水の圧縮性と地殻弾性を考慮した津波の分散関係解析： 遠地津波予測の精度向上に向けて

Dispersion Analysis of Tsunami Propagation with the Consideration of Water Compressibility and Earth Elasticity for the Improvement of Prediction Accuracy of Far-field Tsunamis

高川智博¹

Tomohiro TAKAGAWA

The discrepancy of tsunami arrival time between the tsunami simulation and the real observation has been widely recognized since the 27 February 2010 Chile tsunami and the 11 March 2011 Japan tsunami. The effect of ocean-water compressibility and earth elasticity on tsunami propagation speed was analyzed on the basis of a multilayered earth model. A correction term of these effects was introduced to ordinary linear long wave equations. Calculated waveforms with the correction were quantitatively compared with observed ones of the two tsunamis. The accuracy of far-field tsunami simulation was significantly improved without any arbitrary parameter.

1. はじめに

海洋を伝播する津波の計算は、その多くが海水を非圧縮性流体として、海底を固定床として扱う理論に立脚している。しかしながら、2010年のチリ・マウレ地震津波や2011年東北地方太平洋沖地震津波（以下チリ津波、東北津波と呼ぶ）では、遠地津波の観測により、実際の地球上の津波が、理論計算よりも遅れて到達することが指摘されている（気象庁、2010）。定量的なデータを示すものは少ないものの、津波の伝播速度にしてその差は1%程度である（例えば、Kusumotoら、2012）。

一方、海水の圧縮性や地球の弾性が津波伝播に与える影響についても古くから理論的な検討がなされている（例えばNakamura, 1961; Ward, 1980; Comer, 1984）。最近、Tsaiら（2013）は海水の圧縮性に伴う密度変化を考慮することで伝播の遅れを定量的に説明できる可能性を示した。ただし、Tsaiらは弾性体層の扱いを大胆に簡略化しており、本論で示すような境界条件を全て厳密に解く手法と比べ、長波長側での誤差が無視できないことが事前検討において確認されている。また、曖昧な観測データしか示しておらず、定量的な検証も不十分である。

本研究では、Tsaiら（2013）が着目した密度変化の影響をより一般的な形式で記述可能なNakamura（1961）の理論に基づき、これを多層弾性体層の理論（Takeuchi・Saito, 1972；Aki・Richards, 1980）と接続した。これにより、多層弾性体上の圧縮性流体の表面を伝播する波の分散関係を厳密に求めることが可能となった。ここで定式化した分散関係の導出手法をもとに、既存の地球内部

物性分布モデルを用いて地球弾性体上を伝播する津波の分散関係を明らかにした。さらに、得られた分散関係に基づく補正を津波の伝播計算に取り入れ、実際の遠地津波の観測波形と比較を行い、理論の有効性を検証した。

2. 分散理論

多層弾性体上の圧縮性流体の表面波の伝播について考察する。多層弾性体は半無限弾性体とその上に重なる複数の弾性体層からなり、層内の物性値は一定であるものとする。検討する多層モデルと座標系を図-1に示す。ここで、 ρ は媒質の密度、 v_p は液体層内の音速、 λ と μ はLamé定数、 h は各層の厚さである。

(1) 基礎方程式と一般解

流体運動は非粘性とし、水平方向に伝播する波動のみを考慮し、線形長波近似を用いると、速度ポテンシャル ϕ を用いて次式で表される（Nakamura, 1961）。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - v_p^2 \nabla^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 t は時間、 g は重力加速度であり、 ϕ の解は次の形で表すことができる。

図-1 海洋-多層地球モデルの模式図

1 正会員 博(理) (独)港湾空港技術研究所 アジア・太平洋沿岸防災研究センター 研究官

$$\phi = e^{\gamma z} (A \sinh kz + B \cosh kz) e^{i(kx - \omega t)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$k^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{v_p^2} + \gamma^2, \quad \gamma = \frac{g}{2v_p^2}$$

ここで、 k は波数、 ω は角速度、 A と B は定数である。このとき圧力と z 方向速度はそれぞれ次のように表される。

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

弾性体の運動方程式は以下のように表される。

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \rho f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \rho f_z + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}$$

ここで、 u_i は i 方向の変位、 f_i は i 方向に働く外力、 σ_{ij} は i 方向に垂直な面に作用する j 方向の応力を表す。なお、外力として重力が考えられるが、以下では重力による静的な釣り合い状態を変位の基準にとることにより外力項をゼロとして議論を進めることとする。

等方弾性体を仮定するとHookeの法則から以下の応力と変位の関係式が得られる。

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \dots (5)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 2\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

流体層の剪断応力は弾性体層に比して無視でき、Rayleigh波を対象として解析する。Takeuchi・Saito (1972) に倣い x 方向に進行するRayleigh波の変位を以下のようにおく。

$$u_x = i n \exp[i(kx - \omega t)], \quad u_z = n \exp[i(kx - \omega t)] \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(5)に代入すると、次式が得られる。

$$\sigma_{xx} = \left(-k(\lambda + 2\mu)n + \lambda \frac{\partial n}{\partial z} \right) \exp[i(kx - \omega t)]$$

$$\sigma_{zz} = n \exp[i(kx - \omega t)], \quad r_2 = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial n}{\partial z} - k\lambda n \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = i n \exp[i(kx - \omega t)], \quad r_3 = \mu \left(\frac{\partial n}{\partial z} + k n \right)$$

ここで、 r_j ($j = 1, 2, 3, 4$) は z, k, ω の関数である。

変位と応力を運動方程式(4)に代入して整理すると、次の連立線形微分方程式の形になる。

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{M} \mathbf{r}, \quad \mathbf{r} = (n, r_2, r_3, r_4)^T \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\mathbf{T}$ は転置を表し、行列 $\mathbf{M}$ の非ゼロ要素は以下のとおりである。

$$M_{12} = 1/(\lambda + 2\mu), \quad M_{13} = k\lambda/(\lambda + 2\mu), \quad M_{21} = -\omega^2 \rho,$$

$$M_{24} = k, \quad M_{31} = -k, \quad M_{34} = 1/\mu, \quad M_{42} = -k\lambda/(\lambda + 2\mu),$$

$$M_{43} = k^2(\lambda + 2\mu - \lambda^2/(\lambda + 2\mu)) - \omega^2 \rho$$

ベクトル $\mathbf{r}$ は変位-応力ベクトルと呼ばれ、各要素が変位と応力の比例係数となるように定義されているため、後で述べる変位や応力に関する境界条件を容易に $\mathbf{r}$ の条件に置き換えることができ便利である。

行列 $\mathbf{M}$ の固有方程式から固有値を求めると

$\pm \sqrt{k^2 - \omega^2 \rho / (\lambda + 2\mu)}, \quad \pm \sqrt{k^2 - \omega^2 \rho / \mu}$
が得られる。これら固有値をそれぞれ $\pm \alpha, \pm \beta$ とおくと、対応する固有ベクトル $\mathbf{a}_\pm, \mathbf{b}_\pm$ は

$$\mathbf{a}_\pm = (k, \pm 2k\mu\alpha, \pm \alpha, \mu(k^2 + \alpha^2))$$

$$\mathbf{b}_\pm = (\pm \beta, \mu(k^2 + \alpha^2), k, \pm 2k\mu\beta)$$

であり、連立微分方程式(8)の一般解は次のようになる。

$$\mathbf{r} = C \mathbf{a}_+ e^{+\alpha z} + D \mathbf{b}_+ e^{+\beta z} + E \mathbf{a}_- e^{-\alpha z} + F \mathbf{b}_- e^{-\beta z} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで C, D, E, F は定数である。

(2) 境界条件

水面においては、圧力が常に大気圧等しく一定で、表面の粒子が常に表面にある条件から、次の自由水面の境界条件を満たす必要がある。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z = z_0) \quad \dots\dots\dots (10)$$

流体-固体境界となる水底においては、 z 方向の速度が連続で、水平方向の剪断応力がゼロに等しく、鉛直方向の応力が連続であることから以下の条件が課される。

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial t} \quad (z = z_1) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\sigma_{zx} = 0 \quad (z = z_1) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\sigma_{zz} + \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + g(\rho_1 - \rho_0)u_z = 0 \quad (z = z_1) \quad \dots\dots\dots (13)$$

固体-固体境界では変位と応力が連続することから

$$\mathbf{r}_+ = \mathbf{r}_- \quad \dots\dots\dots (14)$$

という条件が課される。ここで添字の $\pm$ は境界の上側と下側の値を示す。

固体の最下層は半無限弾性体として取り扱い、無限遠で変位がゼロとなる以下の条件を課す。

$$\mathbf{r} \rightarrow 0 \quad (z \rightarrow -\infty) \quad \dots\dots\dots (15)$$

(3) 分散関係の導出手順

これまで述べてきた基礎方程式と境界条件を全て満たす k, ω の関係を導出するのがここでの目的である。解析的に求めることはできないため、特定の k に対し、 ω を変化させて、境界条件を満たす値を探索する。境界条件のチェックは最下層の半無限弾性体から上方向に向かって以下の手順で行う。

①最下層の半無限弾性体内の運動は式(9)を使って記述でき、境界条件(15)から $E = F = 0$ となる。従って以下のようになる。

$$\mathbf{r}(z_n) = C \mathbf{a}_+ e^{+\alpha z} + D \mathbf{b}_+ e^{+\beta z} \quad \dots\dots\dots (16)$$

②水底における変位-応力ベクトル $\mathbf{r}(z_1)$ は以下のよう連立微分方程式(8)を z 方向に積分することによって求められる。

$$\mathbf{r}(z_1) = \mathbf{r}(z_n) + \sum_{m=1}^{n-1} \int_{z_{m+1}}^{z_m} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} dz \quad \dots\dots\dots (17)$$

上記の積分はRunge-Kutta法などを用いて数值的に行うこともできるが、ここでは行列法(Thomson-Haskell法)

を用いて行った。行列法では、図-1の固体層のように鉛直方向に不均質な媒質が均質半無限空間上の均質層の積み重なり置き換えられ、式(17)の積分は以下のように行列の積の形に書き換えられる(Takeuchi・Saito, 1972)。

$$\mathbf{r}(z_1) = \mathbf{P}(h_1) \cdot \mathbf{P}(h_2) \cdots \mathbf{P}(h_{n-1}) \cdot \mathbf{r}(z_n) = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{r}(z_n) \cdots \cdots (18)$$

ここで $\mathbf{P}(h)$ の成分は以下のように与えられる。

$$P_{11}(h) = P_{22}(h) = 1 + \frac{2\mu}{\omega^2 \rho} \left[-\left(k^2 + \beta^2\right) \sinh^2 \frac{\alpha h}{2} + 2k^2 \sinh^2 \frac{\beta h}{2} \right]$$

$$P_{12}(h) = \frac{1}{\omega^2 \rho} \left[-\alpha^2 \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} + k^2 \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

$$P_{13}(h) = -P_{21}(h) = \frac{k\mu}{\omega^2 \rho} \left[2\alpha^2 \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} - \left(k^2 + \beta^2\right) \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

$$P_{14}(h) = -P_{23}(h) = \frac{2k}{\omega^2 \rho} \left[\sinh^2 \frac{\alpha h}{2} - \sinh^2 \frac{\beta h}{2} \right]$$

$$P_{21}(h) = \frac{\mu^2}{\omega^2 \rho} \left[-\left(k^2 + \beta^2\right)^2 \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} + 4k^2 \beta^2 \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

$$P_{23}(h) = -P_{11}(h) = 2\mu^2 \left(k^2 + \beta^2\right) P_{14}(h)$$

$$P_{24}(h) = -P_{31}(h) = \frac{k\mu}{\omega^2 \rho} \left[\left(k^2 + \beta^2\right) \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} - 2\beta^2 \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

$$P_{31}(h) = P_{44}(h) = 1 + \frac{2\mu}{\omega^2 \rho} \left[2k^2 \sinh^2 \frac{\alpha h}{2} - \left(k^2 + \beta^2\right) \sinh^2 \frac{\beta h}{2} \right]$$

$$P_{34}(h) = \frac{1}{\omega^2 \rho} \left[k^2 \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} - \beta^2 \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

$$P_{41}(h) = \frac{\mu^2}{\omega^2 \rho} \left[4k^2 \alpha^2 \frac{\sinh \alpha h}{\alpha} - \left(k^2 + \beta^2\right)^2 \frac{\sinh \beta h}{\beta} \right]$$

③境界条件(10)~(13)に式(2), (6), (7)を代入すると A, B, C, D に関する以下の連立方程式が得られる。

$$\mathbf{R} \begin{pmatrix} A & B & C & D \end{pmatrix}^T = \mathbf{0} \cdots \cdots (20)$$

ここで、 $\mathbf{R}$ の非ゼロ成分は下記の通りである。なお $h = h_0$,

$\tilde{\mathbf{a}} = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \tilde{\mathbf{a}}_+$, $\tilde{\mathbf{b}} = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \tilde{\mathbf{b}}_+$, とした。

$$R_{11} = g\kappa, \quad R_{12} = g\gamma - \omega^2,$$

$$R_{21} = (\gamma \sinh(\kappa h) - \kappa \cosh(\kappa h)) e^{-\gamma h}, \quad R_{23} = i\omega \tilde{\mathbf{a}}_1 e^{-\alpha h}$$

$$R_{22} = (\kappa \sinh(\kappa h) - \gamma \cosh(\kappa h)) e^{-\gamma h}, \quad R_{24} = i\omega \tilde{\mathbf{b}}_1 e^{-\beta h}$$

$$R_{33} = \tilde{\mathbf{a}}_4 e^{-\alpha h}, \quad R_{41} = i\rho_0 \omega \sinh(\kappa h) e^{-\gamma h}$$

$$R_{34} = \tilde{\mathbf{b}}_4 e^{-\beta h}, \quad R_{42} = i\rho_0 \omega \cosh(\kappa h) e^{-\gamma h}$$

$$R_{43} = (\tilde{\mathbf{a}}_2 + g(\rho - \rho_0) \tilde{\mathbf{a}}_1) e^{-\alpha h}, \quad R_{44} = (\tilde{\mathbf{b}}_2 + g(\rho - \rho_0) \tilde{\mathbf{b}}_1) e^{-\beta h}$$

従って、全ての境界条件を満たす解が存在する条件は、式(20)が非自明な解をもつ以下の条件に等しい。

$$\det \mathbf{R} = 0 \cdots \cdots (21)$$

ここで、 $\mathbf{R}$ は k, ω, h, v_p と ρ, λ, μ の z 方向の分布によって決まる行列である。

手順①~③を通じ、ある k に対して式(21)を満たす ω を数値的に探索することで分散関係が導かれる。

3. 地球モデルの適用

地球内部の密度、剛性率、圧力、地震波の伝播速度などの物性を深さの関数として表した地球モデルの代表的

図-2 海洋-多層地球モデル(PREM)による津波波速の減少率(左)と水深ごとの最大波速から求めた減少率(右)

なものにPREM(Dziewonski・Anderson, 1981)がある。PREMは膨大な数の地震波の観測データに基づいて得られたモデルであり、津波の伝播現象とは独立に得られたモデルである。

前章の多層弾性体モデルにPREMの海底からコア-マントル境界までの物性値を適用し、津波の分散関係を求めた結果を図-2に示す。横軸は津波の波長、縦軸は長波の波速 $c_0 = \sqrt{gh}$ に対する波速 c の減速度を百分率で表したものであり、水深による違いを示している。太平洋の平均的な水深である水深4000mの場合については比較のため、海水を非圧縮、海底を固定床として導出される分散関係 $\omega^2 = gk \tanh(kh)$ のグラフも合わせて示した。海水の圧縮性と海底下の弾性を考慮することで長波長の津波の波速の減速度が大きくなっていることがわかる。これは水深に比べて波長が十分に長い成分の波も分散することを示す。水深4000mの場合には波長250km程度の津波が最も速く伝播し、その場合の減速度は1%程度である。これは、さまざまな観測で示唆されている減速度と同じ程度の値であり、海水の圧縮性と海底下の弾性を考慮した津波伝播計算を行うことにより地球上の津波伝播を精度よく計算することが可能になると期待される。

遠地津波伝播計算において第一波の到達時間に誤差があることは、最も速い波長成分の波速を従来のモデルが十分に再現できていないためと考えられる。そこで、得られた地球モデル上の津波伝播の性質を遠地津波の平面伝播計算への適用するため、各水深に対する波速の最大値を抽出したものが図-2である。以下ではこれを水深ごとの補正波速として津波の平面伝播計算を行う。

4. 遠地津波の平面伝播計算への適用

地球モデル(PREM)による波速補正を加味した線形長波理論に基づく球面座標系における津波伝播計算の基礎方程式は次の通りである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \theta} \left[\frac{\partial M}{\partial \lambda} + \frac{\partial (N \cos \theta)}{\partial \theta} \right] = 0 \cdots \cdots (22)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{c_{\max}(h)^2}{R \cos \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} = -fN, \quad \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{c_{\max}(h)^2}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} = fM$$

ここで、 η は水位、 M 、 N はそれぞれ東、南向きの線流量、 λ は経度、 θ は緯度、 R は地球の半径、 f はコリオリパラメーターである。

地球モデルによる波速補正の効果を、2010年チリ津波と2011年東北津波を対象に検証する。チリ津波については比較的近地の津波観測結果が少ないため、気象庁(2010)がUSGSのW-phase解析に基づく震源要素をもとに作成した断層モデル用いOkada(1985)の方法で海底の鉛直変位を算出し、それを津波の初期水位として与えた(図-3)。一方、東北津波では比較的近距离に多数の観測点があったためより詳細な波源が求められている。ここでは高川・富田(2012)で求められた波源を用いた。この波源モデルは震源から700km以内の観測点で得られたデータを用いて推定されたもので、遠地津波の再現精度を検証する波源として適している。地形データはGEBCOの30秒メッシュデータを5分間隔で再サンプリングしたものを用いた。

5. 波津波観測データと第1波到達時刻

計算波形との比較にはDARTブイの観測データを用いた。チリ津波と東北津波の計53地点の観測データから主要60分潮の周期成分と平均水深および1次トレンドを求め観測値から減ずることで潮汐補正を行い、津波成分を抽出した。図-4、5にはこのようにして観測データから抽出した津波波形と、津波伝播計算の結果を合わせて示した。地球モデルの波速補正効果を示すため、補正をしない場合の計算結果も示している。波速補正の結果、実際の観測波形と位相がよく一致することが確認できる。

波形の位相精度を定量的に比較するため、第1波の到達時間の比較を行う。第1波の到達時間を観測波形のみから精度よく決めるのは観測誤差や潮位補正の誤差の影

響で難しいが、数値計算の結果から第1波の到達時間を抽出することは比較的容易である。そこで各地点における最大波高の100分の1の水位変動が生じた時点を実第1波の到達時間と定義し、数値計算結果からその時間を抽出した。次に、数値計算で得られた第1波到達時間から6時間分の後続波形を抽出し、時間シフトを行いながら観測波形との相互相関をとり、最も相関が高い時間シフトを探索した。数値計算の第1波到達時間に時間シフト分を加えた時間を観測データの第1波到達時間として両者を比較したものが図-6である。補正前は到達時間が遅い遠地点ほど、観測値に比べて計算モデルの到達時間が速く、系統的な誤差の増大が認められるが、補正後にはそのような誤差の増加は認められず、長距離を伝播する津波であってもその位相を正確に再現できることが確認された。また、チリ津波、東北津波の双方で同様な傾向が確認され、津波の伝播方向や経路によらず位相精度の向上が確認された。このことから本研究で提示した地球モデルによる波速補正が遠地津波の伝播計算の精度向上に有効であると言える。

図-3 津波波源モデル（左：チリ津波；右：東北津波）

図-4 2010年チリ地震の津波観測波形（黒実線）と計算波形（地球モデル補正なし：赤点線；地球モデル補正あり：赤実線）

図-5 2011年東北地震の津波観測波形（黒実線）と計算波形（地球モデル補正なし：赤点線；地球モデル補正あり：赤実線）

図-6 観測と計算の津波到達時間の誤差

6. まとめ

多層弾性体上の非圧縮流体層の表面を伝播する波の分散特性の解析スキームを構築し、地球内部モデル (PREM) 上の津波伝播特性を解析した。海水の圧縮性と地球の弾性を考慮することで波長の長い成分の津波伝播速度が低下し、非圧縮・固定床を仮定する理論では分散性がないとされる長波長成分も分散することを示した。さらに、最大波速を水深の関数として整理し、津波の伝播計算に適用した。計算で得られた波形を2010年チリ津波と2011年東北津波の観測波形と定量的に比較した。その結果、双方の津波において発生源に対する観測点の方向や経路によらず、海水の圧縮性と地球の弾性を考慮することで津波の到達時刻の予測精度を著しく高められることが明らかになった。提案した補正手法は既存の津波

平面伝播計算モデルに容易に取り込むことが可能であり、津波の想定や予測等の実務計算への幅広い応用が期待される。

謝辞：本研究は、地球規模課題対応国際科学技術協力事業 (SATREPS) の援助を受けて実施されました。

参考文献

- 気象庁 (2010)：津波シミュレーション結果の分析，第6回津波予測技術に関する勉強会資料2，22p.
- 高川智博・富田孝史 (2012)：時間発展を考慮した津波波源逆解析と観測点地盤変動量のリアルタイム推定，土木学会論文集B2 (海岸工学)，第68巻，pp.311-315.
- Aki, K. and P.G. Richards (1980)：Quantitative Seismology: Theory and Methods, WH Freeman and Co. Cambridge Press 1: 44-1.
- Comer, R. P. (1984)：The tsunami mode of a flat earth and its excitation by earthquake sources. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 77(1), 1-27.
- Dziewonski, A.M. and D.L. Anderson (1981)：Preliminary reference Earth model, *Physics of the earth and planetary interiors*, 25(4), 297-356.
- Kusumoto, S., S. Watada, and K. Satake (2012)：Comparison of observed tsunami phase velocities with synthetic waveforms based on an elastic-fluid earth model, in Abstract presented at the 2012 Seismological Society of Japan meeting.
- Nakamura, K. (1961)：Velocity of Long Gravity Waves in the Ocean, Science reports of the Tohoku University. Ser. 5, Geophysics.
- Okada, Y. (1985)：Surface Deformation Due to Shear and Tensile Faults in a Half-Space, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 75, 1135-1154.
- Takeuchi, H. and M. Saito (1972)：Seismic surface waves, *Methods in computational physics*, 11, 217-295.
- Tsai, V.C., J.P. Ampuero, H. Kanamori and D.J. Stevenson (2013)：Estimating the effect of Earth elasticity and variable water density on tsunami speeds. *Geophysical Research Letters*. , 40, 492-496, doi:10.1002/grl.50147.
- Ward, S.N. (1980)：Relationship of tsunami generation and an earthquake source, *J. Phys. Earth*, 28, 441-474.