大振幅内部孤立波の伝播過程における非線形現象

Nonlinear Phenomena in Propagation of Large-Amplitude Internal Solitary Waves

山下 啓¹・柿沼太郎²・吉本明日妃³・吉川 諒⁴

Kei YAMASHITA, Taro KAKINUMA, Asuki YOSHIMOTO and Ryo YOSHIKAWA

Nonlinear interaction between internal waves including very large amplitude waves has been numerically simulated using nonlinear internal-wave equations based on a variational principle. When an internal solitary wave is reflected at a vertical wall, the amplification factor of wave amplitude becomes larger as the ratio of the amplitude of incident wave to the limit amplitude of internal solitary wave is moderate, where the kinetic energy is predominant in the wave energy. As the amplitude of internal wave is close to the limit amplitude of internal solitary wave, the internal wave shows linear characteristics, such that the kinetic energy nearly equals to the available potential energy. Internal waves of very large amplitude propagating over an upslope or a downslope have also been examined, where the energy of the main wave is almost conserved.

1. 序論

密度成層が発達した沿岸域において、大きな振幅・層厚比を有する内部孤立波が存在することは、多くの現地観測により明らかにされている（例えば、Stanton・Ostrovsky, 1998；Dudaら, 2004）。大振幅内部孤立波は、様々な振幅や水平スケールを有する内部波とエネルギーの授受を行ない、また、水深変化の影響を受けて、波形を変化させながら伝播していく。

こうした大振幅内部孤立波を対象とした研究により、一様静水深域における単一の大振幅内部孤立波の波形、波速及び流速場等の特性が調べられてきた（例えば、Funakoshi・Oikawa, 1986；Grueら, 1999）。しかしながら、大振幅内部孤立波の、追い越しや衝突時の非線形干渉、また、水深変化を伴う水域における挙動等に関しては、不明な点が多い。これは、大振幅内部孤立波を高精度に再現できる数値モデルが限定されており、更に、これらを高精度・高効率に解析するための数値解析手法の確立が困難を伴うためである。

ところで、波の非線形性及び分散性に対して何ら仮定を行なわない内部波の非線形方程式系が、柿沼（2001）により導出され、Nakayama・Kakinuma（2010）は、これを安定に解析するための数値解析手法を開発している。また、山下・柿沼（2013）は、大振幅内部孤立波の数値解を算出する手法を提案している。

そこで、本研究では、波の強非線形性・強分散性を考慮

した非線形波動方程式系（柿沼, 2001）を基礎方程式系とした数値解析を実施し、鉛直断面内における大振幅内部孤立波の非線形相互干渉や変形の解析を行ない、大振幅内部孤立波の伝播過程で現れる非線形現象に関して調べる。

2. 基礎方程式系及び数値解析手法

非粘性・非圧縮性である2層流体の非回転運動を対象とする。そして、上層及び下層をそれぞれ第1層及び第2層と呼ぶ。また、内部波の特性に着目するため、2層流体の上面を固定水平板とする。

第*i*層の速度ポテンシャル ϕ_i を次式のように N_i 個のべき関数の重み付き級数に展開する。

$$\phi_i(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha_i=0}^{N_i-1} \left\{ f_{i,\alpha_i}(\mathbf{x}, t) \cdot z^{\alpha_i} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

無次元量に関する解析を行なうために、代表値を用いて諸量を次式のように無次元化する。

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{\lambda}, \quad y^* = \frac{y}{\lambda}, \quad z^* = \frac{z}{h}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gh}}{\lambda} t, \\ \nabla^* &= \lambda \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t^*} = \frac{\lambda}{\sqrt{gh}} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \dots\dots\dots (2) \\ h_i^* &= \frac{h_i}{h}, \quad \eta^* = \frac{\eta}{h}, \quad b^* = \frac{b}{h}, \quad f_{i,\alpha_i}^* = \frac{h^{\alpha_i}}{\lambda \sqrt{gh}} \left(\frac{h}{a} \right)^{\alpha_i} f_{i,\alpha_i} \end{aligned}$$

ここで、 h , $h_i(\mathbf{x})$, a , λ , $\eta(\mathbf{x}, t)$ 及び $b(\mathbf{x})$ は、それぞれ、代表水深、第*i*層の層厚、代表振幅、代表波長、界面変動及び底面位置である。また、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子であり、 g は、重力加速度である。

変分法（柿沼, 2001）を適用すると、次式に示す、無次元量に関する非線形内部波方程式系が得られる。

$$\begin{aligned} (\eta^*)^{\alpha_1} \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1 + 1} \varepsilon^{\beta_1} \nabla^* \left\{ (\eta^*)^{\alpha_1 + \beta_1 + 1} \nabla^* f_{1,\beta_1}^* \right\} \\ - \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha_1 + \beta_1 - 1} \frac{\varepsilon^{\beta_1}}{\sigma^2} (\eta^*)^{\alpha_1 + \beta_1 - 1} f_{1,\beta_1}^* = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

-
1 正会員	博(工)	東北大学 産学官連携研究員
災害科学国際研究所
2 正会員	博(工)	鹿児島大学大学院 准教授
理工学研究科 生命環境科学専攻
3	修(工)	アジアプランニング株式会社
4 学生会員		鹿児島大学大学院
理工学研究科 海洋土木工学専攻

$$\begin{aligned}
& (\eta^*)^{\alpha_2} \frac{\partial \eta^*}{\partial t} \\
& + \frac{1}{\alpha_2 + \beta_2 + 1} \varepsilon^{\beta_2} \nabla^* \left\{ \left[(\eta^*)^{\alpha_2 + \beta_2 + 1} - (b^*)^{\alpha_2 + \beta_2 + 1} \right] \nabla^* f_{2,\beta_2}^* \right\} \dots \dots (4) \\
& - \frac{\alpha_2 \beta_2}{\alpha_2 + \beta_2 - 1} \frac{\varepsilon^{\beta_2}}{\sigma^2} \left\{ (\eta^*)^{\alpha_2 + \beta_2 - 1} - (b^*)^{\alpha_2 + \beta_2 - 1} \right\} f_{2,\beta_2}^* = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{\beta_2} (\eta^*)^{\beta_2} \frac{\partial f_{2,\beta_2}^*}{\partial t} + \frac{1}{2} \varepsilon^{\beta_2 + \gamma_2} (\eta^*)^{\beta_2 + \gamma_2} \nabla^* f_{2,\beta_2}^* \nabla^* f_{2,\gamma_2}^* \\
& + \frac{1}{2} \beta_2 \gamma_2 \frac{\varepsilon^{\beta_2 + \gamma_2}}{\mu^2} (\eta^*)^{\beta_2 + \gamma_2 - 2} f_{2,\beta_2}^* f_{2,\gamma_2}^* + (\eta^* + h_1^*) \\
& - \frac{\rho_1}{\rho_2} \left\{ \varepsilon^{\beta_1} (\eta^*)^{\beta_1} \frac{\partial f_{1,\beta_1}^*}{\partial t} + \frac{1}{2} \varepsilon^{\beta_1 + \gamma_1} (\eta^*)^{\beta_1 + \gamma_1} \nabla^* f_{1,\beta_1}^* \nabla^* f_{1,\gamma_1}^* \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \beta_1 \gamma_1 \frac{\varepsilon^{\beta_1 + \gamma_1}}{\mu^2} (\eta^*)^{\beta_1 + \gamma_1 - 2} f_{1,\beta_1}^* f_{1,\gamma_1}^* + (\eta^* + h_1^*) \right\} = 0 \dots \dots (5)
\end{aligned}$$

ここで、添え字 α_i , β_i , 及び γ_i に対して積の総和規約を採用している。また、 $\varepsilon = a/h$ 及び $\sigma = h/\lambda$ は、それぞれ、振幅・水深比及び水深・波長比の代表値である。

入射波として、本方程式系に対する内部孤立波の数値解(山下・柿沼, 2013)を与える。そして、Nakayama・Kakinuma (2010) の差分法を適用して、時間発展の数値解析を行なう。なお、本研究では、比較的浅い水域における内部孤立波を対象とし、上・下層における速度ポテンシャルの展開項数をともに、 $N_1 = N_2 = 3$ とする。

3. 一様静水深域における内部孤立波の非線形干渉

(1) 内部孤立波の追い越しに見られる非線形干渉

一様静水深 h の水域における、二つの内部孤立波の追い越し現象を対象とする。すなわち、振幅の大きな内部孤立波が、振幅が相対的に小さな内部孤立波を追い越す際、非線形干渉について調べる。

上・下層の密度比は、 $\rho_1/\rho_2 = 0.98$ であり、上層の層厚は、 $h_1 = 0.2h$ とする。また、計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x/h = 0.1$ 及び $\Delta t C_{i,0}/\Delta x = 0.018$ とする。ここで、 $C_{i,0}$ は、線形内部浅水波の波速である。対象水域における内部孤立波の振幅・上層厚比の極限値は、Grueら (1999) の次式より、 $a_{\max}/h_1 = 1.49$ である。

$$a_{\max} = \left| h_2 \sqrt{\rho_1} - h_1 \sqrt{\rho_2} \right| / \left(\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2} \right) \dots \dots \dots (6)$$

図-1に、二つの内部孤立波の追い越しにおける、界面形の時間変化を示す。ここで、二つの内部孤立波の振幅・上層厚比は、 $a_L/h_1 = 1.4$ 及び $a_S/h_1 = 0.3$ であり、添え字L及びSは、それぞれ、振幅が相対的に大きな内部孤立波及び相対的に小さな内部孤立波の値を表わす。時刻 $tC_{i,0}/h = 35$ において、 $a_L/h_1 = 1.4$ である波が $a_S/h_1 = 0.3$ である波に追い付き重合するとき、波の非線形干渉により振幅が減少することがわかる。

図-2は、図-1に示した、二つの内部孤立波における谷の水平位置の時間変化を示したものである。ここで、実

図-1 二つの内部孤立波の追い越しにおける界面形の時間変化 (内部孤立波の振幅・上層厚比は、 $a_L/h_1 = 1.4$ 及び $a_S/h_1 = 0.3$ である。また、添え字L及びSは、それぞれ、振幅が大きな内部孤立波及び小さな内部孤立波の値を表わす。)

図-2 図-1における二つの内部孤立波の谷の水平位置の時間変化 (実線が干渉した場合の結果を示し、他方、破線が干渉しない場合の結果を示す。)

線が、干渉した場合の結果を示し、破線が、干渉しない場合の結果を示す。追い越し後に、二つの内部孤立波の位相がずれている。すなわち、 $a_L/h_1 = 1.4$ である波の位相は、波の進行方向にずれ、 $a_S/h_1 = 0.3$ である波の位相は、反対方向にずれている。また、 $a_L/h_1 = 1.4$ である波より $a_S/h_1 = 0.3$ である波の方が、位相のずれが大きい。

表-1に、追い越しで生じた、内部孤立波の谷の水平位置のずれ $\delta x_L/h$ 及び $\delta x_S/h$ 、並びに、干渉時の振幅変化率 $(a_p - a_L)/a_S$ を示す。ここで、 a_p は、界面変動を η として、 $|\eta|$ のピークの最小値である。

Case C-2を除き、 a_S/h_1 が等しい場合、 a_L/h_1 が大きいほど、位相のずれ $|\delta x_L/h|$ 及び $|\delta x_S/h|$ が小さくなる。これは、表面孤立波の追い越しにおいても見られる現象である(片岡, 2008)。ところが、Case C-2の、 $a_S/h_1 = 0.75$ である内部孤立波の位相の変化は、Case C-1より大きくなっており、表面孤立波の追い越しに現れる非線形干渉と異なっている。

他方、重合するときの波形が線形重ね合わせである場合、振幅は、 $a_p = a_L + a_S$ であり、振幅変化率は、 $(a_p - a_L)/a_S = 1$ である。すなわち、振幅が増加する。ところが、非線形干渉では、振幅の大きな内部孤立波が、振幅が相対的に小さな内部孤立波に追い付き重合するとき、振幅変化率 $(a_p - a_L)/a_S$ は、負の値であり、振幅が減少する。本計算条件では、追い越される内部孤立波の振幅 a_S/h_1 が等しい場合、 $a_L/h_1 = 1.40$ であるとき、振幅変化率の絶対値が大きい。すなわち、振幅がより大きい $a_L/h_1 = 1.46$ で

表-1 二つの内部孤立波の追いつきの際に生じる谷の水平位置のずれ $\delta x_L/h$ 及び $\delta x_S/h$ と干渉時の振幅変化率 $(a_p - a_L)/a_S$ (添え字L及びSは、それぞれ、振幅が大きな内部孤立波及び小さな内部孤立波の値を表わす。また、 a_p は、二つの内部孤立波が重合したときの振幅である。)

Case	Larger amplitude waves		Smaller amplitude waves		Amplification factor $\frac{a_p - a_L}{a_S}$
	a_L/h_1	$\delta x_L/h$	a_S/h_1	$\delta x_S/h$	
A-1	0.30	2.4	0.15	-2.9	-0.49
A-2	0.75	0.8		-1.6	-1.00
A-3	1.40	0.7		-1.4	-1.08
A-4	1.46	0.6	0.30	-1.4	-0.99
B-1	0.75	1.2		-2.2	-0.61
B-2	1.40	1.1		-2.0	-0.82
B-3	1.46	1.1	0.75	-1.9	-0.57
C-1	1.40	2.4		-2.1	-0.34
C-2	1.46	2.3		-3.4	-0.20

あるときよりも、 $a_L/h_1 = 1.40$ であるときの方が、振幅が大きく変化している。

(2) 鉛直壁に衝突する内部孤立波の挙動

鉛直壁に衝突する内部孤立波を対象とし、鉛直壁の位置における振幅増幅率を調べる。ここで、上層の層厚を $h_1 = 0.05h, 0.1h, 0.2h, 0.3h$, または、 $0.4h$ とする。

図-3 に、入射波の振幅・極限振幅比 $a/a_{\max}$ と鉛直壁の位置における振幅増幅率 $|a_{\min} + h_1|/a$ の関係を示す。ここで、重複波の碎波が生じない場合を対象としている。図-3 によると、入射波の振幅・極限振幅比が等しいとき、上層厚が小さい場合の方が、振幅増幅率が大きい。また、 $h_1 \leq 0.1h$ である場合、振幅が中程度である場合に、振幅増幅率が大きな値を示す。

ところで、表面孤立波が鉛直壁に衝突するとき、入射波の振幅・水深比 a/h が大きい場合、すなわち、入射波の非線形性が強い場合ほど、振幅増幅率が大きくなる (Su・Mirie, 1980)。ところが、本計算条件による内部孤立波の振幅増幅率は、層厚比の条件が等しい場合、振幅が中程度の場合に大きな値を示している。そして、入射波の振幅が極限値 $a_{\max}$ に近いとき、すなわち、非線形性が最も強くなるとき、振幅増幅率がほぼ2倍であり、内部孤立波の挙動は、線形な挙動に近づく。

こうした内部孤立波の振る舞いは、波がエネルギー保存則を満たすためであると考えられる。内部孤立波の鉛直壁への衝突は、等しい振幅を有する二つの内部孤立波の衝突と同一の現象である。そこで、二つの内部孤立波が衝突する場合のエネルギーの保存を考える。そのために、まず、内部孤立波のエネルギー特性に関して調べる。

図-4 に、内部孤立波の運動エネルギー $E_{i,K}$ と位置エネルギー $E_{i,P}$ の差の、全エネルギー $(E_{i,K} + E_{i,P})$ に対する割合を示す。ここで、 $E_{i,P}$ 及び $E_{i,K}$ は、単位幅当たりのエネルギーとして、次式により算出される。

図-3 内部孤立波が鉛直壁に衝突する場合の波高増幅率 ($a_{\max}$ は、式(6) で与えられる内部孤立波の振幅の極限値である。)

図-4 内部孤立波の運動エネルギー $E_{i,K}$ と位置エネルギー $E_{i,P}$ の差の全エネルギー $(E_{i,K} + E_{i,P})$ に対する割合(エネルギーは、単位幅当たりの量である。また、 $a_{\max}$ は、式(6) で与えられる内部孤立波の振幅の極限値である。)

$$E_{i,P} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} (\rho_2 - \rho_1) g (\eta + h_1)^2 dx / (\rho_2 - \rho_1) g h^3 \dots (7)$$

$$E_{i,K} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-h}^0 \frac{1}{2} \rho_i \left[(\nabla \phi_i)^2 + \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx \right\} / (\rho_2 - \rho_1) g h^3 \dots (8)$$

図-4 では、縦軸の値 $(E_{i,K} - E_{i,P}) / (E_{i,K} + E_{i,P})$ がゼロに近い場合ほど、位置エネルギーと運動エネルギーが等配分である状態に近い。また、縦軸の値が大きい場合ほど、運動エネルギーが卓越する。図より、振幅・極限振幅比 $a/a_{\max}$ が等しい場合、上層厚が小さいほど、全エネルギーにおける運動エネルギーの割合が大きい。他方、上層厚 h_1 が等しい場合、振幅が中程度であるとき、運動エネルギーの割合が大きくなる。また、振幅が極限値に近付くと、線形理論におけるような、位置エネルギーと運動エネルギーが等配分である状態に近づく。

進行方向のみが異なる二つの内部孤立波が、独立して伝播すると仮定する。このうち、 x 軸の正の方向に伝播する内部孤立波の位置エネルギー及び運動エネルギーを、それぞれ、 $E_{i,P+}$ 及び $E_{i,K+}$ と表わし、他方、 x 軸の負の方向に伝播する内部孤立波の位置エネルギー及び運動エネルギーを、それぞれ、 $E_{i,P-}$ 及び $E_{i,K-}$ と表わす。そして、 $E_{i,P+} = E_{i,P-} = E_{i,P}$ 及び $E_{i,K+} = E_{i,K-} = E_{i,K}$ とする。図-4 より、内部孤立波の運動エネルギーが位置エネルギーより大きいから、 $\Delta E = E_{i,K} - E_{i,P} > 0$ である。そして、これらの2波が存在する場の全エネルギー E_i は、 $E_i = (E_{i,P+}$

$+E_{i,K+}) + (E_{i,P-} + E_{i,K-}) = 4E_{i,P} + 2\Delta E$ である。なお、線形理論では、進行波の位置エネルギーと運動エネルギーが等しいため、 $\Delta E = 0$ である。

次に、 x 軸の正・負の方向に進行する、進行方向のみが異なる二つの内部孤立波の衝突を考える。2波が完全に重合した時刻において、両者の流速が打ち消し合い、場の運動エネルギーがゼロとなる。このとき、場の位置エネルギーが全エネルギー E_i を占め、上記より、 $(4E_{i,P} + 2\Delta E)$ となる。2波の重合が線形重ね合わせである場合、すなわち、界面変動 η が元の進行波の2倍となる場合には、式 (7) より、場の位置エネルギーが $4E_{i,P}$ となる。ところが、非線形重ね合わせの場合、 $\Delta E > 0$ であるから、場の位置エネルギーは、 $4E_{i,P}$ より大きくなり、界面変動は、元の進行波の2倍以上となる。このように、 $2\Delta E$ のエネルギーが非線形性に起因する振幅増幅をもたらし、 $2\Delta E/E_i = (E_{i,K} - E_{i,P})/(E_{i,K} + E_{i,P})$ が大きい場合ほど、振幅増幅率が2倍を越えて、より大きな値を示す。

内部孤立波の場合、図-4 に示したように、上層厚が小さい場合ほど、 $2\Delta E/E_i$ が大きい。また、層厚比が等しい場合、振幅が中程度であるときに、 $2\Delta E/E_i$ が大きな値を示す。そして、振幅が極限值 $a_{\max}$ に近付くと、 $2\Delta E/E_i$ は、ゼロに近づく。このため、図-3 に示したように、上層厚が小さく、振幅が中程度である場合に振幅増幅率が大きくなり、また、振幅が $a_{\max}$ に近付くとき、振幅増幅率が約2倍に近づく。これに対し、表面孤立波の場合には、振幅・水深比が大きいほど、表面孤立波の全エネルギーに対する運動エネルギーの割合が大きい (山下, 2014)。従って、入射波の振幅・水深比が大きいほど、鉛直壁に衝突する表面孤立波の振幅増幅率が大きくなる。

(3) 異なる振幅を有する二つの内部孤立波の衝突に見られる非線形干涉

異なる振幅を有する二つの内部孤立波が衝突する場合の非線形干涉に関して調べる。表-2に、衝突で生じた、内部孤立波の谷の水平位置のずれ $\delta x_+/h$ 及び $\delta x_-/h$ 、並びに、干渉時の振幅変化率 $(a_p - a_-)/a_-$ を示す。ここで、添え字 + 及び - は、それぞれ、 x の正及び負の方向に伝播する内部孤立波を表す。Case B-2 及び Case C-2を除き、片方の波の振幅が等しいとき、もう片方の波の振幅が大きくなるに伴い、衝突後の $|\delta x_+/h|$ 及び $|\delta x_-/h|$ がともに増加する傾向を有する。この位相のずれの傾向は、表面孤立波の場合 (片岡, 2008) と同様である。

また、 a_-/h_1 が等しい場合、 a_+/h_1 が大きいほど、振幅変化率 $(a_p - a_-)/a_-$ が大きい。

4. 水深変化を伴う水域における大振幅内部孤立波の挙動

図-5に示すような上り勾配 ($s = 0.01$)、または、下り

表-2 二つの内部孤立波の衝突で生じた内部孤立波の谷の水平位置のずれ $\delta x_+/h$ 及び $\delta x_-/h$ と干渉時の振幅変化率 $(a_p - a_-)/a_-$ (添え字 + 及び - は、それぞれ、 x の正及び負の方向に伝播する内部孤立波を表す。また、 a_p は、二つの内部孤立波が重合したときの振幅である。)

Case	x_+		x_-		Amplification factor $\frac{a_p - a_-}{a_-}$
	a_+/h_1	$\delta x_+/h$	a_-/h_1	$\delta x_-/h$	
A-1	0.15	-0.10	0.15	0.10	1.04
A-2	0.30	-0.10		0.10	1.08
A-3	0.75	-0.10		0.16	1.15
A-4	1.40	-0.10		0.30	1.21
B-1	0.30	-0.11	0.30	0.11	1.07
B-2	0.75	-0.10		0.19	1.13
B-3	1.40	-0.12		0.25	1.20
C-1	0.75	-0.19	0.75	0.19	1.09
C-2	1.40	-0.16		0.26	1.13
D-1	1.40	-0.32	1.40	0.32	1.00

図-5 ステップ地形と段落ち地形

勾配 ($s = -0.01$) の斜面を有する、ステップ地形、または、段落ち地形上を伝播する大振幅内部孤立波の挙動を調べる。計算対象領域は、 $0 \leq x < 20h$ (領域I) 及び $40h \leq x$ (領域II) において、静水深が一樣であり、 $20h \leq x < 40h$ に、上り勾配、または、下り勾配の一樣勾配斜面がある。静水時の領域Iの全水深、上層厚及び下層厚をそれぞれ h 、 $h_1 = 0.2h$ 及び $h_2 = 4h_1$ とする。また、領域IIの全水深及び下層厚は、それぞれ、ステップ地形で $0.8h$ 及び $h_2 = 3h_1$ 、段落ち地形で $1.2h$ 及び $h_2 = 5h_1$ とする。領域Iに、振幅・上層厚比が $a_0/h_1 = 1.4$ ($a_0/a_{\max} = 0.94$) である大振幅内部孤立波を入射させる。

ステップ地形上を伝播する内部波の界面形の時間変化を図-6に示す。内部波が、領域II、すなわち、静水深が浅い水域に到達するとき、振幅が減少する。振幅がほぼ一定となった主波の振幅は、 $a/h_1 = 0.99$ であり、浅い水域における内部孤立波の振幅の極限值とほぼ等しい。すなわち、 $a/a_{\max} \approx 1.0$ である。このため、浅い水域を伝播する内部波の波形は、台形状に近い。

図-7に、段落ち地形上を伝播する内部波の界面形の時間変化を示す。領域II、すなわち、静水深が $1.2h$ である深い水域に到達した内部波は、振幅が増加し、 $a/h_1 = 1.61$ となっている。この深い水域の振幅の極限值 $a_{\max}/h_1$ は、 1.99 である。すなわち、 $a/a_{\max} \approx 0.8$ である。従って、図-6

図-6 ステップ地形上を伝播する内部孤立波の界面形の時間変化(斜面勾配及び入射波の振幅・上層厚比は、それぞれ、 $s = 0.01$ 及び $a_0/h_1 = 1.4$ である.)

図-7 段落ち地形上を伝播する内部孤立波の界面形の時間変化(斜面勾配及び入射波の振幅・上層厚比は、それぞれ、 $s = -0.01$ 及び $a_0/h_1 = 1.4$ である.)

に示すような台形状でない、急峻な波形となる。

こうした、大振幅内部孤立波の伝播特性に関して考えるために、内部孤立波のエネルギー特性を調べる。内部孤立波の数値解より得られた、振幅・上層厚比 a/h_1 と単位幅当たりの全エネルギー $E_1 / \{(\rho_2 - \rho_1)gh_1^3\}$ の関係を図-8に示す。ここでは、 a/h_1 が比較的大きい場合を対象とする。入射波として与えた内部孤立波の全エネルギーは、 $E_1 / \{(\rho_2 - \rho_1)gh_1^3\} \approx 33$ であり、この入射波の条件は、図中の「○」で示される。図-6及び図-7によると、両者の場合とも、水深変化に伴う波の反射が殆んど生じておらず、分裂が顕著でない。例えば、図-7では、領域II、すなわち、深い水域に伝播した内部波の主波のエネルギーは、入射波の約96%となっている。図-6及び図-7の領域IIを伝播する内部波は、入射波に近いエネルギー・レベルを有し、各層厚比に対する図-8のグラフを満たすような振幅・上層厚比 a/h_1 の内部孤立波に徐々に変形している。

5. 結論

大振幅内部孤立波の非線形干渉や、水深変化に伴う波の変形を対象として、非線形波動方程式系を基礎方程式系とした数値解析を実施した。そして、大振幅内部孤立波の伝播特性に関して調べた。

鉛直壁に衝突する内部孤立波の波高増幅率は、入射波の振幅が中程度である場合に大きくなる。そして、振幅

図-8 内部孤立波の振幅・上層厚比 a/h_1 と単位幅当たりの全エネルギー $E_1 / \{(\rho_2 - \rho_1)gh_1^3\}$ の関係

が極限値に近い大振幅内部孤立波は、波高増幅率に関して、線形に近い挙動を示す。これは、振幅が中程度であるとき、運動エネルギーが卓越し、また、振幅が極限値に近付くと、線形波のように、運動エネルギーと位置エネルギーが等配分の状態に近付くためである。

また、水深変化を伴う水域では、大振幅内部孤立波が浅い水域に到達するとき、その振幅が減少する。他方、大振幅内部孤立波が深い水域に到達するとき、振幅が増加する。これは、波の分裂や反射が顕著でない場合に、主波のエネルギーの殆どが保存されるためである。従って、波の分裂や反射が顕著でない場合、入射波である孤立波のエネルギーに基づき、水深変化に起因する波形の変化を見積もることが可能である。

参考文献

- 柿沼太郎 (2001) : 透水性海浜における内部波の挙動の数値計算, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 146-150.
- 片岡 武 (2008) : 水面孤立波の衝突, 追い越しの理論解 - 片方の振幅が大きい場合 -, 京都大学数理解析研究所講義録, 第1594号, pp. 186-202.
- 山下 啓 (2014) : 内部波の伝播過程における非線形現象, 博士論文, 鹿児島大学大学院理工学研究科, p. 53.
- 山下 啓・柿沼太郎 (2013) : 非線形波動方程式系に基づく表面孤立波及び内部孤立波の数値解, 土木学会論文集B2 (海岸工学), Vol. 69, No. 2, pp. I-6-I-10.
- Duda, T. F., J. F. Lynch, J. D. Irish, R. C. Beardsley, S. R. Ramp, C. S. Chiu, T. Y. Tang and Y. J. Yang (2004) : Internal tide and nonlinear internal wave behavior at the continental slope in the northern south China sea, IEEE J. Oceanic Eng., Vol. 29, No. 4, pp. 1105-1130.
- Funakoshi, M. and M. Oikawa (1986) : Long internal waves of large amplitude in a two-layer fluid, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 55, No. 1, pp. 128-144.
- Grue, J., A. Jensen, P. O. Rusan and J. K. Sveen (1999) : Properties of large-amplitude internal waves, J. Fluid Mech., Vol. 380, pp. 257-278.
- Nakayama, K. and T. Kakinuma (2010) : Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 62, pp. 574-590.
- Stanton, T. P. and L. A. Ostrovsky (1998) : Observations of highly nonlinear internal solitons over the continental shelf, Geophys. Res. Lett., Vol. 25, No. 14, pp. 2695-2698.
- Su, C. H. and R. M. Mirie (1980) : On head-on collision between solitary waves, J. Fluid Mech., Vol. 98, pp. 509-525.