固液混相流解析のためのDEM-MPS連成手法の提案

High-resolution DEM-MPS methods for solid-liquid multi-phase flow

後藤仁志¹・鶴田修己²・原田英治³・五十里洋行⁴・久保田博貴⁵

Hitoshi GOTOH, Naoki TSURUTA, Eiji HARADA, Hiroyuki IKARI and Hiroki KUBOTA

To examine eddies around solids in multi-phase flow, a high-resolution calculation is needed. But, it is difficult to calculate the unsteady flow with solid phases, in particular, there are few methods that can simultaneously deal with free surface comprehensively. MPS method is effective to capture interface between phases and free surface even in violent flow. Despite of this advantage, MPS method doesn't have enough schemes to treat flow around solid with high resolution. In this study, three new schemes of DEM-MPS method for high resolution calculation of solid-liquid multi-phase flow are proposed and their validities are verified by comparing their results with an experiment of 2D multi-phase dam-break with cylinders.

1. はじめに

MPS法の固液混相流モデルは、自由表面の追跡に優れた特性を有することから、これまで実験計測や数値シミュレーションの適用が困難であった複雑境界条件を含む非定常性の高い混相流現象に多く適用され、その有用性が示されてきた（たとえば後藤・Jørgen（1999）、近澤ら（2000））。MPS法の粒子流への展開を目的として、後藤ら（2003）がDEM-MPS法を提案して以降、二流体型モデルと抗力型モデルを軸としてDEM-MPS法を用いた多くのモデルが開発されてきた。DEMとMPS法は、いずれも計算対象を離散的・ラグランジュ的に捉える共通項を持つことに加え、MPS法が異相界面の解像に優れていることから、両手法の親和性は高いが、従来のモデルの多くは、固相・液相各粒子がほぼ同一粒径の状態を前提としたモデルであるため、モデルの適用範囲が限られていた。異相間で非均一な粒径を用いるモデルとしては、酒井ら（2008）や茂渡ら（2010）などの取り組みがあるが、固相粒子粒径は液相粒子スケール以下で取り扱われるか、あるいは液相粒子粒径の2倍以下程度に抑えられる。いずれも、固相要素間や固相要素周りに生じる要素の代表スケール以下の渦構造は捉えられず、高解像度型のマルチスケールリンクの開発は進んでいない。そこで本研究では、近年発展が目覚ましい高精度粒子法

（Khayyer・Gotoh, 2008）を導入して、固相要素周りの流れ場をより高解像に評価するDEM-MPS連成手法を三種提案し、既往のシリンダー群を含んだダムブレイク水理実験（Zhangら, 2008）を対象とした数値シミュレーションを実施し、各モデルの再現性を検討する。

2. 数値モデル

(1) 高精度粒子法

流体解析には、高精度粒子法の一つであるCMPS-HS法（Khayyer・Gotoh, 2008）を用いる。周囲粒子 j から粒子 i へ作用する圧力勾配力は、粒子 i, j 間でanti-symmetricになるように改良された以下のgradientモデル

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{p_i + p_j - \hat{p}_i - \hat{p}_j}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

で記述される。ここに、 D ：次元数、 n_0 ：基準粒子数密度、 p ：圧力、 $\hat{p}_i$ ：粒子 i とその近傍粒子 j の中での最小圧力、 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ ：粒子間の相対位置ベクトルである。

また、圧力計算のためのポアソン方程式については、生成項の計算に、粒子数密度の実質微分を考慮して高精度化された以下の式、

$$\begin{aligned} \langle \nabla^2 p \rangle_i^{k+1} &= \frac{\rho}{n_0 \Delta t} \left(\frac{Dn}{Dt} \right)^* \\ &= -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \left(\sum_{j \neq i} \frac{r_e}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} (\mathbf{r}_{ij,k} \cdot \mathbf{u}_{ij,k}) \right)^* \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

を用いる。ここに、 ρ ：密度、 t ：時間、 r_e ：粒子影響半径、 $\mathbf{u}_{ij}$ ：粒子 j の粒子 i に対する相対速度ベクトルである。

-
1 正会員	博(工)	京都大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻
2 学生会員	修(工)	京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻・日本学術振興会特別研究員DC
3 正会員	博(工)	京都大学准教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻
4 正会員	博(工)	京都大学助教 大学院工学研究科社会基盤工学専攻
5 学生会員		京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻

なお、上付き添字*は、粘性項・重力項計算後における各粒子の更新後の値を示す。

(2) DEM-MPS法

図-1に、本稿で提案する各モデルの概念図を示す。

a) Model-1

後藤ら(2003)は、2流体型DEM-MPS法に複数の固相粒子によって剛体を模擬するPassively Moving Solidモデルを組み込み、固相要素周りの流れ場を高解像度に追跡可能なDEM-MPSマルチスケールリンクを開発した。しかし、本モデルは流れ場の計算の後に固相要素構成粒子の速度と座標を剛体補正によって更新するため、更新直後には固相要素境界付近の粒子数密度が一定に保たれず、極端なviolent flowを取り扱う場合には計算が不安定となる。本稿Model-1では、異相界面の追跡と計算安定性に優れた高精度粒子法を導入することで、粒子をより高精度かつ安定に追跡可能なモデルを構成した。

基礎方程式と基本的な計算手順については、後藤ら(2003)の2流体型DEM-MPSマルチスケールリンクと同様で、流れ場では固相と液相とのアナロジーを想定して、液相・固相それぞれに対する連続式および運動方程式は、

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{D\rho_s}{Dt} + \rho_s \nabla \cdot \mathbf{u}_s = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{f}_{ls,l} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s + \rho_s \mathbf{g} - \mathbf{f}_{ls,s} + \mathbf{f}_{colp} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{ls,l} = -(\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l)_s \\ \mathbf{f}_{ls,s} = -(\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s)_l \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と記述される。ここに、 $\mathbf{u}$ ：速度ベクトル、 μ ：粘性係数、 $\mathbf{g}$ ：重力ベクトル、 $\mathbf{f}_{ls}$ ：固相・液相間相互作用ベクトル、 $\mathbf{f}_{colp}$ ：固相粒子間衝突力ベクトルである。下付き添え字 l, s は液相および固相を示す。なお、固相粒子間衝突力ベクトル $\mathbf{f}_{colp}$ については、DEMを用いて評価される。計算手順としては、はじめに固相・液相の両相粒子において上記の式から $\mathbf{f}_{colp}$ を除いた流れ場が計算される。その後、得られた各粒子の流速および座標を基に、固相粒子のDEM計算および剛体連結による速度・座標の修正が行われる。なお、DEMには陽解法を用いるため、流れ場の計算に用いた時間刻みを更に分割して反復計算することで、計算の安定性を確保した。

b) Model-2

Model-1は、剛体補正による固相粒子の速度・座標修正に伴う運動量の変化分が周囲の液相粒子へフィードバ

ックされない。そこでModel-2では、固相と液相を異なる離散化空間で解くオーバーラップ型の手法を用いる。本手法は離散化空間を分けることで両相の重なりを許容するもので、両相の運動量差から導かれる固相・液相間相互作用力を通して各離散化空間を接続する。この種の手法は、抗力型モデルとして多く用いられているが、本稿Model-2では液相粒子に対して十分大きな固相要素を用いることで、固相・液相間の相互作用力を、両相の運動量差に対して重複面積に応じた質量加重平均を施すことで抗力型モデルを介することなく直接的に得る。

流れ場は、液相粒子のみで構成された単相流として取り扱われ、連続式および運動方程式は

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{f}_{int} \quad \dots\dots\dots (9)$$

で表される。ここに、 $\mathbf{f}_{int}$ ：固相・液相間相互作用力ベクトルである。固相の並進と回転の運動は、流れ場の計算から得られる流体力およびDEMによって算出される固相同士の衝突力 $\mathbf{f}_{colp}$ から以下の、

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_V \left\{ \rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{f}_{int} + (\rho_s - \rho_l) \mathbf{g} \right\} dV + \mathbf{f}_{colp} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\mathbf{I}_s \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_V \mathbf{r}_{ls} \times \left(\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{f}_{int} \right) dV + \mathbf{T}_{colp} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$m_s = \int_V \rho_s dV, \quad \mathbf{I}_s = \int_V \rho_s |\mathbf{r}_{ls}|^2 dV \quad \dots\dots\dots (12)$$

で記述される。ここに、 m_s ：固相要素の質量、 V ：固相粒子における液相粒子との重複総体積、 $\mathbf{I}$ ：固相要素の慣性モーメント、 $\boldsymbol{\omega}$ ：角速度ベクトル、 $\mathbf{T}_{colp}$ ：固相粒子間衝突に起因するトルクである。流体力は固相要素と重複した液相粒子の運動量を体積分することで算出される。固相・液相間相互作用力ベクトル $\mathbf{f}_{int}$ は、固相・液相間の重なった粒子に対して、両相の運動量差

$$\mathbf{f}_{int} = \sum \frac{\rho_s \mathbf{u}'_s - \rho_l \mathbf{u}_l}{\Delta t} \varphi_{sl} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{u}'_s = \mathbf{u}_s + \mathbf{r}_{ls} \times \boldsymbol{\omega}_s \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\varphi_{sl} = \frac{S_{sl}}{S_l} \quad \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。ここに、 $\mathbf{u}'$ ：固相粒子の回転を考慮した局所的な速度ベクトル、 φ_{sl} ：液相粒子における固相粒子の体積占有率、 S_{sl} ：液相粒子と固相粒子の重複部の体積、 S_l ：液相粒子の体積である。計算手順としては、まず液相粒子の追跡計算を実施し、それによって得られた流れ場の情報を基に、異なる離散化空間に配置された固相粒子をDEMを用いて駆動する。その後、固相粒子の物理量更新

図-1 各モデルのDEM-MPS連成手法の違い

に伴う周囲流体との運動量収支を保つため、固相粒子の運動量の変化分 f_{int} を算定して、液相粒子へフィードバックさせる。

c) Model-3

Model-2は液相空間において固相要素の質量を考慮していない。Model-3では液相の離散化空間に対し、固相要素の運動量に加えて密度、粘性係数と固相の回転を考慮した局所速度を投影することで作成される混相粒子を導入し、液相空間において運動量・体積に加え、質量保存を満足させる。

Model-2と同様に体積占有率 ϕ を用いて、混相粒子（液相離散化空間）の密度・粘性係数および速度を

$$\bar{\mu} = \mu_l(1 - \sum \phi_{sl}) + \sum \mu_s \phi_{sl} \quad (16)$$

$$\bar{\rho} = \rho_l(1 - \sum \phi_{sl}) + \sum \rho_s \phi_{sl} \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_l = (\mathbf{u}_s + \mathbf{r}_{sl} \times \boldsymbol{\omega}_s) \phi_{sl} + \mathbf{u}_l(1 - \phi_{sl}) \quad (18)$$

で与える。混相流場の連続式および運動方程式は

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_l = 0 \quad (19)$$

$$\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} = -\nabla p + \bar{\mu} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_l + \bar{\rho} \mathbf{g} + \mathbf{F}_{int} \quad (20)$$

である。ここに、 $\mathbf{F}_{int}$ ：固相・液相間相互作用力ベクトルである。固相の運動方程式は

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_V \left(\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{int} \right) dV + \mathbf{f}_{colp} \quad (21)$$

図-2 (左) 概要図 (exp & sim.), (右) Model-1の剛体構成定義

表-1 各モデルのDEMのモデル定数

	Model-1	Model-2,3
ヤング率	1.0×10^6	7.5×10^5
シリンダー同士の動摩擦係数	0.001	0.27
シリンダーと壁面の動摩擦係数	0.06	0.23
ボアソン比	0.25	0.25

$$\mathbf{I}_s \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_V \mathbf{r}_{ls} \times \left(\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{int} \right) dV + \mathbf{T}_{colp} \quad (22)$$

$$m_s = \int_V \rho_s dV, \quad \mathbf{I}_s = \int_V \rho_s |\mathbf{r}_{ls}|^2 dV \quad (23)$$

である。固相・液相間相互作用力ベクトル $\mathbf{F}_{int}$ は、

$$\mathbf{F}_{int} = \sum \frac{\rho_s \mathbf{u}'_s - \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}}_l}{\Delta t} \quad (24)$$

で与えられる。計算手順は、はじめに混相流場の計算を実施し、得られた流れ場から固相要素への流体力を算出し、固相離散空間でDEMを用いて固相要素を追跡する。

図-3 結果の瞬間画像 (exp. & sim.)

その後、次ステップに用いる固相・液相間相互作用力ベクトル F_{int} と、流れ場に配置される混相粒子の物理量を更新する。

3. ダムブレイクの数値シミュレーション

(1) 実験・数値シミュレーション概要

対象とする実験は、Shuai Zhangら (2009) による水理実験で、図-2 (左) に示す概要図のように33個のシリンドラーを含む二次元場を模したダムブレイクである。この実験で用いられたシリンドラーの密度は $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ であり、可動板を上方向へ 2.0 m/s の速度で取り出した後の、水およびシリンドラー群の崩壊の様子が水槽側面からハイスピードカメラで撮影されている。数値シミュレーションでは、流体粒子径 $d_f = 0.1 \text{ cm}$ 、固相要素径 $d_s = 1.0 \text{ cm}$ と設定する。Model-1では図-2 (右) に示すように、初期配列において設定した各固相シリンドラーの円内に含まれる粒子を剛体構成粒子と設定し、固相を剛体連結の施された液相粒子の集合体によって表現した。DEMに用いるモデル定数は、水を排した固相シリンドラーのみのダムブレイクを対象として、各モデルで実験を良好に再現するように選定した (表-1参照)。

(2) 実験と数値シミュレーションの比較

図-3に実験と数値シミュレーション結果の代表的な瞬間画像を示す。時刻 $t = 0.1 \text{ s}$ のシミュレーション画像を見ると、いずれのモデルもシリンドラー群の崩壊過程が実験と比較して速やかに進行していることが分かる。水理実験では、奥行き方向に対してシリンドラーの xy 断面と水槽壁面の間に 0.05 cm の隙間が設けてあり、シリンドラーの

移動に伴い、シリンドラー間に生じる間隙へ水が流入するが、数値シミュレーションでは2次元計算であるため、シリンドラー間に生じる間隙に水粒子の供給が行われず、シリンドラー間に空隙が生じてシリンドラー (固相) と水 (液相) との間で運動量交換が不十分であったためと推察される。時刻 $t = 0.3 \text{ s}$ の左壁付近のシリンドラー挙動に注目する。Model-2では左壁付近のシリンドラーは実験と比較して右方へ流動が顕在化するが、Model-1とModel-3は左壁から離脱することなく右肩下がりの崩壊形状を示し、実験結果を良好に再現した。また、時刻 $t = 0.3 \text{ s}$ の実験のシリンドラー挙動は、運動状態と到達座標の観点から i) 高速移動・水槽右壁付近、ii) 低速移動・水槽中央付近、iii) 崩壊・水槽左壁付近の三群に大別されるが、Model-1とModel-3の結果にも同様の傾向が確認される。時刻 $t = 0.5 \text{ s}$ の実験画像から、時刻 $t = 0.3 \text{ s}$ の時点で水槽左壁付近に留まっていたシリンドラー群の水槽右壁方向への崩壊の進行と、時刻 $t = 0.3 \text{ s}$ の時点で i) 高速移動・水槽右壁付近と ii) 低速移動・水槽中央付近を示した領域のシリンドラー群が水槽右壁付近で合流した状況がうかがえる。全体として、シリンドラー挙動が水槽左壁側と右壁側の二群にクラスター化される。Model-1とModel-3では、水槽右壁へ到達するシリンドラー数が実験と比較して少ないものの、実験結果と同様の傾向は、Model-1とModel-3の崩壊過程で確認される。

(3) 各モデルの固相要素挙動の比較

図-4に液相粒子およびシリンドラーの x 軸方向への移動速度分布を濃淡図で示す。なお、シリンドラーについてはシリンドラー中心での移動速度ベクトルを付した。時刻

図-4 固相・液相粒子の x 軸方向移動速度分布

図-5 固相に働く駆動力の時系列 (左) 流体力, (右) 固相要素間衝突力

$t=0.15$ sの左壁付近のシリンダーに注目すると、Model-2はModel-1およびModel-3と比較して移動速度レベルが高く、シリンダー群の崩壊過程が速やかに進行する様子が確認できる。一方、Model-1とModel-3のシリンダー挙動は、法面表層付近に限定して大きな移動速度が示された。時刻 $t=0.3$ sの、Model-1およびModel-3の移動速度分布から図-3で示した崩壊状況がi) 高速移動・水槽右壁付近、ii) 低速移動・水槽中央付近、iii) 崩壊・水槽左壁付近の三群に大別されることが裏付けられる。

図-5に個々の固相粒子に作用する平均的な駆動力の時系列（左）：流体力，（右）：固相要素間衝突力）を示す。流体力に着目すると、時刻 $t=0.01 \sim 0.15$ sにおいて、Model-2の鉛直方向流体力 F_{Ly}^{Model2} が他のモデルと比較して大きな負値を示す。これは、Model-2の流れ場の計算ではシリンダーの存在による流体の密度変化が考慮されていないため、ダムブレイク直後に鉛直下向きの流速が発達し易く、その結果、固相へ作用する y 軸方向の流体力が発達し、実験に対する再現性の低下を招いたと考察される。Model-1とModel-3では、DEMに用いるモデル定数の選定値が大きく異なるにも関わらず、流体力・要素間衝突力ともにほぼ同様の結果が得られた。

4. おわりに

本稿では、固相要素周りの流れ場を高解像度に評価するDEM-MPS連成手法を三種提案し、既往の多数シリンダー群を含んだダムブレイク水理実験を対象として数値シミュレーションを実施し、各モデルの再現性を検討し

た。実験結果と数値シミュレーション結果の比較から、Model-1とModel-3には実験に対する良好な再現性が確認された。特に、剛体形状の再現性や物性値に近いモデル定数を選択できることから、Model-3は一定の精度および汎用性を備えたモデルであると考えられる。今後、モデルの検討をさらに進めたい。

参考文献

- 後藤仁志, 林 稔, 安藤 怜, 酒井哲郎 (2003): 固液混相流解析のためのDEM-MP法の構築, 水工学論文集, 第47巻, pp.547-552.
- 後藤仁志, 林 稔, 安藤 怜, 鷺見 崇, 酒井哲郎 (2003): 砂礫混合層を伴う混相流解析のためのDEM-MPS法マルチスケールリンクの開発, 海岸工学論文集, 第50巻, pp.26-30.
- 後藤仁志, Jørgen Fredsøe (1999): Lagrange型固液二相流モデルによる海洋放棄微細土砂の拡散過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.986-990.
- 酒井幹夫, 越塚誠一, 豊島至 (2008): DEM-MPS法による自由界面を伴う固液混相流の数値解析, 粉体工学会誌, 第45巻, pp.466-477.
- 茂渡悠介, 酒井幹夫, 水谷 慎, 青木拓也, 齊藤拓巳 (2010): 自由液面を伴う固液混相流解析手法の開発, Japanese journal of multiphase flow, Vol.24, pp.681-688.
- 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡 芳明 (2000): 粒子法による構造物の解析手法の開発とその沿岸構造物への適用, 海岸工学論文集, 第47巻 (1), pp.41-45.
- Khayyer A. and H.Gotoh (2008): Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, Coastal Engineering, Vol.56 (4), pp.419-440.
- S.Zhang, S.Kuwabara, T.Suzuki, Y.Kawano, K.Morita, K.Fukuda (2009): simulation of solid-fluid mixture flow using moving particle methods, J.Comp.Phys., Vol.228, pp.2552-2565.