ポリゴン型壁境界MPS法の特徴および防波堤越流津波への適用

Characteristics of MPS Method using Polygon-Wall Boundary and its Application to Tsunami Overflowing Breakwater

小笠原敏記¹・亀尾実愛²・佐々木 智³・砂川透吾⁴

Toshinori OGASAWARA, Minori KAMEO, Satoru SASAKI and Togo SUNAGAWA

The purpose of our study is to develop numerical simulation to investigate the toughness of tsunami disaster countermeasures. Moving Particle Semi-implicit (MPS) method was used in the simulation. The wall boundary was applied polygon-wall boundary instead of particle-wall boundary. As the result, we suggested that MPS used the polygon-wall boundary is possible to calculate with high accuracy fluid dynamics than particle-wall boundary. Furthermore, in the simulation of tsunami overflowing the breakwater, the presented method was able to reproduce vortexes generated by the tsunami. The values of velocity also were in agreement with that of the model experiments. It was obvious that the roll-up flow accompanied with vortexes on a mound will be scouring of the surface of the mound.

1. 序論

2011年東北地方太平洋沖地震津波によって、沿岸部に位置する海岸保全施設を始め、港湾施設や交通施設等の公共土木施設も大きな被害を受けた。湾口防波堤や第一線防波堤の被災原因として、防波堤を越流した津波によって堤体背後のマウンドが洗掘され、ケーソンの支持力の低下や、設計津波高を超えた津波によって堤体沖側と岸側の水位差によるケーソンの不安定化による転倒が考えられる。加えて、引き波の作用によって、構造的に弱い堤体沖側への崩壊が進んだことも報告されている（有川ら、2012）。

海岸堤防には、津波の陸域への浸水低減の効果や、到達時間遅延の役割が期待される。そのため、被災した堤防の復旧や既設堤防の改修および強化には、設計超過外力が作用した場合においても最低限の機能を維持する粘り強さが必要とされる。佐藤ら（2012）は、防波堤の安定性を高めるため、防波堤を越流する津波に関する水理模型実験を行い、CADMAS-SURFを用いた数値計算による再現性を試みているが、堤体岸側背後の水面変動や流速があまり一致しないことから、入射波条件の設定が適宜必要であることを報告している。

そこで本研究では、堤体を越流する津波の再現計算として粒子法のMPS法を用いるが、原田ら（2008）が提案した壁境界モデルを改良したポリゴン型壁境界を構造物に適用した場合、従来の粒子型壁境界よりも計算精度が向上することを示唆する。さらに、越流洗掘型の被災事

例の水理模型実験を比較対象として、流入境界を加えた本計算手法を用いることによって、堤体背後の流体運動の再現性が高いことを実証する。

2. 計算手法

非圧縮性流体の支配方程式は、式（1）および（2）に示す連続の式とナビエ・ストークス方程式である。

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{g} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\vec{v}$ は速度ベクトル、 t は時間、 ρ は密度、 P は圧力、 ν は動粘性係数、 $\vec{g}$ は重力加速度である。MPS法では、微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用いて連続体の支配方程式を離散化するものであり、式（3）～（5）の勾配モデル、ラプラシアンモデル、および発散モデルを適用する。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{r_{ij}^2} \vec{x}_{ij} w_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w_{ij}] \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\langle \nabla \cdot \vec{u} \rangle_i = \frac{d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\vec{u}_{ij} \cdot \vec{x}_{ij}}{r_{ij}^2} w_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 ϕ は任意のスカラー量、 $\vec{u}$ は任意のベクトル量、 n^0 は基準粒子数密度、 w_{ij} は粒子 i 、 j 間の重み関数、 r_{ij} は粒子間の距離、 d は次元数、 $\vec{x}_{ij} (= \vec{r}_j - \vec{r}_i)$ は各粒子の座標である。また、 λ は変数分布の分散を解析解と一致させる

1 正会員 博(工) 岩手大学准教授工学部社会環境工学科
2 学生会員 岩手大学大学院工学研究科社会環境工学専攻
3 修(工) 東日本旅客鉄道(株)仙台支社
4 修(工) パンフィックコンサルタンツ(株)

ための係数である。

非圧縮条件は、粒子数密度が基準粒子数密度と等しいというPND条件と、速度の発散がゼロというDIV条件であり、式(6)に示す圧力のポアソン方程式を用いる。

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{v}^* + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^0 - n^*}{n^0} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 Δt は時間ステップ、 $\vec{v}^*$ および n^* は圧力項以外を陽的に解いた後の仮の速度および粒子数密度である。なお、圧力のポアソン方程式を解く際、自由表面粒子の圧力がゼロであるという境界条件を用いる。自由表面の判定には、式(7)に示す粒子数密度を用いる。

$$n_i < cn^0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 c は表面判定のための係数であり、計算の安定性を考慮して $c = 0.80$ とした。

3. ポリゴン型壁境界の特徴

(1) ポリゴン型壁境界

MPS法にポリゴン型壁境界を適用させる場合、流体粒子がポリゴンの壁に近づいたときの相対位置が必要である。本計算の前処理として計算領域を格子分割し、各格子点とポリゴンとの距離関数および単位法線ベクトルのデータベース化を行う。本計算では、データベースから流体粒子とポリゴンの壁までの最短距離を求め、その距離を基に、壁近傍における圧力のポアソン方程式、圧力項および粘性項をそれぞれ流体粒子とポリゴン型壁境界との二つの項の和で表す(佐々木・小笠原, 2012)。圧力のポアソン方程式は、壁近傍においてもPND条件とDIV条件を満足するように計算する。特に、式(6)の右辺第1項は、式(5)の発散モデルを用いて式(8)のように表される。

$$\langle \nabla \cdot \vec{v}^* \rangle_{wall} = \frac{d}{n^0} \left[\frac{\vec{v}_{ij}^*}{r_{ij}^2} \cdot \vec{x}_{ij} w_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の相対速度ベクトル $\vec{v}_{ij}^*$ は、法線方向成分のみで表すことができ、壁境界の単位法線ベクトルを用いると、式(9)で表すことができる。

$$\langle \nabla \cdot \vec{v}^* \rangle_{wall} = \frac{d}{n^0} \left| \vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{n}_{wall} \right| w_d \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\vec{n}_{wall}$ は壁境界の単位法線ベクトル、 w_d は流体粒子と壁との間の重み関数である。

壁近傍における圧力項では、流体粒子が壁から受ける力を壁の法線方向のみと仮定し、式(10)に示すように減衰力および反発力の和として表す。

$$\langle \nabla P \rangle_{wall} = \langle \nabla P \rangle_{wall}^{Damp} + \langle \nabla P \rangle_{wall}^{Spring} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の右辺第1項は、流体粒子が壁に近づくに連れて、その速度が減速し、壁に接触したときにゼロになることを考慮して、式(11)のように表される。

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla P \rangle_{wall}^{Damp} = \begin{cases} \frac{|\vec{v}_{ij}^*|}{\Delta t} & (r_{ij} \leq 0.5L) \\ \frac{R-r_{ij}}{R-0.5L} \frac{|\vec{v}_{ij}^*|}{\Delta t} & (0.5L < r_{ij}) \end{cases} \quad \dots\dots (11)$$

ここで、 R は影響半径、 L は粒子径である。また、式(10)の右辺第2項は、原田ら(2008)を基にペナルティ法を用いて、流体粒子と壁との間に若干のめり込み量を考慮し、その量に応じた反発力を作用させて式(12)のように表される。

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla P \rangle_{wall}^{Spring} = c_r \frac{0.5L - r_{ij}}{\Delta t^2} \quad (r_{ij} \leq 0.5L) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 c_r は反発係数であり、 $c_r = 0.25$ とした。

さらに、壁近傍の粘性項では、式(4)のラプラスアンモデルを用いて、式(13)のように表される。

$$\langle \nabla^2 \vec{v} \rangle_{wall} = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \in wall} [\vec{v}_{ij} w_{ij}] = \frac{2d}{\lambda n^0} \vec{v}_{ij} n_w \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 n_w は壁粒子数密度であり、流体粒子とポリゴンの壁までの最短距離に依存した値である。なお、式(8)から(13)までの変数 j はポリゴンの壁の位置に相当する。

図-1 球体内の水塊落下時の空間および圧力分布
(左側：粒子型壁境界，右側：ポリゴン型壁境界)

(2) 粒子型壁境界との比較

従来の粒子型壁境界と流体運動を比較するため、直径0.32mの球状の壁境界を粒子型（壁粒子数92,490個）およびポリゴン型についてそれぞれ構築し、球体内に立方体

(a) 粒子型壁境界

(b) ポリゴン型壁境界

図-2 球体内の水塊落下後の静的状態での圧力分布

の水塊を自由落下させる計算を行う。図-1は、球体内における水塊の落下過程の空間変化と圧力分布を示す。粒子型の計算結果に比べてポリゴン型では、水塊の壁面衝突に伴う水面変形は、対称性を保ちながら壁の曲面に沿うように滑らかに上昇する。また、粒子型に見られるような圧力値の急激な変化やバラツキがなく、水面から深くなるに連れて高くなるような安定した圧力分布である。さらに、落下後の静的状態における圧力の比較を図-2に示す。粒子型では、壁面近傍で圧力が算出されない場所が存在するが、この原因として個々の球状粒子で壁を構成しているため、壁面の粒子間の凹凸による不連続性が必然的に生じる。その凹凸と流体粒子の衝突が粒子法特有の圧力振動を助長させることによって、流体粒子間に空隙が発生し、式(7)により自由水面粒子（圧力ゼロ）と判断されたためと推察される。一方のポリゴン型では、凹凸のない滑らかな壁面を構築することができるため、静水圧分を示す理論値に近い分布になることがわかる。

以上より、ポリゴン型壁境界は、従来の粒子型壁境界よりも、流体運動の変形過程およびその圧力分布を高精度に表すことが可能と言える。

4. 防波堤越流計算

ここでは、流入・流出境界を設けたポリゴン型壁境界による一般防波堤を越流する津波の再現計算を行い、越流洗掘型の被災事例の模型実験との比較検証より、堤体背後での津波の流体運動の再現性が高いことを実証する。

(1) 流入・流出境界

流入境界は、計算領域の外側に3層の流入粒子を配置し、流入速度を与える。各層の粒子の移動距離が粒子径 L 以上になったとき、最内側1層目の流入粒子を流体粒子に変換し、新たに3層目に流入粒子を配置する。このとき、1層目と2層目の流入粒子は、安定に計算するために圧力計算を行う。一連の操作を繰り返すことによって、

図-3 流入境界を考慮した計算領域（右側）および水位の時間変化の計算値と理論値の比較

連続して流体粒子を発生させることができる。また、流出境界は、流体粒子が計算領域外側に移動したとき、境界近傍の流体粒子のみに圧力を与え、それ以外の粒子は全ての物理量の計算を行わないようにする(越塚, 2005)。

(2) 流入境界の精度検証

流入境界の精度を検証するため、底面に流入領域を設けた直方体($0.3 \times 0.1 \times 0.1$ m)の計算領域を設定する。図-3は、計算領域および流入速度を0.1m/sとしたときの水位変化を理論値と比較した結果である。なお、水位は水面中央付近における複数の流体粒子の平均値とした。時々刻々上昇する水面の位置は、理論値とよく一致していることから、流入境界の設定に問題ないものと言える。

(3) 防波堤の設定および流入条件

計算対象とする防波堤は、青森県八戸港防波堤とし、

図-4 計算に用いた防波堤の断面図

図-5 各流入条件における堤体天端上の最大流速の時間変化

その断面図を図-4に示す。また、静水面での水深を基準に、フルードの相似則を適用させ、1/40の縮尺として計算を行う。計算場では、堤体沖側の底面に現地換算値で長さ4mの流入境界および堤体岸側の側壁に流出境界を設定し、流入速度は1.27, 1.90, 2.53, 3.16m/sのCASE1～CASE4の4ケース、更に、1.90m/sから3.16m/sと増加させた後、1.90m/sと時間的に変化させたCASE5も併せて行う。図-5は、各ケースにおける堤体天端上の最大流速の時間変化を示す。なお、図中の破線は、佐藤ら(2012)による水理模型実験で得られた流速(6.7m/s)の一例を表す。流入速度の大きさによって、立ち上がりの時間および速度に差異が生じるが、流入速度の最も小さいCASE1を除く他の条件では、時間が経過するに連れて実験値と一致するようになり、大きな差異はなく、実現象の再現性を満足させるような流入条件であることがわかる。なお、流入速度を変化させたCASE5であるが、流入速度が変化したとき、24秒付近で天端上の流速に若干の上昇が見られるが、越流後の流体運動は他のケースと大きな変化が現れなかったため、以下では、CASE4の流入条件を用いて実験との比較を行うことにする。

(4) 堤体越流津波の再現計算

図-6は、堤体背後の流速分布の時間変化を示す。なお、図中上段の写真は、辻尾ら(2013)による半周期正弦波を用いた津波実験で撮影された防波堤越流時の空間波形を比較として示す。また、時間は計算開始からの経過時間を現地換算して表している。津波が堤体背後の水面に突入することによって、水面付近の反時計回りの渦の生成や、マウンド法面上の時計回りの渦が発生する過程は、定性的ではあるが実験結果を良好に再現していると言える。さらに、図-7は、マウンド法先における流速の鉛直分布と実験値との比較を示す。水面近傍では、気泡を伴う複雑な流れ場であるため、実験値の欠損により比較できないが、水深-3mから-5mまでの計算値は、実験値と良く一致していることがわかる。

図-6 CASE4 (流入速度3.16m/s) における越流津波の堤体背後の流速ベクトル分布の時間変化 (上段: 半周期正弦波を用いた水理模型実験で撮影された水塊突入過程における空間変化)

図-7 堤体背後のマウンド法先における流速の鉛直分布

したがって、堤体を越流する津波の流体運動を本計算手法によって、十分に再現することが可能と言える。

図-8は、図-6に示した流速分布と同時刻における圧力分布の時間変化を示す。突入した水塊が底面に近づくに連れて、マウンド法面よりも岸側の底面にかけて圧力が大きくなり、マウンド法面から堤体背後にかけても、法面に沿って圧力が若干大きくなるのがわかる。これらの要因として、図-6に示した時刻18.7秒の流速分布を確認すると、底面付近では波の進行方向に非常に速い流速が発生しており、また法面に沿って上昇するような流速も生じていることから、この流速の作用による動圧を表しているものと推察される。さらに、水塊突入に伴い水面付近に時計回りの渦が発生し、時間の経過と共にマウンド法面上にまで到達し、強い渦へと発達していることが図-6からわかる。この渦による巻き上げ作用および図-7に示す底面付近で見られる約4m/sの流速が持続されることによって、マウンド被覆材の安定性を低下させ、基礎地盤の洗掘に至ったものと推測される。

5. 結論

本研究では、海岸保全施設の粘り強さを照査するための数値計算技術を構築することを目的としており、得られた主要な結論は以下の通りである。

- 1) ポリゴン型壁境界を適用したMPS法により、粒子型壁境界よりも壁面近傍の流れ場および圧力場を高精度に計算できることを示唆した。
- 2) 防波堤を越流する津波計算では、模型実験の結果と比較検証を行い、堤体背後での水塊突入による渦の生成を良好に再現することができた。
- 3) 渦に伴う速い流れ場がマウンドの洗掘に起因する可

図-8 CASE4における堤体背後の圧力分布の時間変化

能性を明示し、本計算手法が堤体背後の流体場の計算に十分な適用性があることを実証した。

今後は、マウンドの洗掘やそれに伴う堤体の滑動・転倒を踏まえた流体・構造・地盤の異なる三相の連成解析の開発に取り組む予定である。

謝辞：本研究は、科学研究費助成事業（基盤（B））24360199による成果であることをここに付記する。

参考文献

- 有川太郎・佐藤昌治・下迫健一郎・富田孝史・辰巳大介・廉慶善・高橋研也（2012）：釜石湾口防波堤の津波による被災メカニズムの検討-水理特性を中心とした第一報-，港湾空港技術研究所資料，No.1241.
- 越塚誠一（2005）：粒子法，丸善，34p.
- 佐々木 智・小笠原敏記（2012）：MPS法におけるDelaunay三角形分割法によるポリゴン型壁境界モデルの開発，土木学会論文集B2（海岸工学），Vol. 68, No. 2, pp. I_856 - I_860.
- 佐藤正勝・米山治男・長谷川 巖・稲垣茂樹（2012）：一般防波堤の津波越流による港内側マウンドの洗掘と対策，土木学会論文集B3（海洋開発），Vol. 68, No. 2, pp. I_252 - I_257.
- 辻尾大樹・安田誠宏・間瀬 肇・森 信人・前田恭兵・山口 佑太（2013）：設定を超える津波に対するケーソン防波堤の補強効果に関する実験的研究，土木学会論文集B3（海洋開発），Vol. 69, (印刷中).
- 原田隆宏・越塚誠一・島崎克教（2008）：MPS法における壁境界計算モデルの改良，Transactions of JSCES, Paper No.20080006.