不規則波に対する振り子式波力発電装置(Wave Rudder)の性能評価

Evaluation of the Pendulum Type Wave Power Generation System (Wave Rudder) for Irregular Waves

小林豪毅¹・林 昌奎²・丸山康樹³

Hidetaka KOBAYASHI, Chang-Kyu RHEEM and Koki MARUYAMA

The pendulum type is one of the most effective devices to extract wave energy from ocean and we are developing new power generation system called 'Wave Rudder'. Although the pendulum type system has been designed based on the two dimensional potential theory, the three dimensional analysis is required in order to consider the directional wave field in practical use. In this study, a depth integrated model was developed to calculate pendulum (Wave Rudder) motion by multi-directional irregular waves. The accuracy of this model was verified by comparing with the conventional theory in cross-sectional cases. Since computational complexity is much less than the three dimensional model, it is useful for the design of Wave Rudder and an electrical generator.

1. はじめに

振り子式波力発電装置は波エネルギーを振り子の運動エネルギーに変換し、その往復運動を回転運動に変えて発電機を回す装置である。この装置については、1980年代に室蘭工業大学を中心とするグループにより室蘭港外において実海域試験が行われたことがあるが（例えば、近藤ら、1987）、実際に発電するまでには至っていない。現在、文部科学省東北復興次世代エネルギー研究開発プロジェクト（平成24年から5ヶ年）において再生可能エネルギーの研究が進められており、筆者らは振り子式に最近の新しい油圧発電システムを導入したWave Rudder発電装置の開発に取り組んでいる（<http://umi-tohoku.sblo.jp/>）。

振り子式波力発電装置の解析手法としては、浅野（1980）により断面2次元のポテンシャル理論が示されており、室蘭の試験ユニットはこの理論を基に設計された。しかし、実際の海の波は多方向不規則であることから、これを考慮した3次元解析を行うことが望ましい。3次元解析手法としては境界要素法が考えられるが（例えば、谷野ら、1984）、鉛直方向にも離散化するため、広領域の計算には多大な時間を要する。実用段階において複数のユニットの平面配置を検討することを考えると、少ない計算時間でさまざまなケースを検討可能な数値モデルが必要となる。そこで、本研究では振り子（本論文ではRudderと呼ぶ）の性能を簡便に評価できる鉛直方向積分型の解析手法を提案する。

図-1 モデルの概要

2. 数値モデルの概要

静水面上に x, y 軸をとり、鉛直上向きに z 軸をとる。水深 h は一定とし、Rudderの面は x 軸に垂直に存在するものとする（図-1）。基礎方程式としては、後野（1993）による連成振動方程式を用いる。連成振動方程式は次式で定義される変動圧力 $\tilde{p}$ を用いて定式化される。

$$\tilde{p} = \frac{p}{\rho} + gz \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 p は圧力、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度である。線形化されたオイラー方程式より、変動圧力 $\tilde{p}$ に関する基礎方程式として、次のラプラス方程式が導かれる。

$$\Delta \tilde{p} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

3次元問題を平面2次元問題に変換するため、変動圧力 $\tilde{p}$ の鉛直分布を次のように偶数次のルジャンドル多項式で近似する。

$$\tilde{p} = \sum_{m=1}^4 q_m(x, y, t) P_{2(m-1)}(\tilde{z}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\tilde{z}=1+z/h$ 、 $P_{2(m-1)}$ は偶数次のルジャンドル多項式、

1 正会員	工博	東京大学生産技術研究所	特任研究員
2	工博	東京大学生産技術研究所	教授
3	工博	東京大学生産技術研究所	特任教授

q_m は $\tilde{p}$ の鉛直分布を表現するための水平面上で定義される関数であり、連成振動方程式の未知数となる。式 (2) に式 (3) を代入し、ガラーキン法に基づき P_0, P_2, P_4 を重み関数として掛けて鉛直方向に積分する。さらに水面における境界条件を考慮すると、次の連成振動方程式が導かれる。

$$\nabla^2 q_1 - \frac{1}{h^2} (21q_1 + 18q_2 + 11q_3) = -\frac{21}{h^2} g\eta \quad \cdots (4)$$

$$\nabla^2 q_2 - \frac{1}{h^2} (90q_1 + 90q_2 + 55q_3) = -\frac{90}{h^2} g\eta \quad \cdots (5)$$

$$\nabla^2 q_3 - \frac{1}{h^2} (99q_1 + 99q_2 + 99q_3) = -\frac{99}{h^2} g\eta \quad \cdots (6)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{1}{h} (21g\eta - 21q_1 - 18q_2 - 11q_3) \quad \cdots (7)$$

ここで、 t は時間、 η は水位である。式 (4) ~ (6) より水位から変動圧力が計算され、式 (7) より変動圧力から水位の時間発展が計算される。

幅 B の振り子が $x = x_0, y_0 - B/2 \leq y \leq y_0 + B/2$ に存在するものとし、Rudder 前面の変動圧力を $\tilde{p}^-$ 、背面の変動圧力を $\tilde{p}^+$ と表示すると、Rudder における境界条件は次式で表される。

$$\frac{\partial \tilde{p}^-}{\partial x} = (z - z_c) \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}^+}{\partial x} = (z - z_c) \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (9)$$

ここで、 z_c は静水面から Rudder の支点までの高さ、 θ は Rudder の振れ角である。式 (8) に式 (3) を代入し、 P_0, P_2, P_4, P_6 を重み関数として掛けて鉛直方向に積分すると、 $q_1^-, q_2^-, q_3^-, q_4^-$ の境界条件として次式が得られる。

$$\frac{\partial q_1^-}{\partial x} = -\left(z_c + \frac{1}{2}h\right) \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (10)$$

$$\frac{\partial q_2^-}{\partial x} = \frac{5}{8}h \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (11)$$

$$\frac{\partial q_3^-}{\partial x} = -\frac{9}{48}h \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (12)$$

$$\frac{\partial q_4^-}{\partial x} = \frac{13}{128}h \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{at } x=x_0, y_0-B/2 \leq y \leq y_0+B/2) \quad \cdots (13)$$

式 (9) から $q_1^+, q_2^+, q_3^+, q_4^+$ についても同様の式が得られる。また、Rudder の運動方程式は次式で表される。

$$I_0 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + N_0 \frac{d\theta}{dt} + K_0 \theta = \rho \int_{-h}^0 \int_{y_0-B/2}^{y_0+B/2} (z_c - z) \tilde{p}^- dy dz - \rho \int_{-h}^0 \int_{y_0-B/2}^{y_0+B/2} (z_c - z) \tilde{p}^+ dy dz \quad \cdots (14)$$

ここで、 I_0 は Rudder の慣性モーメント、 N_0 は負荷係数、 K_0 は復元係数である。中村・田中 (1993) と同様に、ある時刻の振れ角 θ^n とそこから Δt 時間後の振れ角 θ^{n+1} を考えると、次の近似式が成り立つ。

$$\theta^{n+1} = \theta^n + \Delta t \frac{d\theta^n}{dt} + \frac{\Delta t^2}{3} \frac{d^2 \theta^n}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{6} \frac{d^2 \theta^{n+1}}{dt^2} \quad \cdots (15)$$

$$\frac{d\theta^{n+1}}{dt} = \frac{d\theta^n}{dt} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d^2 \theta^n}{dt^2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d^2 \theta^{n+1}}{dt^2} \quad \cdots (16)$$

式 (14) に式 (3) を代入し、式 (15), (16) を考慮すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta^{n+1}}{dt^2} = & \left\{ I_0 + \frac{\Delta t}{2} N_0 + \frac{(\Delta t)^2}{6} K_0 \right\}^{-1} \\ & \left\{ \rho \int_{y_0-B/2}^{y_0+B/2} \left(z_c h + \frac{h^2}{2} \right) q_1^- - \frac{h^2}{8} q_2^- + \frac{h^2}{48} q_3^- - \frac{h^2}{128} q_4^- dy \right. \\ & - \rho \int_{y_0-B/2}^{y_0+B/2} \left(z_c h + \frac{h^2}{2} \right) q_1^+ - \frac{h^2}{8} q_2^+ + \frac{h^2}{48} q_3^+ - \frac{h^2}{128} q_4^+ dy \\ & \left. - N_0 \left(\frac{d\theta^n}{dt} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d^2 \theta^n}{dt^2} \right) - K_0 \left(\theta^n + \Delta t \frac{d\theta^n}{dt} + \frac{\Delta t^2}{3} \frac{d^2 \theta^n}{dt^2} \right) \right\} \quad \cdots (17) \end{aligned}$$

と表される。式 (17) を式 (10) ~ (13) に代入することにより、 θ^n から次の時間ステップの Rudder における境界条件が与えられる。

数値モデルでは、図-1 に示すように沖側に波エネルギーを吸収するスポンジ層を設け、その前面に配置した造波ソースにより計算領域内に規則波または不規則波を入射させる。Wave Rudder 発電装置は背後壁（通常は防波堤）からの反射波も利用しており、本研究では背後壁を完全反射として計算を行う。基礎方程式の離散化には差分法を用い、計算領域を正方形メッシュで分割して計算を行った。メッシュサイズは 0.25m、タイムステップは 0.025s としている。広領域の計算の場合、連立方程式の係数マトリックスのサイズが大きくなってしまふ。しかし、時間ステップによらず係数マトリックスは同じであるため、LU 分解を用いれば係数マトリックスの変形は一度で済む。この点が線形計算の最大の利点である。また、連立方程式の係数マトリックスはスパースであることから、スカイライン法を併用することにより、計算容量と計算時間を大幅に削減できる。

表-1 Rudder の計算条件

項目	記号	値
慣性モーメント ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	I_0	1.7×10^3
負荷係数 ($\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$)	N_0	1000~7000
復元係数 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)	K_0	300
幅 (m)	B	5.0
静水面から支点までの高さ (m)	z_c	2.5
設置水深 (m)	h	5.0

図-2 負荷係数によるエネルギー変換係数の変化

図-3 負荷係数による波高分布の変化

図-4 背後壁からの距離の影響（規則波）

3. 計算結果

(1) 規則波に対する断面計算

まず規則波に対して断面2次元の計算を行い、Rudderの基本的な性能を評価する。なお、本論文では、断面2次元の計算を断面計算、3次元効果を考慮したケース（計算は平面2次元）を平面計算と呼ぶことにする。Rudderの計算条件を表-1に示す。Rudderの緒元は谷野ら（1984）を参考に設定し、Wave Rudder発電装置は浅海域への設置を想定していることから設置水深は5.0mとした。入射波は波高1.0m、周期6.0sの規則波とし、Rudderから背後壁までの距離は1/4波長（9.5m）とする。Wave Rudder発電装置では、Rudderの支点（回転軸）に発電のための負荷抵抗が作用する。効率が最大となるのは、入射波周期がRudderの固有周期に等しく、かつ、負荷係数が造波減衰係数に等しい場合である。表-1の条件に対して、ポテンシャル理論から求められるRudderの固有周期は6.19s、造波減衰係数は3835kN・m・sとなる。

Rudderの効率は次のエネルギー変換係数 ν で表される。

$$\nu = \frac{\frac{1}{2} \omega^2 N_0 \hat{\theta}^2}{\frac{1}{8} \rho g H_i^2 c_g B} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 ω は角周波数、 $\hat{\theta}$ は振り子の振れ角の片振幅、 H_i は入射波高、 c_g は群速度である。式（18）の分子はRudderの仕事率、分母は入射波の仕事率を表している。負荷係数によるRudderのエネルギー変換係数の変化を図-2に示す。横軸は負荷係数 N_0 を造波減衰係数 N で無次元化した値で表示している。図中にはポテンシャル理論の結果も示しているが、2つの計算結果は一致していることが確認される。エネルギー変換係数は $N_0=N$ の共振条件を満たす場合に最も大きく、エネルギー変換係数はほぼ1となる。

負荷係数による波高分布の変化を図-3に示す。負荷が過小の場合には、Rudderの抵抗が小さいため、入射波のエネルギーの大半がRudderを通過し、背後壁で反射される。逆に負荷が過大の場合には、Rudderの抵抗が大きいため、Rudderの前面から反射波が生じる。負荷が最適の場合に入射波のエネルギーのほとんどがRudderに吸収されるため、反射波が最も小さくなる。

図-4はRudderから背後壁までの距離を変えて計算を行った結果である。横軸はRudderから背後壁までの距離 d を波長 L で無次元化して表示している。Rudderは重複波の節の位置（ $d/L=0.25$ ）に設置した場合に最も効率が高く、腹の位置では著しく効率が低下する。Wave Rudder発電装置は背後壁からの反射波も利用しているため、対象海域の波浪特性を基に波の反射を考慮して設置するこ

図-5 断面計算と平面計算のエネルギー変換係数の比較

図-6 平面計算の波高分布

図-7 断面計算と平面計算の波高分布の比較 (Rudder 中心線上)

とが重要である。

(2) 規則波に対する平面計算

防波堤や岸壁の前面に Rudder が単独で存在している場合を想定し、平面的に伝播する波の影響を評価する。波高 1.0m, 周期 6.0s の規則波が Rudder に直入射する場合を考える。Rudder の緒元および Rudder から背後壁までの距離は (1) と同じとする。断面計算と平面計算の Rudder のエネルギー変換係数の比較を図-5 に示す。Rudder の仕事率は断面計算より平面計算の方が大きい結果となった。これは平面計算の方が背後壁からの反射波が大きいためと考えられる。断面計算の場合, Rudder の背後に伝播するのは Rudder によって造波された波だけであるが, 平面計算の場合, Rudder を回折する波も含まれる。ここでの計算条件は Rudder の幅が波長に比べて小さいため ($B/L=0.13$), 入射波は振り子の影響をほとんど受けずに

進行し, 背後壁で反射される。したがって, 図-6, 図-7 に示すように, 負荷係数にかかわらず完全反射に近い波高分布となる。平面計算では Rudder の背面に作用する反射波が大きいので, 断面計算よりエネルギー変換係数が大きくなると考えられる。

(3) 不規則波に対する断面計算

不規則波に対して断面計算を行い, 規則波のケースとの比較を行う。表-1 の Rudder に有義波高 1.0m, 有義波周期 6.0s の不規則波が入射する場合を考える。不規則波の周波数スペクトルとしては, Bretschneider-光易のスペクトルを用いるものとし, その他の計算条件は (1) と同じとする。不規則波に対する Rudder の効率率は, 式 (18) と同様に次のエネルギー変換係数 ν で評価する。

$$\nu = \frac{\int_0^\infty \omega^2 N_0 S_{\theta\theta} d\omega}{\int_0^\infty \rho g S_{\eta\eta} c_g B d\omega} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで, $S_{\theta\theta}$ は振れ角のパワースペクトル密度, $S_{\eta\eta}$ は水位のパワースペクトル密度である。規則波と不規則波のエネルギー変換係数の比較を図-8 に示す。不規則波に対する Rudder の効率は規則波に比べて低下することがわかる。図-9 は周波数毎の入射波のエネルギーと Rudder の仕事を示したものであり, それぞれ式 (19) の分母と分子の被積分関数を表している。Wave Rudder 発電装置では, Rudder を重複波の節の位置に設置した場合に効率が高く

図-8 規則波と不規則波のエネルギー変換係数の比較

図-9 周波数毎の Rudder の効率

図-10 背後壁からの距離の影響 (不規則波)

なる。ここでは、Rudderの位置を有義波周期に対する波長 $L_{1/3}$ に対して設定しているため、それ以外の周期の成分波に対しては共振条件を満たさない。図-9を見ると、入射波の高周波成分のエネルギーがRudderに吸収されず、その分、エネルギー変換効率が低下していると考えられる。

不規則波に対してRudderから背後壁までの距離を変えて計算を行った結果を図-10に示す。図-4の規則波の結果と比べると、有義波周期に対する節の位置 ($d/L_{1/3}=0.25$) より背後壁に近い場合に効率が最大となっている。また、規則波に比べて、背後壁からの距離の影響はなだらかな変化となっている。

(4) 不規則波に対する平面計算

多方向不規則波に対して平面計算を行い、Rudderの性能への方向分散性の影響を評価する。Rudderの緒元および設置条件はこれまでと同様とする。入射波の方向分散については、方向集中度 S_{max} が25, 75のケースおよび一方向波のケースに対して計算を行った。多方向不規則波に対する計算の方向集中度によるエネルギー変換係数の変化を図-11に示す。Rudderの効率は方向分散が高いほど低下する結果となった。多方向不規則波の場合、図-12のようにさまざまな方向からの波がRudderおよび背後壁に作用する。背後壁に対して波が斜めに入射すると、斜め重複波が形成され、直入射の場合と節の位置が変化する。この影響により、方向分散性を持つ波に対してはRudderの効率が低下すると考えられる。

4. おわりに

振り子式波力発電装置の検討を簡便に行うことのできる数値モデルを開発した。本計算法は鉛直方向積分型の方程式を用いているため、3次元モデルに比べてはるかに少ない計算量で結果を得ることができる。

ケーススタディとして、防波堤または岸壁の前面に単独で存在するRudderに規則波が直入射する場合について

図-11 方向集中度の影響

図-12 多方向不規則波の水位分布

平面計算を行ったところ、断面計算よりもエネルギー変換係数が大きい結果となった。これは断面計算ではRudderを回折する波が考慮されないためと考えられる。

また、多方向不規則波に対するRudderの性能を評価したところ、周波数分散性および方向分散性を持つ場合、直入射の規則波に比べてRudderの性能が低下することが確認された。これらの特性については、今後、水理模型実験により検証したいと考えている。

参考文献

- 近藤俊郎・谷野賢二・渡部富治・奥田教海・松田敏彦・土手康彦 (1987): 室蘭工業大学における波浪エネルギー利用研究 (1976—86) の総括, 室蘭工業大学研究報告 (理工編), 第37号, pp.251-266.
- 東北大学: 東北復興次世代エネルギー研究開発プロジェクト 課題1 三陸沿岸へ導入可能な波力等の海洋再生可能エネルギーの研究開発, <http://umi-tohoku.sblo.jp/>, 参照2013-07-01.
- 浅野誠一 (1980): 岸壁部に設けられた振り子式波浪エネルギー回収装置の効率について, 日本造船学会水槽委員会第2部会, SK-60-14.
- 谷野賢二, 近藤俊郎, 渡部富治 (1984): 防波施設に併設する波浪エネルギー吸収装置の研究 (3) - 実海域性能試験 -, 第31回海岸工学講演会論文集, pp.581-585.
- 後野正雄 (1993): 緩勾配地形上の線形不規則波動場の支配方程式とその特性, 第40回海岸工学論文集, pp.21-25.
- 中村孝明・田中良弘 (1993): 係留浮体における長期動揺に関する一考察, 第40回海岸工学論文集, pp.886-890.