イスバッシュ式の導出過程と 防波堤を越流する津波への適用性

三井 順¹・松本 朗²・半沢 稔³

¹正会員 株式会社不動テトラ 総合技術研究所 (〒300-0006 茨城県土浦市東中貫町2-7)

E-mail:jun.mitsui@fudotetra.co.jp

²正会員 株式会社不動テトラ 総合技術研究所 (〒300-0006 茨城県土浦市東中貫町2-7)

E-mail:akira.matsumoto@fudotetra.co.jp

³正会員 株式会社不動テトラ ブロック環境事業本部 (〒103-0016 東京都中央区日本橋小網町7-2)

E-mail:minoru.hanzawa@fudotetra.co.jp

イスバッシュ式の成り立ちを明確にし、津波越流時の被覆材の所要質量算定における適用性を精査することは防波堤の耐津波設計において重要である。本研究では、まずイスバッシュ式の導出過程における力のつり合いモデルについて、Isbashの原論文に基づいて述べた。幅広い条件での実験結果を用いて、津波越流によるイスバッシュ式の適用性を検討した結果、コンクリートブロックの場合には、現在一般的に用いられているCERCの式よりもIsbashが原論文で示した式形の方が斜面勾配の影響を適切に取り込んでいることを明らかにした。また、コンクリートブロックの移動限界イスバッシュ数は越流水の水脈厚の影響を受け、ブロック基本長に対する水脈厚が大きくなるほど限界イスバッシュ数は小さくなることを示した。

Key Words : Isbash formula, Isbash number, tsunami, overflow, breakwater, armor stability

1. はじめに

防波堤の耐津波設計においては、津波の越流に対して港内側マウンド被覆材の安定性を確保することが重要である。津波の越流に対する被覆材の所要質量の算定方法として、以下に示すCERC¹⁾のいわゆるイスバッシュ式が防波堤の耐津波設計ガイドライン²⁾に記載されている。

$$M = \frac{\pi \rho_r U^6}{48 g^3 y^6 (S_r - 1)^3 (\cos \theta - \sin \theta)^3} \quad (1)$$

ここに、 M は石の質量、 ρ_r は石の密度、 U は流速、 y はイスバッシュ数、 S_r は石の水に対する比重、 θ は斜面勾配である。この式では所要質量は流速の6乗に比例するため、被覆材近傍の流速を精度良く算定することが重要であるが、流速の取り方にあいまいな部分がある。また津波越流による局所的に速い流れが被覆材に作用するような状況は、本来イスバッシュ式が対象とする現象とは異なる。イスバッシュ式の成り立ちを明確にし、その適用性を精査することは防波堤の耐津波設計において重要であると考え。そこで本研究では、(1)イスバッシュ式の導出過程、(2)石のイスバッシュ数を定めるための実験方法および結果、(3)イスバッシュ式で用いる流速

の方向および測定位置、(4)斜面勾配の影響について、Isbashの原論文に基づいて述べる。さらに、津波越流に対するコンクリートブロックの所要質量算定におけるイスバッシュ式の適用性を、幅広い条件での実験結果に基づいて検討する。

2. イスバッシュ式の導出過程

イスバッシュ式に関するIsbashによる文献として主に引用されているものは、1932年の著書³⁾と1936年の第2回国際大ダム会議における論文⁴⁾の2つである。これらは、水面から石を投入して河川を締切り、ダムを建設する際のダムの形状・寸法を予測する方法を述べたものであり、その中で流速と石の質量の関係について導出した式がイスバッシュ式である。Isbash³⁾はダム建設時の石の堆積形状の変化(図-1)における第一段階と第三段階に対して力のつり合い式を立てた。第一段階が「露出した石」の状態であり、第三段階が「埋め込まれた石」の状態である。第一段階については、図-2に示すように三角形形状に堆積した断面の頂上にある石に対して、滑動に対する力のつり合い式と回転に対するモーメントのつり合い式を立てている。それぞれの式を以下に示す。

図-1 ダム建設時の石の堆積形状の変化
Isbash(1936)⁴⁾より

図-2 第一段階の力のつり合いの模式図
Isbash(1932)³⁾より

図-3 第三段階の力のつり合いの模式図
Isbash(1932)³⁾より

滑動に対する力のつり合い式：

$$k_1 ab \Delta_w \frac{V_1^2}{2g} = fabc (\Delta_s - \Delta_w) \quad (2)$$

回転に対するモーメントのつり合い式：

$$k_1 ab \Delta_w \frac{V_1'^2}{2g} \frac{a}{2} = abc (\Delta_s - \Delta_w) \frac{c}{2} \quad (3)$$

ここに、 k_1 は形状係数、 a, b, c はそれぞれ石の高さ、幅、長さ、 Δ_s, Δ_w は石および水の単位体積重量、 V_1, V_1' は滑動および回転に対する限界流速、 f は摩擦係数である。式(2)および式(3)の左辺はそれぞれ、流れにより石に作用する抗力および抗力のモーメントであり、右辺は石の自重による摩擦抵抗抗力および抵抗モーメントである。滑動と回転に対する限界流速を比較すると、次の関係が得られる。

$$V_1 = \sqrt{f \frac{a}{c} V_1'} \quad (4)$$

ここで、摩擦係数 f は1より小さく、 a/c も通常1より小さくなるため、 $V_1 < V_1'$ となり、石の移動限界は滑動で決まることとなる。式(2)を整理すると次のようになる。

$$V_1 = Y_1 \sqrt{2g \frac{\Delta_s - \Delta_w}{\Delta_w}} \sqrt{c}, \quad Y_1 = \sqrt{\frac{f}{k_1}} \quad (5)$$

ここで Y_1 が露出した石に対するイスバッシュ数に相当する。

一方、第三段階については、図-3に示すように斜面上の石に対して、回転に対するモーメントのつり合い式を立てている。

$$k_3 \Delta_w \frac{V_3^2}{2g} a^2 \xi a + (\Delta_s - \Delta_w) a^3 \sin \alpha \left(\frac{a}{2} - \zeta a \right) = (\Delta_s - \Delta_w) a^3 \cos \alpha \frac{a}{2} \quad (6)$$

ここに、 k_3 は形状係数、 a は石の径、 V_3 は回転に対する限界流速、 ξ は回転軸から流体力の作用位置までのアーム長を a で除した値、 ζ は斜面表面から法線方向に測った回転軸の高さを a で除した値、 α は斜面の角度である。左辺の第1項が抗力によるモーメント、第2項が石の自重の斜面接線方向成分によるモーメント、右辺が自重の法線方向成分による抵抗モーメントである。これを整理すると式(7)のようになる。

$$V_3 = \sqrt{\frac{1}{2\xi k_3}} \sqrt{2g \frac{\Delta_s - \Delta_w}{\Delta_w}} \sqrt{a \sqrt{\cos \alpha - (1 - 2\xi) \sin \alpha}} \quad (7)$$

ここで、 $\xi < 0.5$ の場合、自重の接線方向成分によるモーメントは石を回転させる方向に働き、 $\xi > 0.5$ の場合は安定させる方向に働くことがわかる。実際の施工時の状態を考えると ξ は0.5より大きいと考えられるが、安全を見て $\xi = 0.5$ と仮定しており、式(8)が得られる。

$$V_3 = Y_3 \sqrt{2g \frac{\Delta_s - \Delta_w}{\Delta_w}} \sqrt{a \sqrt{\cos \alpha}}, \quad Y_3 = \sqrt{\frac{1}{2\xi k_3}} \quad (8)$$

式(8)中の Y_3 が埋め込まれた石に対するイスバッシュ数に相当する。石の形状を直径 a の球と仮定すると式(9)が得られる。

$$M = \frac{\pi \rho_r U^6}{48 g^3 Y^6 (S_r - 1)^3 (\cos \theta)^3} \quad (9)$$

このIsbash³⁾による式はCERC¹⁾の式(式(1))と似た式形であるが、斜面勾配に関する部分が異なっている。式(7)において $\xi = 0$ とするとCERC¹⁾の式となる。以下、Isbash³⁾による式においてはCERC¹⁾の式におけるイスバッシュ数 y と区別するため、イスバッシュ数を Y と表記する。

3. 石のイスバッシュ数の決定のための実験方法および結果

Isbash³⁾は水理模型実験により、図-1のような状況を水路内に再現し、第一段階と第三段階に対して流速と石の移動との関係を調べ、石のイスバッシュ数を求めている。

以下にその概要を示す。実験に用いた石の諸元は、平均径1.34 cm, 平均体積2.79 cm³, 空隙率37%, 密度2.64 g/cm³である。計測項目は三角堰による全流量の測定, ポイントゲージによる堤体頂上付近の水位の測定, ピトー管による頂上付近の越流流速の測定, 堤体内を染料が通過する時間から計測した浸透流の流量である。また, ガラス壁から断面形状変化の観察を行っている。

第一段階の実験結果を表-1に示す。ここで用いている越流流速は, 別途実施した浸透流の測定結果に基づき, 全流量の10%が浸透流であると仮定して算出した値である。この流速を用いて, 式(5)よりイスバッシュ数 Y_1 を算出している。表-1では, 堤体が三角形形状を保ったものを「安定」, 石が移動することにより堤体に変形したものを「被災」と表記している。この結果から, 第一段階の石の移動限界のイスバッシュ数を $Y_1 = 0.86$ と決定している。

次に第三段階の実験結果の抜粋を表-2に示す。ここでは, 越流流速はピトー管で測定した流速を用いている。流速の測定位置については, 詳細は記載されておらず不明であるが, 堤体上の上流部と下流部 (Upper partとLower part) の2箇所である。なお表には示していないが, 流量から算出した断面平均流速も求めている。これらの流速を用いて式(8)によりイスバッシュ数 Y_3 を求めており, 総合的な判断により第三段階の石の移動限界のイスバッシュ数を $Y_3 = 1.20$ と決定している。

このように, 流量から求めた断面平均流速やピトー管により数箇所測定した流速から, 総合的に判断してイスバッシュ数を決定しているため, イスバッシュ式で用いるべき流速の測定位置は明確には決まっていない。また, 石のイスバッシュ数の決定に用いる流速の方向につ

いては, 図-3より斜面に沿う方向の流速であると読み取れる。

4. イスバッシュ式における斜面勾配の影響

既に述べたように, Isbash³⁾の式 (式(9)) とCERC¹⁾の式 (式(1)) は斜面勾配の影響の部分が異なっている。これは回転軸の高さ ζ をどのように仮定するかによる違いである。前者では $\zeta = 0.5$ としており, 後者は $\zeta = 0$ としたものに相当する。2つの式を用いて, 斜面上と水平床上での所要質量の比を求めると図-4のようになり, CERC¹⁾の式を用いると斜面勾配が急になるにつれて所要質量はかなり大きくなることがわかる。Isbash³⁾による実験は比較的緩い勾配のみの実験であるため, どちらの式形が適しているかは判断できないが, CERC¹⁾の式は斜面勾配が45°で所要質量が無限大になり, 石の安息角が40°程度であることと整合している。また著者ら⁵⁾は津波越流に対する被覆石の安定性に関して実験を実施しており, CERC¹⁾の式が概ね適用できることを示している。これらのことから, 石の場合はCERC¹⁾の式で算定できると考えられる。

一方コンクリートブロックに関しては, 著者ら⁵⁾は数値解析により得られた被覆材近傍流速を用いてブロックの移動限界イスバッシュ数を求めており, CERC¹⁾の式よりもIsbash³⁾の式の方が斜面勾配の影響を適切に取り込んでいることを指摘している。ただし検討したケース数が限られるため, 多数の実験結果に基づいた検討を次章で

表-1 第一段階における石のイスバッシュ数の実験結果
(Isbash³⁾を基に作成)

ケース	越流流速 (m/s)	Y_1 (安定)	Y_1 (被災)
1	0.45	0.675	
2	0.70		1.06
3	0.52	0.79	
4	0.44	0.66	
5	0.59		0.89
6	0.56	0.86

図-4 斜面勾配の影響

表-2 第三段階における石のイスバッシュ数の実験結果
(Isbash³⁾を基に作成)

ケース	斜面勾配 $\cos\alpha$	越流流速 (m/s)				Y_3			
		Upper part		Lower part		Upper part		Lower part	
		平均	最大	平均	最大	平均	最大	平均	最大
1	0.988	0.79	0.80			1.22	1.24		
2	0.993	0.66	0.76			1.01	1.16		
3	0.990	0.68	0.81	0.90	1.03	1.03	1.23	1.37	1.56
4	0.983	0.62	0.77	0.83	0.86	0.95	1.18	1.27	1.32

行う。

5. イスバッシュ式の津波越流に対する適用性

(1) 水理模型実験

津波越流による局所的に速い流れが被覆材に作用するような状況は、本来イスバッシュ式が対象とする現象とは異なっている。また、コンクリートブロックの場合の適用性も十分には検証されていない。そこで、広範な条件を含む多数の水理模型実験結果を用いて、イスバッシュ式の津波越流に対する適用性を検討した。

実験では、ポンプを用いて津波が防波堤を定常的に越流する状況を再現し、段階的に越流水深を上げていくことで、ブロックの安定限界を調べた。イスバッシュ式で所要質量を算定するためには被覆材近傍の最大流速を知る必要があるが、流速が最大となる位置はマウンド形状や越流水深によって変わるため、実験で測定することは困難である。また数値解析の場合は砂川ら⁹⁾が指摘しているように、計算モデルにより結果が大きく変わるという問題がある。そこで本研究では、理論解析に基づいてマウンドへの打ち込み流速を推定することとした。推定した流速を用いてイスバッシュ式からブロックの移動限界イスバッシュ数を逆算することで、適用性を検討した。

図-5 実験断面図の例

図-6 検討に用いた(a)被覆ブロックおよび(b)消波ブロック

図-7 寸法の定義

実験の模型縮尺は1/50とした、津波の継続時間は水位が定常状態となってから現地量で15分間（模型量で約2分間）とした。防波堤の断面図の例を図-5に示す。港内側の腹付工の有無、マウンド形状、港内側水位、被覆材の種類・質量を変えて実験を行った。今回検討対象としたブロックを図-6に示す。被覆ブロックは質量16 gから123 g、消波ブロックは質量61 gから637 gのものを使用した。消波ブロックは2層被覆とした。

(2) 被覆材近傍流速の推定

被覆材近傍流速の推定方法の概要を以下に示す。詳細は三井ら⁷⁾を参照されたい。寸法の定義を図-7に示す。まず、越流水深からケーソン後端位置における水脈厚 h_2 および流速 u_{2x} , u_{2z} を算定した。このときに必要となる水脈厚 h_2 と越流水深 h_1 の関係等は、VOF法による数値解析に基づいて作成した算定図を用いた。

次に越流水脈の軌跡を求めた。港内側水面までは、ケーソン後端で初速 u_{2x} , u_{2z} を持った水粒子が放物線の軌跡で自由落下するという仮定をすることで以下のように求められる。

$$z = -\frac{g}{2u_{2x}^2}x^2 + \frac{u_{2z}}{u_{2x}}x + d_1 + \frac{h_2}{2} \quad (10)$$

ここに、 d_1 は港内側水面からケーソン天端までの距離である。港内側水面 ($z=0$) における流速 u_{3x} , u_{3z} および着水位置 x_3 は次のように求まる。

$$u_{3x} = u_{2x}, \quad u_{3z} = -\sqrt{u_{2x}^2 + 2g(d_1 + h_2/2)} \quad (11)$$

$$x_3 = u_{2x} \frac{u_{2z} + \sqrt{u_{2x}^2 + 2g(d_1 + h_2/2)}}{g} \quad (12)$$

また、着水位置における水脈幅を h_3 とすると、 h_3 は、

$$h_3 = q / \sqrt{u_{3x}^2 + u_{3z}^2} \quad (13)$$

となる。ここに、 q は流量である。港内側水面下の軌跡は次式に示すように直線と仮定した。

$$z = (x - x_3)u_{3z}/u_{3x} \quad (14)$$

次に、港内側の被覆材への打ち込み流速を推定した。2次元自由噴流の理論によると、噴流の中心軸上の流速は以下のように表される⁸⁾。

$$u_m/U_0 = C_1/\sqrt{\bar{x}/b_0} \quad (15)$$

ここに、 U_0 は噴出口における流速、 u_m は中心軸上の流速、 b_0 は噴出口幅の1/2、 $\bar{x}$ は噴出口からの距離、 C_1 は実験定数であり、ここでは津波越流に対する検討結果⁷⁾より、 $C_1 = 3.0$ とした。マウンドへの打ち込み流速 u_m は、式(15)において U_0 を港内側水面における流速の絶対値

$(=\sqrt{u_{3x}^2 + u_{3z}^2})$, $2b_0$ を水面における水脈厚 ($=h_3$),

$\bar{x}$ を水面着水位置からマウンド打ち込み位置までの距離とすることで求めることができる。

著者らが別途実施した港内側の流動場の数値解析結果⁹⁾を用いて、この方法の妥当性を確認した。数値解析ではマウンド面に沿って流速を求めており、流速の絶対値の最大値をマウンド打ち込み流速 u_m とした。流速の測定位置は現地量で被覆材の天端上75 cmである。港内側マウンド天端幅や腹付工の有無、港内側水位を変えて幅広い条件で解析をしている。上記の簡易推定法と数値解析での被覆材近傍流速の比較を図-8に示す。数値解析結果と簡易推定法による流速は概ね一致することがわかる。

(3) イスパッシュ式の適用性

以上の方法で推定したブロック近傍流速を用いて、CERC¹⁾のイスパッシュ式から被覆ブロックの移動限界イスパッシュ数 y を逆算した結果を図-9(a)に示す。越流水が法面に打ち込む場合（すなわち打ち込み位置 L が天端幅 B より大きい場合）に移動限界時のイスパッシュ数が大きい傾向となっていることがわかる。一方、Isbash³⁾による式(9)を用いて逆算した移動限界イスパッシュ数 Y を

図-8 数値解析と簡易式による被覆材近傍流速の比較

図-9(b)に示す。法面部と天端部で限界イスパッシュ数はほぼ同程度となることわかる。式(1), 式(9)ともに式(9)に斜面勾配 θ を含んでおり、勾配の影響を適切に取り込んでいれば限界イスパッシュ数は斜面勾配によらず一定となるはずであることから、式(9)の方が適切であることがわかる。これはコンクリートブロックの場合、ブロック同士のせりもちやかみあわせがあるため、Isbash³⁾のつり合いモデルにおける回転軸の高さとしては、 $\zeta=0$ よりも $\zeta=0.5$ の方が実現象に近いと考えられる。

次に、水脈厚の影響を検討した。津波越流の場合、ブロックの一部分のみに速い流速が作用することがあるため。移動限界イスパッシュ数は被覆材打ち込み時の水脈厚とブロック寸法の比の関数となると考えられる。2次元自由噴流の流動場においては、水脈厚は流下距離 $\bar{x}$

(a) CERC¹⁾の式から逆算した限界イスパッシュ数 y

(b) Isbash³⁾の式から逆算した限界イスパッシュ数 Y

図-9 ブロック近傍流速から逆算した被覆ブロックの移動限界イスパッシュ数

(a) 被覆ブロック

(b) 消波ブロック

図-10 $\bar{x}/D_n$ と移動限界イスパッシュ数 Y の関係

に比例して増加するため、ここでは流下距離 $\bar{x}$ をブロック近傍での水脈厚を表す指標として用いた。図-10は Isbash³⁾の式(式(9))を用いて算定した移動限界イスバッシュ数 Y を、流下距離 $\bar{x}$ をブロック基本長 D_n (ブロック体積の3乗根) で除した値に対してプロットしたものである。 $\bar{x}/D_n$ が大きくなると限界イスバッシュ数 Y は小さくなる傾向が見られる。以上の結果から、ブロックの移動限界イスバッシュ数は水脈厚の影響を受けることが示された。

6. まとめ

本研究の主要な結論を以下に示す。

- (1) イスバッシュ式の導出過程を Isbash の原論文に基づき述べた。第一段階(石が露出した状態)と第三段階(石が埋め込まれた状態)で異なるモデルにより定式化しており、前者は抗力と摩擦抵抗のつり合い、後者は回転に対するモーメントのつり合い式に基づいている。
- (2) 石のイスバッシュ数0.86と1.20の根拠となる実験の方法や結果を述べた。
- (3) イスバッシュ数の決定に用いた流速は、斜面に沿う方向の流速を用いている。また、流量から求めた断面平均流速や数箇所測定した流速から総合的に判断してイスバッシュ数を決めており、イスバッシュ式で用いるべき流速の測定位置は明確ではない。
- (4) イスバッシュ式の導出過程において、第一段階の式では斜面勾配を考慮していない。一方、第三段階の式では斜面勾配を考慮している。しかし勾配の扱いは CERC の式と異なっている。この違いはモーメントの回転軸の位置をどこに取るかによる違いである。
- (5) 実験結果に基づきイスバッシュ式の津波越流への適

用性を検討した。コンクリートブロックの場合には、ブロック同士のせりもちやかみあわせがあることから、CERC¹⁾の式よりも Isbash³⁾の式形のほうが適切であることを示した。

- (6) コンクリートブロックの移動限界イスバッシュ数 Y は水脈厚の影響を受け、流下距離 $\bar{x}$ とブロック基本長 D_n の比の関数となり、 D_n に対して $\bar{x}$ が大きくなると Y は小さくなることを示した。

参考文献

- 1) Coastal Engineering Research Center: Shore Protection Manual, U.S. Army Corps of Engrs., U.S. Govt. Printing Office, Vol. II, pp.7_213-7_216, 1977.
- 2) 国土交通省港湾局: 防波堤の耐津波設計ガイドライン, 平成 25 年 9 月, 2013.
- 3) Isbash, S. V.: Construction of Dams by Dumping Stones into Flowing Water, Sci. Res. Inst. Hydrotech. Leningrad, 1932, translated by A. Dovjickov, U.S. Army Corps of Engineers, 1935.
- 4) Isbash, S. V.: Construction of dams by depositing rock in running water, Second Congress on Large Dams, Washington, D.C., Communication No. 3, 1936.
- 5) 三井順, 松本朗, 半沢稔, 灘岡和夫: 数値解析に基づくケーソン背後の津波越流の再現と被覆材の安定性の検討, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.70, No.2, pp.I_921-I_925, 2014.
- 6) 砂川透吾, 大久保陽介, 辻尾大樹, 鈴木信夫, 小笠原敏記: 巨大津波に対する粘り強い防波堤の構造検討に関する数値解析手法の適用性, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.70, No.2, pp.I_191-I_195, 2014.
- 7) 三井順, 松本朗, 半沢稔: 防波堤を越流する津波の数値解析, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.71, No.2, 2015. (印刷中)
- 8) Rajaratnam, N.: Turbulent Jets, Elsevier Scientific Pub. Co., Amsterdam, 304p., 1976.

(2015.3.18 受付)

DERIVATION PROCESS OF THE ISBASH FORMULA AND ITS APPLICABILITY TO TSUNAMI OVERTOPPING BREAKWATER

Jun MITSUI, Akira MATSUMOTO and Minoru HANZAWA

This study clarifies the derivation process of the Isbash formula and investigates its applicability to tsunami overtopping breakwater toward the establishment of the design method for evaluating the armor stability against tsunami overflow. Firstly, a force balance model of the Isbash formula was shown based on the original article by Isbash(1932). Then the applicability of the Isbash formula to tsunami overtopping breakwater was investigated based on hydraulic model experiments conducted in a wide range of conditions. Experimental results showed that the formula by CERC(1977) tends to overestimate the slope effect in the case of concrete blocks. The original formula by Isbash(1932) takes the slope effect into account more properly. It was also revealed that the Isbash constant of concrete blocks decreases as the ratio of the width of the water jet to the block size increases.