2012)。津波による土砂移動の数値計算においては、これまで抵抗則として定常流に対するマニングを援用する場合が多い。津波の下での底面境界層は複雑な非定常性を伴うものであるにも関わらず、その点を反映させた数値計算は著者らのモデル(Adityawan・田中, 2010, 2011)を除けば皆無である。底面境界層の扱いを高度化することにより、遡上現象・流速値などの改善も期待される。

そこで、本研究においては通常抵抗則として用いられることの多いマニング則に代わり、Adityawan・田中(2010, 2011)により提案された乱流モデルと浅水流方程式を連立させた数値モデル(Simultaneous Coupling Method, 以下ではSCMと呼ぶ)を用い、砕波を伴う孤立波の遡上過程に対して、Sumerら(2011)による水理実験との比較を行い、計算精度の検証を行った。

2. 数値計算手法と検証データ

(1) 数値計算手法の概要

水理モデルの基礎式は浅水流方程式であり、数値解法としては、FORCE-MUSCL scheme (Mahdavi and

Talebeydokhti, 2009)を用いた。式中の底面摩擦の項には通常マニング式等の定常流の知見に基づく表示式を用いるが、ここでは代表的な乱流モデルの $k-\omega$ モデル(Wilcox, 1988)を使用した。既往の研究により、同モデルの底面せん断力評価精度が $k-\omega$ モデルに比べて優れているとの報告がなされている(Sanaら, 2009)。鉛直二次元の境界層方程式を用いて浅水流方程式と $k-\omega$ モデルを連立させて解いている。 $k-\omega$ モデルの数値計算にはSanaら(2009)と同様に陰形式の差分法を用いている。境界層内の鉛直方向の格子数は50であり、底面から離れるにしたがい等比級数的にメッシュ間隔が広がるように設定している。

ここでは、FORCE-MUSCLスキーム(Mahdavi・Talebeydokhti, 2009)を用いた。なお、近年、下園ら(2006, 2007)はTVDスキームを用いたShock Capturing Schemeにより、砕波を伴う風波の遡上モデルを提案している。FORCE-MUSCLスキームは複数の差分スキームを組み合わせて数値計算を行う手法であり、保存形の基礎式を用いている。制限関数 ψ_i としては、下園ら(2006, 2007)と同様なSuperbeeタイプの式を用いている。

斜面上を遡上する波の先端条件には微小な打ち切り水深を与えた。なお、波の最先端部に形成される薄層流れの厚さは境界層厚さを下回ることもあり、このような場合には境界層モデルの適用が困難となる。そこで、波動境界層厚さの見積もりをもとに、先端部の水深が1.2cmより小さい部分についてはElfrink・Fredsoe(1993)の計算法を用いて、 $k-\omega$ モデルは使用していない。この値は、底面境界層厚さが全水深の1/3を超えない条件として定めた。

1 正会員 Ph.D. 東北大学PD 工学研究科土木工学専攻
2 フェロー 工博 東北大学教授 工学研究科土木工学専攻

(2) 検証データ

従来、孤立波の遡上を扱う数値モデルの検証に際してベンチマークとして使用される実験データとして代表的なものはSynolakis (1987) によるものである。Synolakis (1987) により報告された水面波形、遡上高さの実験値、さらには遡上高さの経験式などがこれまでの多くの研究において使用されてきた (例えば, Lin ら, 1999 ; Mahdavi・Talebeydokhti, 2009)。一方、本研究で使用しているSCMの特徴の一つは乱れ強度 k の計算値を得ることである。しかし、単発的な波動である孤立波下ではアンサンブル平均値を得ることが困難であることから、これまで乱流特性に関わる実験はほとんど行われていなかった。近年、Sumer ら (2011) はホットフィルムセンサーにより、孤立波遡上に伴う底面せん断力の位相変化ならびに乱れ特性に関する興味深い実験を行っている。そこで、本研究においては、Sumer ら (2011) の実験結果を用いてSCMの検証を行った。

以下では、Sumer ら (2011) による実験の概要を述べる。Sumer ら (2011) は固定床および移動床の二つ実験を実施しているが、ここでは前者のケースを用いる。固定床実験は全長28m、高さ0.80m、幅0.60mの造波水路を用い、この中に塩化ビニル製の勾配1:14の斜面を設置している。図-1には座標の定義およびホットフィルムセンサーによる底面せん断力計測位置を示している。このうち、4と5の間に碎波点が位置し、また、6から8は間欠的にドライとなる箇所である。なお、ホットフィルムセンサーの出力は正值であることから、計測点においてレーザー流速計による測定もあわせて行い、流速の正負をもとに底面せん断力の符号を判断している。なお、図中の水平座標 x は沖側の静水深 h_0 で無次元化されている。

実験においては静水深 h_0 を40cmとし、ここでの孤立波の波高は $H=7.1$ cmである。Sumer ら (2011) は孤立波動下においても周期波と類似した代表時間スケールを導入している。すなわち、

$$\eta = H \operatorname{sech}^2(\omega_1 t) \dots\dots\dots (1)$$

と表面高さ η を表示する。ここで、式 (1) における ω_1 は次式で定義される。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3}{4}gH} \frac{1}{h_0} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 t : 時間、 g : 重力加速度である。式 (2) より、次式の様な正弦波と類似した時間スケール T を定義することが出来る。

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{\frac{4}{3gH}} h_0 \dots\dots\dots (3)$$

図-1 座標の定義と底面せん断力の測定位置

Sumer ら (2011) の固定床実験における時間スケールは $T=3.38s$ であった。

3. 計算結果とSumer ら (2011) の実験との比較

(1) レイノルズ数の岸沖変化

前述の様に、これまで行われた孤立波遡上計算においてはマニングの式を援用することが多く、著者らの知る限り、底面境界層のflow regimeについてその詳細を議論した事例は無い。ただし、近年発表された成果によれば、水平床上を伝搬する孤立波の乱流遷移限界レイノルズ数は、正弦波動下におけるそれよりも遙かに高く、乱流遷移現象が起こりにくいことが報告されている (Vittori・Blondeaux, 2008 ; Sumer ら, 2010 ; Tanaka ら, 2012)。このため、特に実験室規模においてはレイノルズ数の時空間的变化に伴うflow regimeの遷移に関する検討が重要である。

レイノルズ数の使用に当たっては、定常流で使用される水深を代表長さにするものと、波動境界層で使用される底面水粒子軌道を長さスケールに使用するものの二種が存在することに注意しなければならない。Tanaka ら (2012) により定義された境界層厚さに基づき、Sumer ら (2011) の実験での水平床部での境界層厚さ δ を求めたところ、 $\delta = 0.3$ cmの結果を得た。これより、 $\delta < h$ との条件が満たされ、レイノルズ数としては波動境界層のそれを使用すべきことが分かる。

ここでは、Sumer ら (2011) にならい、式 (4) に基づく定義を使用して、岸沖方向のレイノルズ数の空間変化を算定した。

$$Re = \frac{U_m^2}{\omega_1 \nu} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 U_m : 数値計算から得られる水平流速の最大値、 ν : 動粘性係数である。

孤立波の下での限界レイノルズ数に関しては、DNSによるVittori・Blondeaux (2008) の研究、U字管振動流装置を用いたSumer ら (2010)、新しく開発された閉管路型発生装置を用いたTanaka ら (2012) の研究があるが、

図-2 レイノルズ数の岸沖変化

いずれも $Re=5 \times 10^5$ との結果を得ている。

Sumerら(2011)のケースに対して行われたSCMによる数値計算をもとに算定されたレイノルズ数の岸沖分布を図-2に示す。ここで、図-1に示した通り、 $x^*=0.0$ が静水時汀線に対応し、 $x^*=14.0$ が斜面と水平床の交点である。上述の限界レイノルズ数を考慮すれば、図-2の $x^*=5.0$ より沖では層流である。右から左への孤立波の進行に伴い、 $x^*=2.5$ 付近から急激な増加を示し、Sumerら(2011)の提案する遷移域レイノルズ数を超えて乱流に至ることが分かる。このような遷移を伴う複雑な底面境界層の振る舞いは、単純なマニング式の援用では表現することが出来ないと結論づけられる。

(2) 遡上域の水面波形

図-3には遡上域における水面波形について、Sumerら(2011)の実験結果と数値計算の比較を示している。ここでは、遡上過程を図-3(a)から図-3(d)までの4つに分けて示している。数値計算ではいずれの過程についても良好な再現を行っていることが分かる。より定量的な比較は次節において行う。

(3) 水面高さ・流速・底面せん断力の経時変化

静水時汀線付近のPoint 5, 6, および遡上域のPoint 8における比較を図-4, 図-5, 図-6示す。ここで、図中に示した物理量は次式で定義される無次元量である。

$$\eta^* = \eta / h_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$U^* = U / U_c \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$U_c = H \sqrt{g / h_0} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$t^* = t(g / h_0)^{0.5} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\tau_0^* = \frac{\tau_0}{\rho U_c^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\tau_0'^* = \frac{\tau_0'}{\rho U_c^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$k^* = \frac{k}{\left[(g / h_0)^{0.5} H \right]^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

(a) Shoaling and wave breaking

(b) Runup

(c) Rundown and hydraulic jump

図-3 遡上域における波形の比較

$$y' = y / \delta_1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 η ：水面高さ、 U ：水平流速、 U_c ：水平床部での水平流速の最大値、 τ_0 ：アンサンブル平均された底面せん断力、 τ_0' ：底面せん断力の乱れ成分、 y ：底面から上方に向かう鉛直座標、 δ_1 ：k- ω モデルを適用する上方境界の高さである。

まず、水位波形の図(a)については、いずれの測点に

図-4 実験値との比較 (Point 5)

図-5 実験値との比較 (Point 6)

においても本モデルにより良好な計算結果が得られている。流速値を示す図(b)はいずれの測点においても強い戻り流れの影響が見られる。これについては実測値が得られていないので、比較はなされていない。図(c)の底面せん断力について、SCMによる計算結果はこの実験値と良い一致を示している。一方、比較のために示されたマニング式を用いた計算結果は、特に引き波時に過大評価を与える。また、その波形は、当然のことながら図(b)の流速波形と同様な経時変化を示し、実験値・SCMの計算値と大きく異なる波形となっていることが分かる。

孤立波は単発の波動であるため、実験において乱れのアンサンブル平均値を取得することがきわめて困難であり、これまで実験データの報告がほとんど無い。Sumerら(2011)はホットフィルム平面センサーにより底面せん断力の乱れ成分を計測している(図(d))。SCMでは底面せん断力の乱れを計算することは出来ないが、乱れ強度 k を算出出来る。そこで、間欠的な乱れ発生位相の比較を目的として、図(d)、図(e)において比較を行った。両図において、乱れの発生位相が良好に一致し、さらに一周期以内での相対的な強弱関係も良好に対応している。本モデルは乱れ強度の分布までも計算出来るので、浮遊砂の移流・拡散計算への応用が可能である。精度の高い地形変化予測のためには、単純なマニング式の援用でなく、このような底面境界層の精緻なモデル化が必要である。

4. おわりに

(1) 碎波を伴う孤立波の遡上過程を精度良く計算する

図-6 実験値との比較 (Point 8)

ための数値モデルの検証を行った。抵抗則として、これまで多用されているマンニングの粗度係数に代わりk- ω モデルを連立して評価している。また、砕波現象をモデル化するためにFORCE-MUSCLスキームを用いた。

(2) 数値モデルはSumerら (2011) による実験結果を良好に表現した。特に、複雑な遷移・乱れの間欠的な発生に関する時空間特性を良好に表現している。本手法の使用により、津波による土砂移動現象・地形変化のモデル化の精度が向上するものと期待される。

謝辞：本研究に対して、日本学術振興会科学研究費（基盤研究(B)，No. 22360193，特別研究員奨励費No.2301367），

四川大学国家重点実験室のOpen Fund Research，および（財）河川環境管理財団による河川整備基金の助成を受けた。ここに記して関係各位に深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 下園武範・佐藤慎司・舟山英男 (2006)：衝撃捕捉法によるボア状砕波の形成および遡上の解析，海岸工学論文集，第53巻，pp.26-30.
- 下園武範・草野真史・田島芳満・佐藤慎司 (2007)：Shock Capturing Schemeの浅海短周期波への適用，海岸工学論文集，第54巻，pp.26-30.
- Mohammad Bagus Adityawan・田中 仁 (2010)：浅水流方程式と乱流モデルを組み合わせた孤立波遡上の数値計算，土木学会論文集B2 (海岸工学)，Vol. 66, No.1, pp.91-95.
- Mohammad Bagus Adityawan・田中 仁 (2011)：浅水流方程式と乱流モデルを組み合わせた砕波を伴う孤立波遡上の数値計算，土木学会論文集B2 (海岸工学)，Vol. 67, No.2, pp. 41-45.
- Elfrink, B. and Fredsoe, J.(1993)：The effect of the turbulent boundary layer on wave run up, Prog. Rep. 74, Tech Univ. Denmark, pp. 51-65.
- Lin, P., Chang, K-A. and Liu, P. L-F. (1999)：Runup and rundown of solitary waves on sloping beaches, Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 125, No.5, pp. 247-255.
- Mahdavi, A. and N. Talebbeydokhti (2009)：Modeling of non-breaking and breaking solitary wave run-up using FORCE-MUSCL scheme, J. Hydraulic Res., Vol.47, No.4, pp. 476-485.
- Sana, A., Ghumman, A. R. and Tanaka, H. (2009)：Modeling of a rough-wall oscillatory boundary layer using two-equation turbulence models, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.135, No.1, pp.60-65.
- Sumer, B.M., P. M. Jensen, L. B., Sorensen, J. Fredsoe, P. F. Liu and S. Carstensen (2010)：Coherent structures in wave boundary layers, Part 2. Solitary motion, J. Fluid Mech., Vol.646, pp. 207-231.
- Sumer, B. M., Berke Sen, M. B., Karagali, I., Ceren, B., Fredsoe, J., Sottile, M., Zilioli, L., and Fuhrman, D., R. (2011)：Flow and sediment transport induced by a plunging solitary wave, J. Geophysical Research, 116, C01008.
- Synolakis, C. E. (1987)：The run up of solitary waves, J. Fluid Mech., Vol. 185, pp.523-545.
- Tanaka, H., Winarta, B., Suntoyo, and Yamaji, H.(2012)：Validation of a new generation system for bottom boundary layer beneath solitary wave, Coastal Engineering, 59, pp.46-56.
- Tanaka, H., Nguyen, X. T., Umeda, M., Hirao, R., Pradjoko, E., Mano, A. and Udo, K.(2012)：Coastal and estuarine morphology changes induced the 2011 Great East Japan Earthquake Tsunami, Coastal Engineering Journal, Vol.54, No.1.
- Udo, K., Sugawara, D., Tanaka, H., Imai, K., and Mano, A. (2012)：Impact of the 2011 Tohoku Earthquake and tsunami on beach morphology along the northern Sendai Coast, Coastal Engineering Journal, Vol. 54, No. 1.
- Vittori, G. and Blondeaux, P.(2008). Turbulent boundary layer under a solitary wave, J. Fluid Mech., 615, pp. 433-443.
- Wilcox, D.C. (1988)：Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models, AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, pp. 1299-1310.