計算知能を援用した津波波源の逆推定

イアン エッカ ムリア¹・浅野 敏之²

¹ 東京大学研究員 大学院理学系研究科 地球惑星科学専攻 (〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1)

e-mail: iyan@oa.u-tokyo.ac.jp

² 正会員 鹿児島大学教授 大学院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)

e-mail: asano@oce.kagoshima-u.ac.jp

海面変動の観測データに基づく津波逆解析は、均質媒体である海水中の波動伝搬を解析するため精度が高く、今後の津波警報への活用が期待されている。本研究では、津波波源逆解析に関わる未知パラメータの最適値探索に、遺伝的アルゴリズムやパターンサーチといった計算知能を導入した新手法を提案した。波源域内の有効な単位波源を絞り込むことで、津波波源の逆解析計算を安定化、高精度化できることがわかった。得られた波源解析結果をもとに沿岸各地での津波水位変動を求めたところ、東北地方太平洋沖地震(2011Tohoku)において観測された津波水位変動を高精度で再現する結果を得た。また、多段窓解析において空間的に変動する断層破壊速度を最適値探索する手法を提案し、2011Tohoku で報告された海底変動の時間特性と整合する再現結果を得た。

Keywords : *tsunami waveform inversion, computational intelligence, optimization of a set of unknown parameters, multiple time window analysis*

1. はじめに

2011年東北地方太平洋沖地震(以下、2011Tohokuと呼ぶ)では、沖合に設置されたGPS津波波高計が津波の水位変動をいち早く捉え、津波波源の逆推定から地震発生後28分後の15:14に東北地方沿岸各地の津波警報の波高更新を行ったことが注目されている。

沖合および沿岸の水面変動観測データから津波規模を推定する方法は、地震波解析が地殻-上部マントルの不均質な媒体を伝搬する波動を解析するのに対し、均質媒体である海水の波動伝搬を解析するため予測精度が高く、今後の津波警報の有効手法として期待されている¹⁾。これに関する研究の流れは、リアルタイム津波予測の実用化を目的とするもの(例えば安田ら²⁾, Takagawa-Tomita³⁾)と、波源の挙動を推定することを目的とするもの(例えば相田⁴⁾, 小池⁵⁾)に2分される。どちらも基礎となる解析手法は同じであるが、前者は津波警報としての実用化が目的であるため、地震発生から短時間のうちに津波波源運動の逆解析・沿岸各点の到達波の順解析を完了することが求められる。

本研究は、後者の目的のもとに沖合の波浪計で観測された水位変動時系列を逆解析することにより、津波波源の変位分布、変動メカニズムを解明しよう

としたものである。本研究の特徴は、単位波源の最適位置や断層破壊速度の最適値設定に、遺伝的アルゴリズム(GA)やパターンサーチ(PS)といった計算知能技術を導入し、新たな解析手法を展開したことにある。本研究では、2011Tohokuにおいて沖合・沿岸各地でGPS波浪計などで観測された津波時系列から波源解析を実施した。

2. 津波波源の逆推定の定式化

海上 j 地点の観測波形を $\eta_j(t)$ 、波源セグメント i の単位変位が観測点 j に及ぼす水位変動応答を $G_{ij}(t)$ 、未知量の重み係数を w_i とすると、津波逆解析は次のように定式化できる。

$$\eta_j(t) = \sum_{i=1}^M G_{ij}(t) w_i \quad (1)$$

グリーン関数 $G_{ij}(t)$ (以下、行列 $\mathbf{G}$ で表す)は、対象領域の海底地形の分布を与え、波源セグメントの単位変位による海面変動の伝搬を、線形浅水方程式により計算することで事前に求められる。ただし、 $\boldsymbol{\eta}$ 、 $\mathbf{G}$ は時系列変数であるため、波源セグメントの個数を M 、海上の観測点数を N 、時系列を離散化した個数を T とすると、 $\boldsymbol{\eta}$ は $N \times T$ 行の列ベクトル、 $\mathbf{G}$ は $N \times T$

図-1 津波波形の逆伝搬と初期波源域の設定

行 M 列の行列となる。

この線形逆問題を最小 2 乗法で解けば次式となる。

$$\mathbf{w} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \boldsymbol{\eta} \quad (2)$$

ただし $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ が逆行列を持つことは一般に難しく、解がなめらかであるなどの先見情報を導入する必要がある。本研究では解の鋭敏性を避けるために空間的平滑化作用素 $\mathbf{S}$ (通常 $\mathbf{w}$ の 2 階空間微分値を最小とする条件で与える⁶⁾) を導入し、次式で波源逆解析を行った。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}(t) \\ \gamma \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに γ は平滑化の重みである。重み係数 $\mathbf{w}$ は下記の評価関数 $f(x)$ の最小化により求められる。

$$\min f(\mathbf{x}) = \min [\|\hat{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{w}\| + \gamma \|\mathbf{S}\mathbf{w}\|] \quad (4)$$

上式で 2 重縦線は L2 ノルム(2 乗誤差)を示す。 γ の最適値は Hanson⁷⁾が提案した分解能と解の滑らかさを両立させる L-curve の手法で決定した。

3. GA/PS を用いたモデルパラメータの最適化

(1) 逆解析の手法

逆解析には、未知パラメータを支配方程式に組み込んで定式化し、未知パラメータに関する連立方程式を解く正統的なアプローチと、未知パラメータを仮定して繰返し計算を行い、評価関数を最小化するように未知パラメータを更新していくアプローチの 2 種類がある。実際にはパラメータ空間は、多次元で

あるとともに評価関数の極小点が多数個存在するので、ある初期値から探索された極小点が果たして求める最小点であるかどうかはわからない。探索空間の中で真の最小点を見いだす手法として、後者のアプローチではさまざまな計算知能 (CI:Computational Intelligence) 手法が応用される。本研究では式(1)~(4)に示した前者のアプローチに、計算知能に基づく後者の方法を組み合わせたハイブリッドな方法を考案した。

(2) 計算知能技術の導入

CI の特徴は、解法としての簡潔性と柔軟性にあるが、どのような初期値であっても最小点に収束する保証があるというロバスト性が要求される。本研究では評価関数の最小値を求めるために、遺伝的アルゴリズム (GA) とパターンサーチ(PS)を組み合わせる手法を採用した。GA は、生物の遺伝のメカニズムをまねた方法で、選択・交叉・突然変異などによる探索を行うものである。最急降下法のように微係数を用いないため、局所最適化に陥ることが少ない利点を持つ。一方の PS は、同じく微係数を用いない最小値探索法で不連続関数にも適用できる方法である⁸⁾。探索空間の初期位置を中心として等距離 Δ の値を調べ、その中の極小点に中心を移動する。中心位置が停留点となれば Δ を 1/2 の寸法にして上記の探索を繰り返す。GA は、広域探索法で柔軟性が高いが、収束性と最終的に最小値に落ち着くという保証の点でやや課題がある。一方、PS は限定された空間で最小値を見いだすのに効果がある。そこで本研究では先に GA で探索を進め、その後 PS を作用させた。試行によって異なるが、最終的に収束条件に至るのに、100 回程度の GA で初期から最終に至る評価関数の低減に 85%貢献し、その後 100~150 回の PS 計算で

最終的な収束を得た。

4. 津波波源の逆解析

(1) 波源域の決定

波源域の逆解析の最初のステップとして、日本沿岸各地の検潮所で観測された津波波形を逆伝搬させ、その包絡線から図-1の波源域を定めた。解析に用いたのは、海底水圧式の十勝沖データ (KPG1,KPG2),岩手沖データ (TM1,TM2),GPSブイデータ (801,802,803,804,806,807,811,812,813,815),DARTブイデータ(21401,21413,21418,21419)である。この領域内に格子状に単位波源を設定する。本研究では15kmの格子を用いたので初期単位波源の個数 M は528個となった。

(2) 有効波源の抽出

前節のように $M=528$ 個と単位波源の数が多いと、計算負荷が増大するとともに、 G の一部行ベクトル間の従属性が高くなり、解が鋭敏化する⁹⁾。単位波源の数を減少させていけば、実際の津波波源の挙動を効果的に解像できる。この効率的な単位波源の抽出にGA/PSを採用した。

パラメータ最適化は次のような評価関数 $E(x)$ の最小値を求めるものとして定式化できる。

$$\min_{x \in X} \{E(x)\} = \min_{x \in X} [\|\hat{\eta} - G(x)w\| + 0.5(1-r)] \quad (5)$$

ここに、 r はピアソンの相関係数で、離散化された観測波形 $\hat{\eta}$ と計算波形 η の共分散を両変数の標準偏差の積で割ったものである。式(5)右辺の第1項は、 $\hat{\eta}$ と η の2乗誤差 $RMSE$ で主として両者の振幅の相違を検知するのに対して、第2項は、両者の位相差を評価するものとして導入した。なお、 $0.5(1-r)$ としたのは、 r の値域が-1~1であるため、正值の範囲で0に近いほど相関が良いことを表現するためである。

式(5)右辺第1項は、式(4)右辺第1項と同様に見えるが、式(4)が重み係数 w を求めるのに対し、式(5)では既知の $\hat{\eta}$ と G および前のステップで計算された w を使って、空間 X 内の要素 x を抽出することが目的となる。 x は、 M 個の $\{0,1\}$ の要素を持つベクトルである。

有効波源を求めるアルゴリズムを以下に示す。

- (1) 初期設定した $x \in X\{0,1\}$ の組み合わせに対して $x=1$ だけについてグリーン関数 G_{n-1} を計算するものとし、これを使って η_{n-1} を計算する。
- (2) 式(4)に G_{n-1} 、 η_{n-1} を代入し、 w_{n-1} を求める。
- (3) w_{n-1} より η_{n-2} を求め、式(5)の評価関数 $E(x)$ を計

図-2 津波波源逆解析で得られた初期海面水位(左図)と観測結果との一致を示す統計指標(右図、 r :ピアソン相関係数、 $RMSE$:2乗平方根誤差)(上段:初期単位波源個数 $M=528$ の時の結果、下段:GA/PSによる最適化後の単位波源個数 $M=200$ の結果)

算する。

- (4) $E(x)$ が最小に近づくようGA/PSを用いて $x \in X\{0,1\}$ を更新する。 $x=0$ の要素は津波単位波源ではないと見なされる。
- (5) この一連の計算を、 G_n, w_n, η_{n+1} ($n=2,3,\dots$)として $E(x)$ の収束条件が満たされるまで繰り返す。

5. 計算結果ならびに考察

図-2は、 $M=528$ 個の初期単位波源の中から、GA/PSを採用し津波波源を推定するのに有効な単位波源を抽出した結果である。単位波源の個数は最終的に $M=200$ 個に削減された。図-2の上段と下段は、それぞれ $M=528$ 、 $M=200$ の単位波源による初期海面水位の推定結果(左列)、観測波形と計算波形の一致度を示す統計指標(右列)を示している。なお、断層破壊速度 $O(1000\text{m/s})$ に比して津波伝搬速度 $O(100\text{m/s})$ は小さいため、海面水位変動は直接海底変動を表していると考えて良い。すなわち、図-2左列に示す初期水面変動を津波初期波源と見なして以下の考察を行う。

$M=200$ と個数を削減したことで観測結果との一致度は向上しており、下段左図の初期波源も局所的に最大8m以上に達する高い解像度の津波波源変位が得られている。これは M を減少させ、空間的平滑化

図-3 観測水位変動波形(黒線:破線部は逆解析に使用した区間)と逆解析から求められた計算水位変動波形(赤線: $M=528$, 青線: $M=200$)

を抑制させたことによるものである。

なお、本提案手法は確率論的アプローチであるから、最終的な収束解は前項アルゴリズム(1)の $x \in X\{0,1\}$ の初期設定および有効単位波源の目標個数 M (本研究では $M=200$ とした)に依存することが考えられる。そこで $x \in X\{0,1\}$ の初期設定と M の個数を 190~215 の範囲で変化させた計算を 8 ケース実施した。計算結果の初期設定への依存性は評価関数の最小化の計算過程で解消され、最終結果は観測時間波形と計算時間波形の 2 乗誤差 $RMSE$ で最大相対誤差 7.9%, 相関係数 r で 1.8% と小さいことがわかった。このことは本手法のロバスト性を示すものと考えられる。

図-3 は、2011Tohoku において沿岸各地で観測された水位変動波形(黒色曲線)と、計算波形を比較したものである。なお TM1, TM2 の比較結果は、観測点が波源域内部に位置するため示さなかった。 $M=528$ の単位波源から計算された計算波形(図中赤色曲線)に比べて、 $M=200$ の単位波源から計算された計算波形(青色)は観測波形を高い精度で再現することがわか

る。このことは、図-2 右図の統計指標からも確認できる。

6. 断層破壊の時間過程を考慮した解析

(1) 解析方法

巨大地震である 2011Tohoku では、断層破壊過程が少なくとも 2min 続いたと報告されている¹⁰⁾。こうした断層破壊の時間過程を再現するために、 K 個の時間窓を考慮した波源の逆推定の解析を行った。すなわち、各断層セグメントの変位を K 段階に分け、変位開始時間を $\tau + (k-1)\Delta t$ とした次式を解析する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}(t-\tau) & \mathbf{G}(t-(\tau+\Delta t)) & \cdots & \mathbf{G}(t-(\tau+(K-1)\Delta t)) \\ \gamma \mathbf{S}(t-\tau) & \gamma \mathbf{S}(t-(\tau+\Delta t)) & \cdots & \gamma \mathbf{S}(t-(\tau+(K-1)\Delta t)) \\ \lambda \mathbf{I}(t-\tau) & \lambda \mathbf{I}(t-(\tau+\Delta t)) & \cdots & \lambda \mathbf{I}(t-(\tau+(K-1)\Delta t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{MK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここに K は時間窓の個数、 λ は時間的な平滑係数、 $\mathbf{I}$ は単位行列である。本研究では $\Delta t=30s$ とし、断層破壊の開始から 150s 後までを考慮し $K=6$ を設定した。Satake ら¹¹⁾は、断層破壊速度 s_i を空間的に一定値 2km/s とし、断層破壊は同心円状に拡がると仮定した。すなわち、断層破壊の時間遅れは各セグメントの震源から距離を R_i とすると

$$\tau_i = R_i / s_i \quad (7)$$

となる。本研究では GA/PS を援用し、 s_i の空間的变化を考慮できるようにした。すなわち、本研究では断層破壊の方向ごとに s_i が 1km/s~3km/s の範囲で変化するものとする。

ここで s_i の最適値を探索するアルゴリズムは以下のようになる。

- (1) 空間 X の要素 x を初期設定する。ここで x は断層破壊速度 s_i を単位波源個数並べたベクトルを指す。 x の最適値を 1~3km/s の範囲で探索する。 x より式(7)の τ を求める。
- (2) τ を用いて $\boldsymbol{\eta}_{k=1} = \mathbf{G}_1(t-\tau)\mathbf{w}_1$ を計算する。ここで $\mathbf{w}_1$ は式(6)左辺の $\mathbf{w}$ の列ベクトルを M 個ごとセットにしたベクトルを指す。 $\mathbf{G}_1$ の引数 τ は $\mathbf{G}_1$ の指定する単位波源に対応する τ で与える。
- (3) 多段窓解析を実施する。すなわち $k=1$ として $\mathbf{G}_2 = \mathbf{G}_1(t-(\tau+k\Delta t))$ で $\mathbf{w}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \boldsymbol{\eta}_{k=1}$ を求める。
- (4) (3)の計算を $k=K-1$ まで実施する。
- (5) 水位変動の計算値を $\boldsymbol{\eta} = \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\eta}_k$ で求め、これを用いて式(5)の評価関数 $E(x)$ を計算する。
- (6) GA/PS により x を更新する

(7) 一連の計算を $E(x)$ の収束条件が満たされるまで繰り返す。

(2) 結果ならびに考察

図-4 の上段は、Satake ら¹¹⁾と同様に断層破壊速度を一定と仮定した計算結果である。断層破壊の先端位置は図に示すように同心円状となる。左図の黒色曲線は断層破壊の先端位置を $\Delta t=30s$ ごとに示したものである。ただし物理的に有意なフロント位置は G に対して得られる w が 0 でない有意な大きさを持つ点であり、このフロント位置を図中に緑破線で示した。

図-4 の下段左図は、断層破壊速度の空間分布を考慮した結果である。左図は、計算終了時の海底地盤変動の平面分布である。右図は観測時間波形と計算時間波形の一致度を示す統計指標である $RMSE$ と r を示したものである。両指標から、時間遅れを考慮しない図-2 の結果に比べ、一致度の向上が認められる。さらに上段と下段の右図の統計指標から、断層破壊速度 s_i を空間的に変化するものとして最適値探索をした場合の結果は、空間的变化を考慮しない場合に比べ、さらに計算結果と観測結果の一致度が向上したことがわかる。また図示していないが、多段窓解析で断層破壊の時間進行を考慮した水位変動時系列の計算結果は、断層破壊の時間進行を考慮しない図-3 の計算結果と比べて、観測水位変動時系列をより高い精度で再現することが確認された。

図-5 は $\Delta t=30s$ ごとに海底地盤変動の累積変位の平面分布を示したものである。図中青色で示した部分が沈下を、赤色が上昇のコンターを示している。海底変動は最初、震源の東で発生し海溝に沿って北と南の両方向に移動する。これは Satake et al.¹¹⁾が報告した実現象の断層破壊の時空間的進行と一致する。地震発生後、 $t=60\sim 90s$ では、正の海底地盤変動が震源を横切って西進し、断層破壊の完了時 $t=150\sim 180s$ に最大の海底地盤上昇が海溝付近で生じている。 $t=60\sim 90s$ の結果では、震源から北方の P1 地点で、濃い赤色で示される局所的な海底上昇が認められる。これは岩手県沿岸に大きな来襲津波波高を生じせしめた原因と考えることができる。この地点では、海溝における付加体のアップリフトの発生¹²⁾や、海底地滑りの発生¹³⁾が報告されており、こうした研究報告と整合する結果となった。また $t=150\sim 180s$ の P2 で大きな海底変動が得られているのは、その位置がやや南にシフトしているものの、Maercklin et al.¹⁴⁾が報告した双子破壊の地点に近い。 $t=150\sim 180s$ の最終結果では、沿岸部の海底地盤沈下は気仙沼沖付近で最大-1.0mに達しており、この点でも実現象の結果に近い結果が再現されている。

図-4 左図：地震発生から 180s 後の津波波源の累積変位（図中黒線：断層破壊フロント）
右図：観測結果との一致を示す統計指標
（上段：断層破壊速度を空間的に一定としたモデル
下段：断層破壊速度の空間変動を考慮したモデル）

図-5 時間遅れを考慮した津波波源の累積変位の空間分布についての 30s ごとのスナップショット

7. まとめ

本研究は、計算知能の技法である GA/PS を用いて、津波波源逆解析に関わる未知パラメータの最適値探索を行う新手法を提案したものである。得られた主な結論は以下の通りである。

- (1) 波源域内の有効な単位波源を絞込むことで、津波波源の逆解析計算を安定化、高精度化できることがわかった。
- (2) 得られた波源解析結果をもとに沿岸各地での津波海底地盤変動を順解析で求めたところ、2011Tohoku において観測された津波水位変動を

高精度で再現する結果を得た。

- (3) 多段窓解析において、断層破壊速度が空間的に変化すると、GA/PS の導入による破壊速度の最適値検索法を提案した。その結果、2011Tohoku に対して報告された海底地盤変動の時空間特性と整合する高精度の再現結果を得た。

謝辞：本研究は第 1 著者の鹿児島大学大学院博士学位論文の一部を和文論文に直し、一部加筆しまとめたものである。学位論文審査委員の防災科学技術研究所の齊藤竜彦主任研究員から有益なご助言を頂いたことを付記し謝意を表する。

参考文献

- 1) 気象庁：東北地方太平洋沖地震による津波被害を踏まえた津波警報の改善, 125p, 2012.
- 2) 安田誠宏, 高山知司, 川村健太, 間瀬肇：沖合観測情報を用いたインバージョン手法によるリアルタイム津波予測, 海岸工学論文集, 第 54 巻, pp.196-200, 2007.
- 3) Takagawa, T. and T. Tomita : Effects of rupture processes in an inverse analysis on the tsunami source of the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku earthquake. *Proc. 22nd International Offshore Polar Engineering Conf.*, pp. 14-19, 2012.
- 4) 相田勇：津波記録による波源数値モデルの推定, 地震, Vol.25, pp.343-352, 1972.
- 5) 小池信昭：先見情報を考慮したインバージョンによる津波初期水位分布の推定方法とその精度に関する研究, 土木学会論文集, Vol.712, II-60, pp.117-135, 2002.
- 6) 今成順一, 泉宮尊司：地殻変位データを用いた津波波源インバージョンの精度評価に関する研究, 土木学会論文集 B3 (海洋開発), Vol.71, No.2, pp.539-544, 2015.
- 7) Hanson, P. :Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve', *SIAM Review*, vol. 34, no. 4, pp. 561-580, 1992.
- 8) Torczon, T. : On the convergence of pattern search algorithms, *SIAM Jour. on Optimization*, 7(1), pp.1-25, 1997.
- 9) Mulia I. E. and T. Asano : Randomly distributed unit sources to enhance optimization in tsunami waveform inversion, *Natural Hazards Earth System Science*, 15, 187-196, 2015.
- 10) Ide, S., A. Baltay and G. C. Beroza : Crustal dynamics overshoot and energetic deep rupture in the 2011 Tohoku-Oki earthquake, *Science*, 332, No6036, pp.1426-1429, 2011.
- 11) Satake K. et al. : Time and space distribution of co-seismic slip of the 2011 Tohoku Earthquake as inferred from tsunami waveform data, *Bull. of Seismological Society of America*, 103, 1473-1492, 2013.
- 12) Gusman, A.R., Y. Tanioka, S. Sakai, and H. Tsushima : Source model of the great 2011 Tohoku earthquake estimated from tsunami waveforms and crustal deformation data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, vol. 341-344, pp. 234-242, 2012.
- 13) Tappin, D. R. et al. : Did a submarine landslide contribute to the 2011 Tohoku tsunami?, *Marine Geol.*, 357, 344-361, 2014.
- 14) Maercklin, N., G. Festa, S. Colombelli, and A. Zollo : Twin ruptures grew to build up the giant 2011 Tohoku, Japan, earthquake, *Sci. Rep.*, 2, 709, doi: 10.1038/srep00709, 2012.

(2016.3.16 受付)

TSUNAMI WAVEFORM INVERSION APPLYING COMPUTATIONAL INTELLIGENCE

Iyan Ekka MULIA, Toshiyuki ASANO

Tsunami inversion analysis uses well-known quantities such as the propagation speed of tsunami waves in a homogeneous medium (i.e. sea water) and the bathymetry. Because of its simplicity, this method is expected to be an alternative tool to the conventional tsunami forecasting system that uses seismic waves for which propagation is affected by heterogeneity in the crust and upper mantle. This study proposes novel approaches for estimating initial tsunami sources using computational intelligence. A genetic algorithm combined with a pattern search method is introduced to optimize a set of unknown parameters. The method has been tested using the actual tsunami resulting from the 2011 Tohoku event. The proposed method generates random and scattered unit sources inside the region being inverted. This leads to a better approximation of the initial profile of a tsunami, reduces the number of parameters required, and suppresses the negative effects of regularization. Furthermore, a multiple time window analysis is introduced to estimate the spatial and temporal distribution of tsunami-genic slip on the earthquake fault. In general, the proposed method has improved the ability to reveal the underlying physics associated with tsunami generating processes.