OpenFOAMによるDynamic SGSモデルを用いた 傾斜壁面粒子サーマルの数値解析

衛藤 俊彦¹・菊地 卓郎²・大澤 範一³

¹正会員 長岡工業高等専門学校准教授 環境都市工学科 (〒940-8532新潟県長岡市西片貝町888)

E-mail:eto@nagaoka-ct.ac.jp

²正会員 福島工業高等専門学校准教授 建設環境工学科 (〒970-8034福島県いわき市平上荒川字長尾30)

E-mail:kikuchi@fukushima-nct.ac.jp

³正会員 東京建設コンサルタント河川計画部 (〒170-0004東京都豊島区北大塚1丁目15番6号)

E-mail:ohsawa-n@tokencon.co.jp

海底渓谷や大規模な湖底で発生する泥水流は傾斜壁面粒子サーマルの流動現象であり、沿岸域の漂砂や渓谷の地形変化、海岸浸食と密接に関わっている。本研究ではこの流動現象の予測を目的として、解析モデルの構築を行った。オープンソースの三次元流動解析ツールOpenFOAMを基に、これを粒子サーマルの解析モデルへと発展させた。この解析モデルに、LESモデルとしてDynamic SGSモデルを乱流計算に用いて解析を行い、既存の実験結果と比較することにより、解析モデルの妥当性の検証を行った。その結果、傾斜壁面粒子サーマルの流下速度、最大厚さ、浮遊粒子総量の流下方向距離変化について、実験結果を良好に再現することができた。

Key Words : OpenFOAM, inclined wall suspension thermal, numerical analysis, LES, Dynamic SGS

1. はじめに

均一な水中に砂が浮遊した泥水が流入するとき、その密度差により泥水流が形成される。泥水流は海底渓谷や大きな湖底で発生し、沿岸域の砂や濁度物質を深部に運搬する機構の一部を担っていると考えられる (Inman et al.¹⁾, Parker²⁾, Parker et al.³⁾。そのため、海岸での漂砂や渓谷の地形変化、海岸浸食と密接に関わる流動現象であり、その流動機構を適切に表現するシミュレーション手法の開発は、重要な研究テーマである。

斜面上流からの土砂の供給が連続的である場合、定常なプルーム状の泥水流が形成され、上流からの土砂の供給が十分でない場合、非定常なサーマル状の泥水流が形成される。後者は傾斜壁面粒子サーマルの流動現象である。一定な傾斜角 θ をもつ斜面上の傾斜壁面粒子サーマルを模式的に図-1に示す。上流から流入してきた粒子を混合した流体が、全体として非定常なフロント部を形成しながら流下する。

傾斜壁面粒子サーマルは粒子の沈降性により、乱流強度が小さくなると浮遊状態を維持できず、粒子が沈降しサーマルから離脱する。また底面での粒子の巻き上げがある場合は、底面からサーマルに粒子が供給される。そのため負の浮力の総量は流動に伴い増減し、サーマルの

図-1 傾斜壁面粒子サーマルの模式図

速度は減速または加速されることとなる。傾斜壁面粒子サーマルの流動を予測するためには、粒子の沈降や巻き上げの取り扱いが非常に重要となる。

傾斜壁面粒子サーマルについては、固体粒子の沈降を考慮したサーマル理論に基づく数値モデルによる解析が行われている (福島ら^{4,5,6,7)}。また衛藤ら⁸⁾は $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた鉛直二次元モデルを構築し、実験結果と比較することによりモデルの妥当性を検証した。さらに衛藤ら⁹⁾はこのモデルを粒子の底面からの巻き上げを考慮したモデルへと発展させ、流動方向へ加速する鉛直二次元サーマルの流動特性が明らかにされた。しかしながら自然界で発生する泥水流は、複雑な実地形を流下し横断方向にも拡散する為、その流動機構を適切に推定し施

設計などに資するためには、三次元解析が必要不可欠である。

流体の三次元流動解析ツールとして、OpenFOAM¹⁰⁾がある。OpenFOAMはサーマルのような混相流を含む様々な流動現象に応じたソルバを有する流体解析ツールであり、オープンソースであるため、容易に改良を加えることもできる。また多くの乱流モデルが利用でき、非構造格子を用いた複雑な計算領域に対する解析も可能である。加えて解析の際の前処理、後処理のためのアプリケーションが備わっており、並列計算にも対応するなど、非常に完成度が高い。

そこで本研究ではOpenFOAMを基に、傾斜壁面粒子サーマルの特徴である粒子の沈降、堆積を考慮できるように基礎方程式、境界条件を改良し、粒子サーマルの解析モデルへと発展させた。この解析モデルに、LESモデルとしてDynamic SGSモデルを乱流計算に用いて三次元流動解析を行い、傾斜壁面粒子サーマルの既存の実験結果と比較することにより、その妥当性の検証を行った。

2. 解析モデルの概要

(1) 基礎方程式

本研究では傾斜壁面粒子サーマルの解析に対して、OpenFOAMのソルバの中からtwoLiquidMixingFoamソルバを採用した。これは非圧縮、混合性の2流体を対象としたソルバであり、基礎方程式は連続式、Navier-Stokes方程式、拡散方程式である。乱流モデルとしてLESモデルを用い、フィルタ操作を施した方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho (-\tau_{ij} + 2\nu \bar{S}_{ij}) + \rho g_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{c}}{\partial x_i} = D_m \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_{SGS}}{S_c} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

ここでバー付きの変数はグリッドフィルタ操作された変数を示す。\$t\$は時間、添え字 \$i, j=1, 2, 3\$ はそれぞれ流下方向、流下方向と直交する方向、横断方向成分、\$\bar{u}\$は流速、\$\bar{c}\$は初期粒子濃度で基準化された粒子濃度、\$\bar{p}\$は圧力、\$\rho\$は流体密度、\$g\$は重力加速度、\$\nu\$は動粘性係数、\$D_m\$は拡散係数、\$S_c\$は乱流シュミット数を示す。\$\tau_{ij}\$はSGS応力、\$\bar{S}_{ij}\$はひずみ速度テンソルのGS成分であり、以下の式で表される。

$$\tau_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

ここで \$k\$ は乱流運動エネルギー、\$\delta_{ij}\$はクロネッカーの

デルタである。\$\nu_{SGS}\$はSGS渦動粘性係数であり、次式で表す。

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (6)$$

\$\Delta\$はフィルター幅、\$|\bar{S}|\$は次式で表す。

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (7)$$

式(6)中に含まれる\$C_s\$はSmagorinskyモデル定数である。このモデル定数は、Germano et al.¹¹⁾のDynamic SGSモデルに基づき新たにテストフィルタを導入し、Lilly¹²⁾の最小二乗法を用いて動的に次式で計算される。

$$C = -\frac{1}{2\Delta^2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad C = C_s^2 \quad (8)$$

式(8)右辺の\$\langle \rangle\$は空間平均操作を表す。また\$L_{ij}\$、\$M_{ij}\$は次式で与えられる。

$$L_{ij} = \widetilde{\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j} - \widetilde{\widetilde{u}_i} \widetilde{\widetilde{u}_j} \quad (9)$$

$$M_{ij} = \gamma^2 \left| \widetilde{\widetilde{S}} \right| \widetilde{\widetilde{S}}_{ij} - \left| \widetilde{\widetilde{S}} \right| \widetilde{\widetilde{S}}_{ij} \quad \gamma = \frac{\widetilde{\Delta}}{\Delta} \quad (10)$$

チルダ付きはテストフィルタ操作を表す。\$\gamma\$はテストフィルタ幅とグリッドフィルタ幅の比でありGermanoの推奨値である2とした。

(2) 解析手法

基礎方程式は有限体積法に基づき離散化し、PISO法¹³⁾による非定常計算を行う。移流項の離散化には二次精度のTVDスキームを採用し、制限関数にはsuperbeeを用いた。

(3) 境界条件

境界条件は、壁面において流速はno-slip条件とし、粒子濃度は勾配0、乱流特性量は壁関数で与えた。水面においては、水面と直交方向の流速が0となる条件を与え、粒子濃度は勾配0の条件を与えた。

(4) 流動中の粒子の沈降、堆積の考慮

本研究で用いるtwoLiquidMixingFoamソルバは泥水流の流動機構に大きな影響をもたらす粒子の沈降を考慮できない。そのため、式(3)の拡散方程式に粒子の沈降速度の項を加えた新たな式を導入し、解析で用いた。この式を以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i + W_{si}) \bar{c}}{\partial x_i} = D_m \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_{SGS}}{S_c} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \right) \quad (11)$$

ここで\$W_s\$は粒子の沈降速度であり、ストークスの式より求める。

粒子濃度の底面への堆積は、重枝ら¹⁴⁾の水平流動する

粒子サーマルの研究で用いた境界条件を採用した。これは式(11)において、沈降粒子濃度フラックス D を底面から流出させることで、粒子の底面への堆積を表すものである。沈降粒子濃度フラックス D は次式で示される。

$$D = \alpha W_s C_b \quad (12)$$

α は底面への堆積率を規定するパラメーターであり、重枝らの研究と同様に $\alpha=2.0$ を用いた。 C_b は底面近傍での粒子濃度である。また解析では、堆積した粒子の再浮上については無いものとする。

3. 数値解析の概要

(1) 実験概要

解析モデルの妥当性の検証のため、福嶋ら⁷⁾が行った硫酸バリウム粒子を用いた傾斜壁面粒子サーマルの室内実験結果を用いた。この実験は淡水が満たされた傾斜角 5° 、 10° 、 30° の傾斜水路に、それぞれ初期濃度を持つ比重4.37の硫酸バリウム粒子混合水を水路上流端より1L流入させることで、水路内に粒子サーマルを発生させその流動機構を観察したものである。図-2に実験装置図を示す。水路幅はどちらの水路とも15cmである。粒子混合水は初め、上流端の流入ゲートを持つボックスに貯められている。実験は初期濃度1, 3, 5%でそれぞれ行われた。実験条件を表-1に示す。表の初期相対密度差 R は、粒子濃度に基づき設定された粒子重量から、実験後ボックス内に残り残された粒子重量を差し引いた値、つまりサーマルとして流下したバリウム重量より計算された値である。実験ではサーマルの流下速度、最大厚さ及び浮遊粒子総量の流下方向距離変化が測定されている。浮遊粒子総量は上流端のボックスおよび流下方向に20cm毎の区間に沈降したバリウム重量を測定し、これを初期バリウム重量から順次差し引くことにより計算されたものである。実験で用いられた硫酸バリウム粒子の粒径分布は $2.0 \sim 50.8 \mu\text{m}$ である。

(2) 解析条件

本研究は三次元の領域を対象として解析を行った。座標軸は水路の斜面方向を x 軸、それと直交方向に y 軸とし、横断方向を z 軸とした。解析領域の上流端に硫酸バリウム粒子混合水の領域を与え、それ以外は淡水領域とし、解析開始と同時に上流端の粒子混合水が流動を始める条件とした。

解析領域の格子間隔は、 x 軸、 z 軸は1cm刻みとし、 y 軸は傾斜角 5° 、 10° では底面から10cmまで0.5cm、傾斜角 30° は底面から20cmまで0.5cm刻みとし、それ以降は1cm刻みとした。時間刻みはクーラン数が0.5を越えない範囲で自動調整させた。

図-2 福嶋ら⁷⁾の実験装置
(上図: 5° 、 10° 下図: 30°)

表-1 福嶋ら⁷⁾の実験条件

Case	傾斜角	初期粒子濃度 (%)	初期相対密度差 R
1	5	1	0.00314
2		3	0.0100
3		5	0.0196
4	10	1	0.00354
5		3	0.0122
6		5	0.0219
7	30	1	0.00353
8		3	0.0126
9		5	0.0235

表-2 解析条件

Case	傾斜角	初期粒子濃度 (%)	粒径 (μm)	沈降速度 (m/s)	初期相対密度差 R_0
1	5	1	12	0.0002252	0.003426152
2		3	28	0.0012129	0.012144176
3		5	30	0.0013897	0.023421147
4	10	1	15	0.0003514	0.003973555
5		3	30	0.0013897	0.014814455
6		5	30	0.0013897	0.025699701
7	30	1	20	0.0006229	0.004153283
8		3	34	0.0017772	0.015608161
9		5	37	0.0020972	0.027610789

本解析モデルは混合材料の粒径分布を考慮できないため、代表粒径による単一粒径を仮定し解析を実施する。実験で用いられたバリウム粒子の代表粒径は不明であるが、予備計算において浮遊粒子総量の流下方向距離変化が実験結果と一致するような粒径を求め、これを解析で

図-3 流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化
(傾斜角5°)

の設定粒径とした。その結果，初期粒子濃度が大きいほど解析の代表粒径も大きくなる傾向が見られた。これは実験においてバリウム粒子同士の凝集によって見かけの粒径が大きくなったためと考えられ，初期粒子濃度が大きい条件ほど凝集が顕著となり，実質的な代表粒径が大きくなったものと考えられる。

また解析での初期相対密度差 R_0 は，ボックス内部の流体に設定する必要がある。解析開始後，ボックス内部に沈降する粒子重量を考慮し，ボックスから流出した粒子重量が実験と解析で一致するように予備計算により検討し，初期相対密度差 R_0 を求めた。

解析の条件として，予備計算により得られた代表粒径とその粒径での沈降速度およびボックス内部に設定した初期相対密度差 R_0 を表-2に示す。

図-4 流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化
(傾斜角10°)

4. 解析結果

(1) 解析結果と実験結果との比較

図-3は傾斜角5°の水路におけるサーマルの流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化の比較グラフである。最大厚さはサーマル先端部において実験結果との一致に配慮した上で，各時間における最大粒子濃度の0.3倍程度を境界部の判定値として評価した。Case1, 2の解析結果は，実験結果を概ね再現している。Case3の解析結果は，流下速度がやや小さく評価されているものの，減速のタイミングや浮遊粒子総量の縦断的な変化において，実験結果の傾向は表せている。

図-4は傾斜角10°の水路におけるサーマルの流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化の比較グラフで

図-5 流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化（傾斜角 30° ）

ある。すべてのCaseにおいて，解析結果は実験結果を非常によく再現している。

図-5は傾斜角 30° の水路におけるサーマルの流下速度，最大厚さ，浮遊粒子総量の流下距離変化の比較グラフである。流下速度の解析結果は概ね実験結果の傾向を表しているものの，流下速度を小さく評価している部分も確認できる。最大厚さの解析結果は，Case7の流動初期の区間を除き，すべてのCaseで概ねよい一致となっている。Case7の実験結果において，流動初期の厚さはCase8，9に比べ顕著に小さい値となっていることから，流入ゲート開放時のゲート内のバリウム粒子混合水の厚さに問題があったのではないかと考えられる。またCase7～9における浮遊粒子総量の一致は非常に良い。

以上の結果より，傾斜壁面粒子サーマルの実験に対し，

図-6 粒子濃度コンター，流速ベクトル図（流下距離100cm，上図：Case5，下図：Case8）

図-7 サーマル粒子濃度コンターの三次元形状図（流下距離100cm，上図：Case5，下図：Case8）

浮遊粒子総量が実験結果と一致するように粒子の代表粒径を解析において適切に与えることにより，本解析モデルで傾斜壁面粒子サーマルの流動を予測可能であることが示された。

(2) 粒子サーマル内部の流動機構，形状の考察

図-6はCase5，8，解析結果の流下距離100cmにおける水路横断方向中央での粒子濃度コンターと流速ベクトル図である。サーマルフロント部の上部を中心とした循環流が形成されており，後方で濃度塊が取り残されているのがわかる。また勾配が急なCaseの方が周囲水をより多く連行し形状が発達しており，一般的な傾斜壁面サーマ

ルの特徴(秋山ら¹⁵⁾)をよく表している。

図-7はCase5, 8, 解析結果の流下距離100cmにおけるサーマル粒子濃度コンターの三次元形状図である。サーマルの表面で $c=0.01$ となるように表示している。サーマルの先端部は丸みを帯びた形状をしており、上部や後方では複雑な形状となっているのが確認できる。また勾配の違いにより後方に巻き上げられる粒子の挙動や、フロント部の発達状況が大きく異なっていることがわかる。

5. 結論

泥水流の流動形態の一つである傾斜壁面粒子サーマルを対象として、オープンソースの解析ツールであるOpenFOAMを基に解析を行った。粒子の沈降、堆積を考慮できるように基礎方程式、境界条件に変更を加え、粒子サーマルの解析モデルへと発展させた。この解析モデルに、LESモデルとしてDynamic SGSモデルを乱流計算に用いて三次元流動解析を行い、傾斜壁面粒子サーマルの既存の実験結果と比較した。その結果、解析条件において粒子の代表粒径を適切に与えることにより傾斜壁面粒子サーマルの流動を予測可能であることが示された。また解析結果より、粒子サーマル内部の流動機構や三次元形状図を描き、サーマル内部の流動や形状の発達過程を示すことができた。

自然界で発生するような泥水流の流動予測ができる解析モデルへ発展させていくための今後の課題として、本解析モデルに走路上からの粒子の巻き上げの計算を導入することが挙げられる。またサーマル内部の流動や三次元形状についての定量的な検証が必要であるとともに、複雑な地形のような、より実現象に近い条件を対象に、本解析モデルの妥当性を検証していくことが必要である。

参考文献

- 1) Inman, D.L., C.E. Nordstrom and R.E. Flick: Currents in submarine canyons: an air-sea-land interaction, *Annual Rev.*

- of Fluid Mech.*, Vol.8, pp.275-310, 1976.
- 2) Parker, G.: Conditions for the ignition of catastrophically erosive turbidity currents, *Marine Geology*, Vol.46, pp.306-327, 1982.
- 3) Parker, G., M. Garcia, Y. Fukushima and W. Yu: Experiments on turbidity currents over an erodible bed, *J. of Hydraulic Research*, Vol.25, No.1, pp.123-147, 1987.
- 4) 福嶋祐介, 金子幸弘: 固体粒子を浮遊する傾斜サーマル減速域, *水工学論文集*, 第41巻, pp.537-542, 1997.
- 5) 福嶋祐介, 萩原達司: 浮遊傾斜サーマルの減速域の流動特性, *水工学論文集*, 第42巻, pp.517-522, 1998.
- 6) 福嶋祐介, 萩原達司, 坂本充男: 粒子浮遊サーマルの実験による煙型雪崩流動モデルの適用性の検討, *雪氷*, 第60巻6号, pp.453-462, 1998.
- 7) 福嶋祐介, 萩原達司, 坂本充男: 固体粒子浮遊による傾斜サーマルの流動特性, *水工学論文集*, 第43巻, pp.929-934, 1999.
- 8) 衛藤俊彦, 福嶋祐介: 乱流モデルによる非定常泥水流の流動解析, *海岸工学論文集*, 第49巻, pp.446-450, 2002.
- 9) 衛藤俊彦, 福嶋祐介: 加速を伴う泥水サーマルの流動解析, *水工学論文集*, 第47巻, pp.1171-1176, 2003.
- 10) OpenFOAM - The Open Source Computational Fluid Dynamics(CFD) Toolbox, <http://www.openfoam.com>, 参照 2015-03.
- 11) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H.: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluid*, Vol.A3, pp.1760-1765, 1991.
- 12) Lilly, D. K.: A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Phys. Fluid*, Vol.A4, pp.633-635, 1992.
- 13) Issa, R. I.: Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting, *J. Comp. Phys*, Vol.62, pp.40-65, 1986.
- 14) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 杉山誉: LES 乱流モデルを用いた水平流動する単一粒径・二粒径混合粒子サーマルの数値解析, *水工学論文集*, 第52巻, pp.1249-1254, 2008.
- 15) 秋山壽一郎, 浦勝, 早川史郎: 保存性2次元傾斜サーマルと傾斜ブルーム先端部の流動特性の比較, *水工学論文集*, 第40巻, pp.543-548, 1996.

(2016.3.16 受付)

NUMERICAL ANALYSIS OF INCLINED WALL SUSPENSION THERMALS USING Dynamic SGS MODEL IN OpenFOAM

Toshihiko ETO, Takuro KIKUCHI and Norihito OHSAWA

The inclined wall suspension thermals are analyzed using OpenFOAM, which is one of the three-dimensional computational fluid dynamics tools. Dynamic SGS model is used for analyzing. The analysis model consists Finite Volume Method (FVM), TVD-superbee scheme and treatment of the particle deposition. The variations of the travel speed, the maximum height and amount of total suspended particles of a thermal are obtained from numerical results and compared with the experimental results. The agreement of numerical results and experimental ones is fairly well and it is found that this model can reproduce behavior of suspension thermals on inclined wall.