PIV計測データに基づいた風波波面上の気流の圧力分布

Air Pressure Distribution above Wind Waves computed from PIV Measurement Data

水谷夏樹¹・鍛冶允啓²・宮島昌弘³

Natsuki MIZUTANI, Masahiro KAJI and Masahiro MIYAJIMA

The 2D-PIV measurements were conducted to obtain air flow distributions above wind waves. Poisson equation was solved numerically to compute air pressure distributions by using the PIV measurement data. Low pressure distributions, less than 1013hPa, appear over a wave crest. High speed air flow over a wave crest makes air pressure decrease. Separation vortices on leeward surface also have low pressure values. The form drag was calculated by integrating of horizontal component of pressure resistance along wave surface. The frictional drag also was calculated in a similar way, using frictional resistance. The form drag is one order larger than the frictional drag. However, the averaged value of form drag is nearly equal to zero.

1. 緒言

風波が風によって発達するためには、波面に作用する気流のせん断応力だけではなく、圧力分布も極めて重要な役割を担っていると考えられている。しかしながら、波面上の気流の速度分布については乱流特性を含めて多くの研究があるものの、気流の圧力分布については、それほど多くの研究を見つけることができない。

Banner (1990) は、定常流中に翼を挿入して定常波を発生させ、それに気流を作用させることで、波面近傍の気流速度と圧力分布について詳細に計測している。また、泉宮ら (2004) は、ピトー管を用いて小型水槽における波面近傍の圧力の時系列変化を波面形状と共に計測し考察している。

しかしながら、波面の局所的な形状や気流の剥離などの間欠的な現象と圧力変化の関係などが不明な上、それらの集合である平均場としての圧力の作用が、十分に検討されていないのが現状である。

波浪推算モデルの高精度化を進める上で、これらを明らかにすることが重要となることから、本研究では、波面上の気流の2次元PIV計測を行い、計測された流速の二成分を用いて圧力のポアソン方程式を数值的に解くことで気流の圧力を空間分布として求めた。PIV計測によって波面形状と気流の分布特性が求められ、これに圧力の空間分布特性を加えることで、気流の剥離など特徴的な現象と圧力分布との関係について考察することを本研究の目的とする。

2. 気流の圧力分布の計算手法

2次元PIV計測によって測定部の鉛直断面内における流下方向流速 u と鉛直方向流速 v の空間分布を得ることが

できる。この流速の二成分を圧力のポアソン方程式に代入し、圧力 p の空間分布を得る方法は、既にいくつかの研究が行われている (例えば、麻生ら, 2006 ; 田中ら, 2008)。以下ではこれらの手法と用いられる仮定について説明する。

(1) 流体の3次元性と発散の取り扱い

Navier-Stokes方程式の発散を取ると式(1)のように圧力 p のポアソン方程式を得ることができるが、ポアソン方程式の中には流速の発散 $\nabla \cdot \mathbf{u}$ が現れる。既往の研究を見ると、この発散の取り扱いについていくつかの仮定が存在する。

$$\frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 p + \nu \nabla^2 (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \dots\dots (1)$$

ここで ρ は空気の密度 ($=1.25\text{kg/m}^3$)、 ν は空気の動粘性係数 ($=1.421 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$) を表す。

波面上の気流は流下方向成分 u が圧倒的に卓越しており、奥行き方向成分 w の平均値はほぼゼロであるが、瞬時流速はゼロではなく基本的に3次元流体である。本研究ではPIV計測を2次元の鉛直断面で行ったが、その理由としては、①ステレオ3次元PIVを行っても、各流速成分は奥行き z 方向に1点しか求めることができず、その空間勾配 $\partial \mathbf{u} / \partial z$ を得ることが出来ない。②ステレオ撮影用に2台のカメラを用いるため、計算上の境界条件となる波面形状を正確に捕らえることができないという問題

図-1 波面上の気流流速の発散の空間分布

1 正会員 博(工) 大阪産業大学 教授 工学部都市創造工学科
2 修(工) 中井エンジニアリング(株)
3 正会員 大阪産業大学 講師 工学部都市創造工学科

点が挙げられる。

以上を踏まえた上で、本研究では気流を近似的に2次元流体であると仮定した。

図-1は、後述する波面上の気流が剥離するケース（図-3の $T=t_1+2/15$ sの図に対応）について流速の発散 $\nabla \cdot \mathbf{u} = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y$ を示したものであるが、発散の値が最も大きかったケースである。気流は左から右へ流れており、 $X=0.025$ m付近の波頂部から気流が剥離している。その気流が剥離して渦が形成される領域を中心に流体の3次元性が強く、発散の絶対値が大きくなっていることが分かる。気流を2次元流体だと仮定すると、これらは誤差として取り扱われることになる。最大誤差は4000Hz程度であり、PIVより算出されるベクトル間の距離が、 $dx = dy = 0.00061$ mであることから、4000Hzの誤差は流速の残差1~2m/s程度に相当する。また、この差はベルヌーイの定理を考えると圧力にして数Pa程度の圧力差に相当することになる。

(2) 数値解析手法上の発散の取り扱い

ある時刻の流速場から圧力場を求め、求められた圧力場が次の時刻の流速を駆動するという考え方は、MAC系の数値解析手法において一般に用いられる手順である。流速場から圧力場を求める際には式(1)のポアソン方程式を用いるが、第一項は発散の時間変化を表しており、時間項を前進差分で近似すると、式(2)のように現時刻と次時刻の発散が現れる。

$$\frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial t} = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^{n+1} - (\nabla \cdot \mathbf{u})^n}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

MAC系の解法では、次時刻の発散を $(\nabla \cdot \mathbf{u})^{n+1}=0$ として取り扱い、次時刻において常に連続式を満足するように、現時刻の流速場を修正しながら現時刻の圧力場を求める。

本手法では、現時刻の流速値をPIVによって与えるため、これを真値として取り扱い修正しない。また、各時刻のPIV計測値に対して圧力値を求めるため時間発展も行わない。しかしながら、上記のようなMAC系の解法を準用した場合、時間項に現れる時間刻み Δt の決定に任意性が残るという問題が生じる（田中ら、2008）。

以上のことから、本手法では麻生ら（2006）と同様に、式(1)に現れる発散を全てゼロとして取り扱い、式(3)を用いた。

$$\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 p \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3) 物理量の配置と水面での境界条件

PIV出力が格子点中央で行われるため物理量の配置は図-2に示すように、すべての物理量を格子中央に配置した。また、式(3)の差分はすべて二次精度中心差分を用いた。

水面形状の検出については、非常に高い厳密性を必要とするため、PIVのために撮影した画像より目視で注意深く判別を行った。この水面形状に対する境界条件としては、水面近傍の気流流速が水面の移動速度に対して10~20倍以上であることを考慮して（水谷ら、2007）、水面の水側での流速値を $u = v = 0$ m/sとして与えた。また、圧力の境界条件は水面での圧力勾配がゼロとなるように与えた。

3. 実験手法の概要と実験条件

PIV計測は、長さ10m×幅0.2m×高さ0.9mの風洞付き水槽を用いた。底面は高さ0.2mの二重床になっており水槽内で反転する補償流を分離することができる。また、水深は0.45m、通風部の高さは0.25mである。

水位の計測には容量式波高計を用い、サンプリング周波数90Hzで約364sの計測を行い、波の諸量を求めた。

気流の計測は2次元PIV計測を行った。水槽中央において撮影範囲を約10cm×10cmに設定し、トレーサ粒子には水蒸気を用いた。上方からダブルパルスYagレーザーを照射し、2560×2160pixelのデジタルカメラを用いて可視化計測を行った。可視化画像のサンプリングを15Hzとし、合計428ペア（約28.5s）の画像の撮影を行ってPIV解析を実施した結果、1ペアの画像から162×136の流速ベクトルを算出した。

本研究では気流の剥離が発生しやすいケースについて解析結果を示す。実験条件と発生波の諸量を表-1に示す。

ここで、Fanは実験に用いた風洞装置の回転数、Fetchは風洞の入り口から計測断面中心までの吹送距離、 $U_{\max}$ は計測断面における最大平均風速、 u^* は摩擦速度、 $H_{1/3}$ は有義波高、 $T_{1/3}$ は有義波周期、 $H_{1/3}/L_{1/3}$ は線形理論により求めた有義波波長に基づく波形勾配である。

4. 実験結果と解析結果

図-3にPIV流速データによる流速ベクトルの空間分布とそれに対応する圧力の空間分布を示す。両図ともに最上段の図はPIV計測を行った任意の時刻 t_1 sの状況を示

図-2 格子間隔と物理量の配置

表-1 実験条件と波の諸量

Fan	Fetch	$U_{\max}$	u^*
24 Hz	3.15 m	7.27 m/s	0.44 m/s
$H_{1/3}$	$T_{1/3}$	$H_{1/3}/L_{1/3}$	
1.36 cm	0.26 s	0.13

図-3 PIV流速データによる流速ベクトルの空間分布とそれに対応する圧力の空間分布

す。以下、2段目以降はPIV計測のサンプリング間隔である1/15s毎に時系列表示している（左端から進入する波が右端へ通過していく）。流速ベクトル分布図について流速がゼロを示す部分は水面より下の領域であることを示しており、気流は左から右に向かって流れている。瞬間最大風速は約10m/sである。また、圧力の表示は、1気圧（1013hPa）より高い気圧を正圧とし、1気圧よりも低い気圧を負圧としている。

まず、瞬時圧力の分布を見ると、基本的には波頂部の上で圧力が低くなり、波の谷部において1気圧に近い値となっている。+10Paを超えるような正圧分布はなく、負圧のみが-50Pa程度に至る。この圧力値の範囲は、泉

宮ら（2004）においても同程度を示しており、水谷ら（2006）において実施した数値計算においても同程度であった。ただし、Banner（1990）においては比較的波長の長い定常波の上の気圧分布を計測しており、その変動範囲は数Pa程度と小さい。

波頂部の上で負圧となり、谷部において正圧となる圧力分布のパターンについても、既往の結果と同様である。図-3において極めて低い圧力を示しているのは、 $T=t_1$ sと $T=t_1+3/15$ sの時である。 $T=t_1$ sについて見ると、波頂部に向かって水平方向流速が加速され、波頂部のやや前方に小さくほみがあり、その形状によって鉛直方向流速も加速されていることが原因と考えられる。また、 $T=t_1+3/15$ sにつ

図-4 図-3の $T=t_1+2/15[s]$ に対応する水面形と水面に沿った圧力および水平流速、鉛直流速の空間分布

図-5 図-3の $T=t_1+4/15[s]$ に対応する水面形と水面に沿った圧力および水平流速、鉛直流速の空間分布

いても波頂部で加速する気流がその要因であろう。

一方、 $T=t_1+1/15s$ および $T=t_1+2/15s$ の流速ベクトルを見ると、波頂部の風下側に気流の剥離域が見られる。水面近くでは気流が蛇行し渦を形成している。 $T=t_1+2/15s$ の図の赤丸で囲われた領域については、周囲より低い圧力となっており、ベクトル図から明確な剥離渦が形成されていることが分かる。しかしながら、明確な剥離渦が形成されない限り、圧力が低下することはなく、 $T=t_1+1/15s$ の図のように気流の剥離域では概ね1気圧に近い値となっている。

これらの関係を詳細に見るため、図-4に、図-3の $T=t_1+2/15s$ における水面形 η と水面に沿った気流の圧力 p 、水平流速 u 、鉛直流速 v の空間分布を示す。

上段の(a)図において、波頂部(左の青破線)と気流の剥離渦が形成されるところ(右の青破線)で気流の圧力 p は局所的に低下している。下段の(b)図を見ると、波頂部では水平流速 u が局所的に大きくなっており、気流の剥離渦の領域では、水平流速 u が負の値を示していることから、高速気流とともに剥離渦も圧力を低下させる要因であることが分かる。

次に図-3の $T=t_1+4/15s$ に対応したものを図-5に示す。上段の(a)図を見ると、図-4と比べて圧力の変化は小さく、 $X=0.083m$ 付近(青破線)において圧力が正の値を示している。下段の(b)図を見ると、正の圧力に対応して水平方向流速は $u \approx 1m/s$ と小さくなっており、波の斜面を気流が上昇する加速領域であっても局所的に流速が小さくなる場合があった。 $X > 0.05m$ は、波の背面を気流が上昇する加速領域となるが、本研究の結果では、この領域においても波の遮蔽効果によって気流の圧力が高圧になることはなかった。

一方、一波中の圧力差は最大でも60Pa程度であり、ベルヌーイの定理から求められる水面変位量としては0.6cm程度に相当する。しかし、図-3の波頂部付近の圧力値を見ると、数十Pa程度の幅で変動している。波とともに移動する座標系から見たとしても、こうした圧力変動に水面の変位が応答するとは考えにくい。従って、圧

図-6 波面に作用する圧力とせん断応力の模式図

力の変動が水面の変位を励起するのではなく、水面形が圧力の変動を励起し、結果としてそれが風速分布の変動につながるものと推察され、水面形に応じた風速分布、圧力分布が相互作用として形成されるものと考えられる。

次に摩擦速度から求められる全せん断応力に対し、水面に沿ったせん断応力と水面上の圧力が波面に対してどのような割合で作用するのかについて考察を行う。

図-6は、波面に作用する気流の圧力とせん断応力を表した模式図である。

今、気流と波は左から右へ移動しているものとし、気流速度は波速に対して十分に大きいものとする。このとき波面上の微小要素 ds が水平より角度 θ で傾いているものとする。波面上の気流の圧力 p が正圧の場合には、微小要素 ds に作用する力は左の黄色の矢印となり、その水平方向の力は $p \sin \theta \cdot ds$ として求められる。一方、波面上の気流の圧力 p が負圧の場合には、微小要素 ds に作用する力は黒い矢印となり、その水平方向の力は、 $-p \sin \theta \cdot ds$ となる。つまり、波の背面の場合、気流の圧力が正圧の場合は、波面に対して気流が力を与えるため、気流にとっては反作用としての“抵抗”が生じる。しかし、気流の圧力が負圧の場合には抵抗を打ち消す働きを示す。逆に波の前面を考えた場合には、符号が逆になり、気流の負圧は“抵抗”となるが、気流の正圧は抵抗をキャンセルするものとして作用する。

せん断応力については、基本的に波面に沿った流速が流下方向に流れるか否かで“抵抗”なるかどうかが決まる。

本研究では、水面に沿った気流の圧力とせん断応力を

図-7 形状抵抗とせん断抵抗の積分値の時間変化

水面に沿って積分し、画像の範囲（0.0927m）における圧力による抵抗力の水平成分（形状抵抗力）とせん断応力による抵抗力の水平成分（せん断抵抗力）を算出した。水面の傾きについては、水面形状を5次多項式で最小自乗近似し、その微分値から連続的な傾きを求めた。

形状抵抗力については、図-6で示した圧力による力の水平方向成分 $\pm p \sin \theta \cdot ds$ を波面に沿って総和した。

また、せん断抵抗力については、各要素に作用するせん断応力を次式によって求めた。

$$\tau = \mu \frac{u_s - 0}{dy} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 μ は空気の粘性係数（ $1.772 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ ）、 u_s は水面直上の気流流速の水面に沿った方向成分、 dy はPIVのベクトル間距離である。水面の表面流速は不明であるが、気流流速に対して水面の表面流速は十分に小さいと仮定し、ゼロとして取り扱った。また、水面直上位置と水面間の正確な法線距離が不明なため、近似値としてPIVのベクトル間距離を採用した。以上のようにして求められたせん断応力による力の水平方向成分 $\pm \tau \cos \theta \cdot ds$ を波面に沿って総和した。

図-7に図-3の5時刻における形状抵抗力の積分値とせん断抵抗力の積分値の時系列変化を示す。

形状抵抗力の値はせん断抵抗力の値よりもおよそ一桁大きい、その値は正負に大きくばらついており、これらを平均すると-0.0014Nとなる。逆にせん断抵抗力については、負の値を示すことはなく、5時刻の平均値は0.051Nとなった。

また、図-7において剥離渦が形成される時刻は2/15sである。剥離渦によって生じた波の前面における負圧は、気流にとって“抵抗”となることから、形状抵抗力の値が瞬間的に大きくなっていることが分かる。

本研究における摩擦速度は $u_* = 0.44 \text{m/s}$ であることから、摩擦速度から求められたせん断応力 τ_a は、 $\tau_a = \rho u_*^2 = 1.25 \times 0.44^2 = 0.24 \text{Pa}$ となり、これが波面に平均的に作用すると考えると、 $0.24 \times 0.0927 = 0.022 \text{N}$ となる。これを全抵抗力

と見なすと、水面近傍の流速値から求めたせん断抵抗力の平均値0.051Nの約1/2に過ぎず非常に小さい。これは、せん断応力を求めた式(4)の仮定に問題がある可能性が考えられる。

一方で、本研究で解析を行ったケースは、剥離渦が発生する時刻を挟んで5時刻分のみである。5時刻のうち3時刻については、抵抗力が負の値を示し、これがせん断抵抗力を打ち消す効果を持つことから、こうした状況が継続するとせん断抵抗力を減少させ、平均として全抵抗力の値に近づくことも考えられる。

以上より、気流が剥離し、かつ剥離渦が発生する頻度は形状抵抗力の値を算出する上で極めて重要であることが分かる。また、形状抵抗力とせん断抵抗力の割合について様々な条件下において詳しく検討することが必要である。

4. 結語

本研究は、PIV計測データを用いて圧力のポアソン方程式を数値的に解き、風波波面上の気流の圧力分布を求めて気流の剥離との関係について検討した。以下に主要な結論について述べる。

(1) 波面形状および気流の流速分布に応じた気流圧力の空間分布を示すことができた。(2) 気流の剥離渦と波頂部での高速気流が負圧を生じさせている原因であることが分かった。(3) 形状抵抗力はせん断抵抗力に比べて一桁大きい、平均値として作用していないことが分かった。(4) 気流の剥離は形状抵抗力を一時的に増大させることが分かった。

今後は検討ケースを増やし、結果を一般化するとともに、風波の発生過程についても明らかにしていきたい。

謝辞：本研究は、大阪産業大学産業研究所共同研究組織による研究助成を受けた。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 麻生智大・松島紀佐・中橋和博（2006）：PIV風洞実験結果によるCFDの圧力推定，航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2006論文集，pp.56-59.
- 泉宮尊司・上野 晃・石橋邦彦（2004）：風波上の気流圧力および風速変動の鉛直分布特性に関する研究，海岸工学論文集，第51巻，pp.56-60.
- 田中 太・川口清司・富岡政裕・川島佳一郎（2008）：整流ガイドを有するダリウス型風車の翼周りの圧力場の推定，ターボ機械，36巻，8号，pp.490-498.
- 水谷夏樹（2006）：Level set-CIP法を用いた数値風洞水槽の開発，海岸工学論文集，第53巻，pp.46-50.
- 水谷夏樹・原大地郎・キム・ビョンイル（2007）：風波発生限界における気液界面の運動量輸送の連続性について，海岸工学論文集，第54巻，pp.136-140.
- Banner, M.L. (1990) : The influence of wave breaking on the surface pressure distribution in wind-wave interactions, J. fluid Mech., vol.211, pp.463-495.