波による海底砂の移動限界に関する研究

A Simple Empirical Model for the Initiation of Sediment Motion under Waves

楳田真也¹・横山珠実²

Shinya UMEDA and Tamami YOKOYAMA

The initiation of sediment motion under waves has been studied to develop a simple empirical model for determining critical Shields parameter and critical velocity of fine sand. It is found that the Shields parameter linearly proportional to the relative wave height with respect to water depth. The onset relative wave height of sediment motion is governed primarily by a non-dimensional parameter consisted of grain size, water depth and wave period. The explicit formulas of both Shields parameter and critical velocity are derived from four different series of available experimental data obtained from small wave flume tests. The present model is simple and agrees well with the results of large wave flume test. For a given fine sand, the onset velocity derived from the present model is increased with increasing wave period and decreasing water depth.

1. 序論

海岸漂砂の問題を論じる際、底質の移動限界を正確に評価することが根本的に重要な課題であり、古くから多くの研究が行われてきた。移動限界は主に流速、水深およびShields数等で表現され、波・底質条件を用いた理論・実験式が提案されている。漂砂量式などに用いられる限界Shields数 θ_{cr} を与える際、例えば図-1のようなShields曲線等が利用されることが多い。図中の実験結果の分布と見比べると、砂や水の諸元だけでなく波動条件にも依存する海底砂の移動限界値を必ずしも的確に評価できるとは言えない。限界Shields数は漂砂量式などを利用する海浜変形、海岸構造物周辺洗掘や砂漣などの数値解析の結果をかなり左右する可能性があるため、波浪条件も考慮して移動限界を精度良く推定する必要がある。

海底砂の移動限界に関する実験では振動流管、静水中の振動床および造波水槽が用いられ、各種装置による現象の再現性や力学的な相違について議論されている（例えばNielsen, 1992）。従来研究の大部分は各種装置による実験結果を区別しないで複数のデータセットに基づいて移動限界の推定式を提案している。そのため、振動型装置実験では基本的に変数にならない水深および波高と移動限界との直接的関係から求められた実験式は著者の知る限りない。砂の移動機構を力学的に扱った理論的に優れた方法（例えば、石原・樫木, 1960；土屋ら, 1984）も研究されているものの、移動限界の流速やShields数を求め易い陽的な関数で表現されたモデル式は限られ、実用上の適用範囲について不明な点が多い。

そこで本研究では、波による砂の移動限界に関する既

図-1 波による砂の移動限界Shields数 θ_{cr}

存の研究および著者らの造波水槽を用いた実験データを収集・解析して、漂砂の移動限界と波・砂の条件との関係を見出すことを目的とした。本論では移動限界の波高、Shields数および流速に関して、できるだけ簡単で実用的な実験式を考案するとともに、既存の大規模実験や現地観測に対する本実験式の適用性を検証した。

2. 砂の移動限界に関する著者らの造波実験の概要

長さ18m、幅0.48m、深さ0.6mの二次元造波水槽の底面に厚さ約3cmで一様に敷いた砂が移動し始める時の波高 H_{cr} および流速 U_{cr} を計測した。砂は中央粒径 $d=0.16\text{mm}$ の富山港の浚深砂と $d=0.31\text{mm}$ の小舞子海岸の汀線付近の砂を対象に、水深 $h=25\text{cm}$ 、周期 $T=1.0\sim3.0\text{s}$ の規則波を作用させた。水槽の端部に消波材を設置して反射率を1～2割以下に抑えた。砂の移動限界の判断は多くの従来研究（例えば、Monohar, 1955；Horikawa・Watanabe, 1967）と同様に目視やビデオ映像による観測に基づいて、砂面で比較的突出した砂粒や比較的細かい砂が移動し始

1 正会員 博(工) 金沢大学准教授 環境デザイン学系
2 岐阜県

める初期移動 (Initial Movement, 以下の図表中にはI.M.と表記) と砂面表層にある砂粒がほとんど動き出す全面移動 (General Movement, 同様にG.M.と表記) の2種類の移動限界条件を計測結果より求めた。

3. 波による砂の移動限界に関する実験データの収集

本実験と同様に造波水槽を用いて行われた波による砂の移動限界に関する既往の実験データを収集した。表-1は本研究で利用した既往の実験および著者らの実験の条件と結果をまとめたものである。波と砂の条件の範囲は、波の周期 $T=0.8\sim 10.3$ s, 水深 $h=15\sim 120$ cm, 砂の粒径は $d=0.15\sim 1.5$ mmであり, 砂の移動限界波高は $H_{cr}=2\sim 45$ cmである。表中のVincent (1958) およびDingler (1979) の移動限界波高は各論文の図より読み取り, その他の移動限界波高は各論文に記載された数値を抽出したものである。また, 移動限界時の底面流速の振幅 U_{cr} は水深・周期・波高から微小振幅波を仮定して算出した。

底面せん断応力の算定に必要な摩擦係数 f_w は底面境界層のレイーム別に既存の推定式を用いて算出した。層流の場合には理論式を, 粗面乱流の場合には比較的最近の実験式の中で簡便で適合性が良好であるSoulsby (1997) の式を利用した。

4. 波による砂の移動限界条件の推定

(1) 砂の移動限界と波・砂の条件との関係

移動限界状態における砂と波の条件を見出すため, 波動を特徴づける幾つかの無次元数と移動限界Shields数との関係を調べた。その結果, 細砂の移動限界Shields数は図-2に示すように移動限界時の波高水深比 H_{cr}/h と概ね比例関係にあることが分かった。初期移動I.M.や全面移動G.M.といった移動形態の違いに関わらず, 砂の粒径別に概ね直線で近似できる。その傾きは砂の粒径 d が小さい方が大きくなる傾向にある。粒径 d の代わりに図-1の横軸に使用されている無次元粒径 D_* を用いることとし, 近似直線の傾きを最小二乗法によって求めると, 図中の幾つかの異なる実験結果による移動限界時のShields数と波高水深比の関係は次式で近似的に表現できる。

$$\theta_{cr} = 12.4 D_*^{0.86} (H_{cr}/h) \dots \dots \dots (1)$$

$$D_* = \sqrt[3]{g(s-1)/\nu^2 d} \dots \dots \dots (2)$$

ここで g は重力加速度, s は砂の比重, ν は水の動粘性係数である。

次に, 限界波高水深比 H_{cr}/h について, 波と砂の諸元から次元解析的に導出した幾つかの無次元パラメータとの関係を検討した。図-3は細砂の全面移動限界時の波高水

表-1 造波水槽による砂の移動限界に関する実験条件と結果

Authors	sand motion	d [mm]	T [s]	h [cm]	H_{cr} [cm]	U_{cr} [cm/s]
Vincent (1958)	I.M.	0.63	1.5-2.1	60	16.1-19.5	24.1-27.2
		0.46	1.5-1.9	60	12.7-14.4	18.6-19.2
		0.24	1.0-2.7	60	8.5-14.3	14.3-16.0
Goddet (1960)	?	0.5	1.0-3.0	20-120	3.5-16.5	16.2-38.0
		0.2	0.8-4.0	20-120	2.9-10.5	13.0-28.0
		0.15	1.0-2.0	15	2.0-2.75	12.8-21.0
Sato & Tanaka (1962)	G.M.	1.5	2.1-3.4	40	12.5-13.0	33.0-42.0
		0.53	1.8-3.1	40	8.0-10.0	21.5-29.5
		0.157	1.7-2.5	40	7.2-9.0	15.3-22.0
Horikawa & Watanabe (1967)	I.M.	0.2	0.8-2.2	15-26	3.1-6.0	9.4-17.6
	G.M.	0.2	0.8-2.2	15-26	3.9-8.5	11.0-29.0
Dingler (1979)	?	1.454	2.0-10.2	100	22.9-45.2	27.3-64.2
		0.901	2.0-10.2	100	20.7-35.6	27.1-50.5
		0.31	2.0-10.3	118	8.8-15.0	11.3-23.1
		0.18	2.0-10.2	118	6.7-13.8	7.1-21.3
Present results	I.M.	0.31	1.0-3.0	22	3.1-5.5	11.5-16.1
		0.16	1.0-3.0	22	2.7-3.8	7.9-8.9
	G.M.	0.31	1.0-3.0	22	3.1-6.9	10.1-18.7
		0.16	1.0-3.0	22	3.2-5.3	9.7-13.8

図-2 移動限界時のShields数と波高水深比の関係

図-3 限界波高水深と推定パラメータの関係(全面移動)

深比と次式で定義される無次元数 α との関係を示すものである。

$$\alpha = \frac{dL_0}{hL} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 L_0 は沖波波長 ($= gT^2/2\pi$)、 L は水深 h での波長であり、無次元数 α は水深、周期と砂の粒径から求められる。限界波高水深比は α とともに増加する傾向を示し、図中の近似曲線は次式で表される。

$$\frac{H_{cr}}{h} = 6.4\alpha^{0.5} \dots\dots\dots (4)$$

図中の実験結果に対する式 (4) の近似曲線の決定係数 R^2 は0.69、RMS誤差は0.05であり、実験条件の範囲では概ね適合する。なお、 α を与えるのに必要な波長 L の計算には、例えばBeji (2013) の式を利用すると、実用上十分な精度を確保しながら陽的な代数式で、波長 L を微小振幅波の仮定のもと計算できる。最大相対誤差が0.2%未満のBejiの式を利用すると α は次式で容易に計算できる。

$$\alpha = \frac{d}{h} \frac{1 + (k_0 h)^{1.3} \exp[-(1.1 + 2k_0 h)]}{\sqrt{\tanh(k_0 h)}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで k_0 は沖波の波数 ($k_0 = 2\pi/L_0 = 4\pi^2/(gT^2)$) である。

(2) 移動限界Shields数の推定式とその適用性

前節で得た限界Shields数に関する式 (1) に全面移動限界の波高水深比の式 (4) を代入すると、次式のような波と砂の条件から細砂の全面移動限界Shields数を直接算定するための簡便な式 (6) が得られる。

$$\theta_{cr} = 79.4D_*^{-0.86}\alpha^{0.5} \dots\dots\dots (6)$$

本実験式の適用性を把握するために、まず、本式を得るために利用した比較的小規模な造波水槽による実験結果を対象に、図-4において式 (6) による限界Shields数の計算値と実験値を比較した。実験条件の範囲では主に波の条件に左右されて限界Shields数は約0.07~0.2の間で変化しているのだが、式 (6) による推定結果はそのような変化をある程度捉えている。計算値は概ね実験値 $\pm 30\%$ 以内にある。誤差の主な要因としては、観測者による移動限界の判定には多少差があることや、本式のような僅かなパラメータによる陽関数での表現の限界なども考えられる。

次に、大型の造波水槽 (長さ44m、幅・深さ2.4m) を用いて、水深が比較的大きく、幅広い周期の波 (表-1参照) を対象に実施されたDingler (1979) による砂の移動限界実験について式 (6) による推定を試みた。なお、本推定式を求める段階ではDinglerの実験結果は使用していない。図-5は粒径の異なる2種類の砂について、波の周期や水深が異なる条件下で得られた移動限界Shields数のDingler (1979) の実験値とShieldsの曲線、Soulsby (1997)

図-4 限界Shields数の実験値と計算値の比較 (全面移動)

(a) $d=0.18\text{mm}$ の場合

(b) $d=0.31\text{mm}$ の場合

図-5 大型実験の限界Shields数の各式による推定結果の比較

の式や本実験式 (6) による推定値とを比較したものである。Shields曲線やSoulsbyの式による計算では砂と水の物性で決まる D_* で限界Shields数が与えられ、波の条件を考慮できないため、図中の両式による θ_{cr} の推定値は粒径別にそれぞれ一定値を示す。対照的に、式 (6) は波の周期や水深の違いが砂の移動限界に及ぼす影響を考慮して、 θ_{cr} を比較的良好な精度で捉えている。Shields曲線やSoulsbyの式は幅広い粒径の範囲をカバーし、主に粒径毎

に期待される平均的な移動限界値を簡便に算定できる。一方、本実験式は適用できる粒径の範囲は限られるものの、波の条件の違いを考慮してより正確な値を見積もるのに役立つと考えられる。

(3) 移動限界流速の推定式と適用性

移動限界の底面流速については、主に波の周期の影響を考慮した推定式が数多く提案されているので、本節では前述の限界波高水深比の式(4)から限界底面流速の推定式を導出して、従来の代表的な限界流速の式と比較する。微小振幅波における波高と流速の関係式に式(4)の限界波高水深比を代入すると、砂の全面移動限界時の底面流速に関する次のような推定式が得られる。

$$U_{cr} = \frac{6.4\pi\alpha^{0.5}h}{T\sinh(kh)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、 kh の算定には次式のBeji (2013) の式を利用すると限界流速は陽的に計算できる。

$$kh = \frac{k_0 h [1 + (k_0 h)^{1.3} \exp\{-(1.1 + 2.0 k_0 h)\}]}{\sqrt{\tanh(k_0 h)}} \quad \dots (8)$$

図-6は全面移動の限界流速に関する5組の著者による実験データを対象に、Komar・Miller (1975)、Hallermeier (1980) とYou (2000) の代表的な限界流速式および式(7)を用いて計算した結果を比較したものである。従来の推定式は一部の実験データセットに対して高い推定精度を示すものの、全体的には本提案式(7)の方がより良好な推定結果を示している。

移動限界流速の推定精度を定量的に比較するために、

図-6 移動限界流速 U_{cr} の推定結果の比較

表-2 移動限界流速 U_{cr} の推定結果の適合性

	Input variables	colleration, R	r.m.s. error [cm/s]	C.V.
Komar & Miller (1975)	(A) 4 variables T : wave period	0.26	8.5	0.45
Hallermeier (1980)	d : grain size s : specific gravity	0.2	9.2	0.49
You (2000)	ν : kinematic viscosity	0.38	6.2	0.33
Present model	(A) + h : water depth	0.66	4.7	0.25

図-7 各推定式による移動限界流速 U_{cr} の比較($d=0.2\text{mm}$)

表-2に各式の入力変数とともに実験値と計算値の相関係数、RMS誤差、変動係数をまとめた。従来の代表的な限界流速式に比べて、式(7)は入力変数として水深 h を追加する必要があるものの、陽的で簡便な代数式であるにも関わらず、造波実験による限界流速を精度良く推定できることが分かった。

一例として $d=0.2\text{mm}$ 、 $s=2.65$ の砂の移動限界流速の周期 T による変化について、前述の各推定式で計算した結果を図-7に示す。従来の代表的な限界流速式と同様に、本式(7)は波の周期の増加につれて移動限界流速が増加する傾向を示す。本式の特徴は水深による変化であり、水深の増加につれて限界流速は減少傾向を示す。

(4) 現地観測データへの適用性の検討

造波水槽による実験結果を整理して得られた上述の移動限界の性質や実験式について、現地への適用性を把握するために、図-3に示した全面移動の限界波高水深比と無次元数 α の関係図に、Satoら(1962)とLarsenら(1981)の細砂の現地観測データを追加して図-8を得た。Satoら(1962)はアイソトープ砂を追跡し、分布状況の変化からマクロ的に移動の有無を判別し、Larsenら(1982)は底面から30cm上に設置した光学的な透過率測定器機の出力を利用した結果である。

実験式(4)を現地データの範囲まで便宜的に伸ばしていくと、両者の現地結果はいずれも波高水深比が式(4)の推定値より大きくなることが確認できる。Larsenら(1982)の現地観測の結果は計測方法から浮遊限界条

図-8 現地観測データへの本推定式の適用性

件に相当するため、その限界波高水深比は掃流砂状態の全面移動限界の実験結果に比べて大きくなる。Satoら(1962)と実験結果との差異は主に移動限界の判別方法の違いによる所が大きく、波浪の観測方法や代表値の意味の違いなどの影響も含まれると考えられる。これらの観測と実験の違いのため単純な比較は難しい。

海底砂の移動限界に関する現地観測データの蓄積・解析が今後さらに必要であるが、移動限界の波高水深比は無次元パラメータ α の幅広い範囲で単調増加傾向にあると推察され、現地の移動限界の推定に役立つ可能性があると考えられる。

5. 結論

海底砂の移動限界を波と砂の条件を用いてできるだけ簡単な式で正確に表すために、造波水槽を用いた細砂の移動限界実験を行うとともに、既存の造波実験のデータを収集・分析した。ここで結果をまとめて結論とする。

細砂の移動限界時のShields数と波高水深比は概ね比例関係にある。その近似式(1)の傾きは移動限界状態の違いに関わらず水と砂の物性によって決まる式(2)の無次元粒径に依存する。

全面移動限界の波高水深比は砂の粒径、波長や水深で定義される無次元数 α を用いた式(4)によって実験結果の変化傾向をある程度捉えることができる。

上記の式を組み合わせる移動限界Shields数を波と砂の諸元から陽的に直接算定するための簡便な式(6)を考案した。本式の大規模実験への適用性は良好であり、従来の幅広い粒径範囲をカバーしたものに比べて、適用範囲は限られるものの、波の条件を考慮して精度良く限界Shields数を求める場合に役立つ。

全面移動限界の底面流速についても同様に陽的な算定式(7)を提案した。波の周期とともに限界流速が増加する傾向は従来の代表的な算定式と同様であるが、本式は水深変化の影響を利用している点が特徴である。本式

によって造波実験による細砂の移動限界流速をより良好に推定できる。

本式による現地海底砂の移動限界の推定にはある程度限界がある。今後、現地観測データの蓄積とともに幅広い粒径の砂の移動限界に関するデータ解析が必要である。

謝辞：本研究を進める上で石田啓先生（金沢大学名誉教授）には砂の移動限界実験について貴重なご助言を賜り、市岡大昌さん（金沢大学大学院水工学研究室）には実験計測にご協力頂きました。また本研究の一部は科学研究補助金（課題番号：24760389）の補助を受けました。ここに記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 石原藤次郎・榎木 亨 (1960)：漂砂の移動限界流速，限界水深および移動量について，第7回海岸工学講演会論文集，pp.47-57.
- 佐藤昭二・田中則男 (1962)：水平床における波による砂移動について，第9回海岸工学講演会論文集，pp.95-100.
- 土屋義人・上田康裕・大下哲則 (1984)：漂砂の移動限界の理論，第31回海岸工学講演会論文集，pp.272-276.
- 堀川清司・渡辺 晃 (1966)：波による砂移動に関する一考察，第13回海岸工学講演会論文集，pp.126-134.
- Beji, S. (2013)：Improved explicit approximation of linear dispersion relationship for gravity waves, Coastal Engineering, Vol.73, pp.11-12.
- Dingler, J.R. (1979)：The Threshold of Grain Motion Under Oscillatory Flow in a Laboratory Wave Channel, Journal of Sedimentary Petrology, Vol.49, pp.287-294.
- Goddet, J. (1960)：Etude Du Debut Dentrainement Des Matriaux Mobiles sous l' Action de la Haulte, la Houille Blanche No.2 Mars-April.
- Hallermeier, R.J. (1980)：Sand Motion Initiation by water waves：two asymptotes, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, Vol.106, pp.299-318.
- Komar, P.D. and Miller, M.C. (1975)：On the comparison between the threshold of sediment motion under waves and unidirectional currents with a discussion of the practical evaluation of the threshold. Journal of Sedimentary Petrology, Vol.45, pp.362-367.
- Larsen, L.H., Sternberg, R.W., Shi, N.C., Marsden, M.A.H. and Thomas, L. (1981)：Field investigations of the threshold of grain motion by ocean waves and currents, Marine Geology, Vol.42, pp.105-132.
- Nielsen, P. (1992)：Coastal bottom boundary layers and sediment transport, Advanced Series on Ocean Engineering 4, World Scientific, Singapore, 324p.
- Sato, S., Ijima, T. and Tanaka, N. (1962)：A study of critical depth and mode of sand movement using radioactive glass sand, Proc. 8th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.304-323.
- Soulsby, R. (1997)：Dynamics of Marine Sands: A Manual for Practical Applications, Thomas Telford, London, 249p.
- Vincent, G.E. (1958)：Contribution to the study of sediment transport on a horizontal bed due to wave action, Proc. 6th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.326-355.
- You, Z.J. (2000)：A simple model of sediment initiation under waves, Coastal Engineering, Vol.41, pp.399-412.