エアチューブ周りの流れの不安定

渡部 靖憲¹・鈴木 敦貴²

¹正会員 博 (工学) 北海道大学大学院准教授 工学研究院 (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
E-mail: yasanori@eng.hokudai.ac.jp

²学生会員 北海道大学大学院 工学研究科 (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

砕波過程において生じるエアチューブの軸方向分裂を模擬する気液を封入した水平回転円筒実験を行い、回転数、円筒幾何形状、封入水体積率に応じて変化するエアチューブの分裂現象を発見し、パラメータ化を通して、その分裂メカニズムを議論した。実験を通して、回転流体中の遠心力に加え、表面張力、浮力（重力）そして抗力が非一様な流れを形成することで発生する流れの不安定が分裂過程を決定することが証明された。エアチューブの分裂形態のおおよその特徴は Froude 数で与えられ、軸方向に一樣な水層の気体セルへの分裂の開始は限界 Froude 数及び限界 Weber 数で決定できる。これら回転円筒内の流れの特徴は砕波形態及び規模の異なるエアチューブの崩壊過程に内在する基本メカニズムになるものと考えられる。

Key Words: Air tube fragment, Wave breaking, Centrifugal instability

1. はじめに

長波峰の波浪がビーチに入射すると波峰方向に一樣な巻き波ジェットがその内部の水面を覆い、エアチューブを形成し水中へエントラップする。著者ら¹は、現地砕波帯の海中に水中カメラを設置し、巻き波砕波のエアチューブの崩壊と混入気泡群の生成に組織的構造があることを観察している。これによると、エアチューブ周りには巻き波ジェット内の回転性流れが形成され（図-1 a）、中央に気相を伴う円筒状回転体流れとして発達した後、エアチューブが波峰方向に一定の間隔で変形し（図-1 b, c）、分断されると共に軸に沿って複数の帯状の気泡群が生成される（図-1 c, d）。Deane & Stokes²⁾によると、巻き波ジェットの着水が特に微細気泡を生成する一方、エアチューブ崩壊に起因する大気泡を含むサイズレンジの広い大量の気泡群が急速に生成され、砕波帯のエアレーションを支配する。砕波によるエアレーションは有意な散逸効果³⁾を誘発するだけでなく、沿岸生態系を維持し、沿岸気候に影響を与える炭酸ガス、酸素等の気体輸送を支配するため、エアレーション機構を理解する必要がある。しかしながら、ボイド率が0~100%へ急変し、さらに波と共に移動するエアチューブ周辺の流れを実験的に計測することは困難であり、エアチューブから気泡への水面形遷移の力学機構は依然不明である。

本研究では、水及び空気を封入した円筒容器を水平回転させることでエアチューブ周りの流れを模擬する新たな実験法を提案する。鉛直回転軸をもつ回転体流れについては、二重円筒を使った Taylor 渦を初め多く

の研究がある一方、提案する回転軸上に気相を含む水平回転体流れの研究は著者らの知る限り過去になく、その基本的特徴を調査し巻き波エアチューブとの相似性を分析する必要がある。

本研究は、エアチューブ周りの巻き波回転流れのモデルとして、水平回転軸をもつ円柱回転容器内の気相を含む回転体流れの可視化実験を行い、回転数並びに気体容積に応じたエアチューブの分断を誘発する不安定流れの特徴を明らかにするものである。

2. 実験方法

半径 $a=20, 40, 60, 80$ mm, 長さ $L=100, 150, 200$ mm の透明アクリル製円筒容器内に流体体積率 $F=55, 70, 75, 85, 95\%$ の蒸留水を封入する。円筒の中心軸を水平回転軸とする様に円筒の側面がサーボモータに接続され、また回転軸のブレを防止するために他端の側面の中心に軸受が設置される（図-2 参照）。回転円筒の下方及び側方に設置した 200×100 mm の LED ライトパネルから照射された光をバックライトとして円筒内の水面を高速カメラ（撮影周波数 60Hz, シャッタースピード $1/1000$ s）によって撮影する。円筒中の水面は、回転数 Ω に応答して動的に変化するが、同一回転数において定常状態に達した安定した水面に対して撮影を行った。

上方および側方からそれぞれ撮影されたバックライト画像は、実座標とのキャリブレーション、メディアフィルターによるノイズ処理を経て、level-set 法によるエッジ抽出が行われる⁴⁾。エッジ内部の空気セルを抽出し、分裂した気体セルに対する次の幾何学形状の

図-1 北海道古平海岸の碎波帯内の海中から撮影した巻き波エアチューブの形成 (a) から軸方向の変形を経て (b), 分断され軸方向に配列する組織的帯状気泡群が配列する (c, d)¹⁾.

図-2 実験装置.

図-3 側方から撮影した画像 (上), 上方から撮影した画像 (下) と気体セル幾何パラメータの定義.

代表値を算定した (図-3 参照); セル長さ (S), 幅 (W), セル高さ (H), セルの重心座標 $\mathbf{C} = (C_x, C_y, C_z)$, 重心間隔 (L_c). これら幾何パラメータの円筒回転数 Ω , 円筒径 a , 長さ L , 流体体積率 F への依存性を統計的に分析し, エアチューブ分裂メカニズムを調査する.

3. 結果

気液を封入した円筒の水平回転実験により, 回転数に対して動的に応答して変形する水面形状及びそれに

図-4 円筒容器内 ($a=60$ mm, $L=150$ mm, $F=0.85$) の自由水面形状のバックライト画像 (左: 側方画像, 右: 上方画像): 上から, $\Omega=6.96, 8.20, 11.90, 16.90, 20.70$ Hz.

伴う気相の分裂が発生する非常に興味深い遷移的現象を発見した. 最初に, この現象の幾何学的特徴を説明し, その後, 分裂過程を支持する力学機構について議論する.

(1) 気体セルへの分裂

図-4 は, 回転数 Ω の増加に伴う円筒内の水面形遷移の一例を表す. 低回転数では, 軸方向にほぼ様な水面をもつ空気層が円柱上部に停留するが, ある回転数 Ω_c を超えると突然複数の空気セルへと分裂する. 分裂が開始する $\Omega=6.96$ Hz では, 円筒上層に初期空気層幅と同等の広いセル幅 W をもつ空気層が広がる. $\Omega=8.20$ Hz になると, 突然空気層が 6 個のセルへと分裂する. 回転数が増加すると ($\Omega=11.90$ Hz), セル数は 3 個へと減少し, 空気セル底部のレベルにおいて小径気泡の生成が観察された. さらに回転数の増加に伴い, セル数は再増加 (16.90Hz), 再減少 (20.70Hz) する回転数に対する不安定な分裂挙動を示す. 一方, 回転数に応じて, セル高さ H は単調に増加し, セル幅 W は減少する.

円筒径に対する気体セルの分裂過程の差異を図-5 に表す. $a=40$ mm 及び 80 mm の円筒ケースでは, 低回転数において, 円筒上部で矩形形状に分裂を開始し, その後分裂数は一旦増加する (図-5 (b) 12.60 Hz 及び (c) 16.20 Hz 参照). 回転数の増加に伴いセル数は減少し, 特に $a=80$ mm のケースでは, 回転数 $\Omega=27.30$ Hz で全てのセルが

図-5 円筒容器内 ($L=150$ mm, $F=0.85$) の自由水面形状の側方バックライト画像: (a) $a=20$ mm, (b) $a=40$ mm, (c) $a=80$ mm.

合体し回転軸上に一様な円柱状エアチューブを形成する。これら $a \geq 40$ mm のケースは ($a=60$ mm のケース (図-4) も含めて), 円筒壁と空気セル間の流体が高速でセル下面の水面に突入するため, 大量の気泡を混入させる。このセルへの分裂と気泡混入の様子は, 図-1 で観察される巻き波砕波後に発生する帯状気泡群のエアチューブ軸上の配列パターンとの類似性が推測される。一方, 最小径円筒 ($a=20$ mm) のケースは, エアチューブは低回転数においても円筒中央部付近に位置し, 横長に扁平した楕円形状のセルへと分裂する。これは崩れ波波頂部の小規模エアチューブ⁵⁾の気泡への軸方向分裂を模擬するものと考える。

図-6 は, 円筒径, 円筒長, 液体体積率をパラメータとした平均分裂波数 $k = 2\pi/L_c$ の回転数依存性を表す。同一の円筒長 ($L=150$ mm), 体積率 ($F=0.85$) のケースでは, 円筒径 $a=20$ mm を除いた全ての a に対して, 類似した波数の変動の特徴が観察できる (図-6 上)。即ち, 円筒軸方向に伸長した空気層から限界回転数 $\Omega_c \approx 7 - 8$ Hz において突然極大値となる高波数で分裂を開始する。回転数の増加と共に, セル間の平均波数は一旦減少し, $0.1 < k < 0.25$ mm⁻¹ のレンジで増減を繰り返す不安定な変動を伴う。遠心力と比べ相対的に表面張力が大きくなる小径の円筒では, 他ケースと比べ Ω_c が大きくなり, また分裂開始後, 回転数と共に k も増加する。大径円筒のケース ($a=80$ mm) では, 終局回転数 $\Omega_f \approx 27$ において, $k=0$ の軸方向変動, 即ち一様エアチューブを形成する (図-5 (c) 27.3 Hz 参照)。全ての

図-6 回転数 Ω に対する波数変化; $L=150$ mm, $F=0.85$ を固定条件として a を変化させたもの (上), $a=60$ mm, $F=0.85$ を固定条件として L を変化させたもの (中), $a=60$ mm, $L=150$ mm を固定条件として F を変化させたもの (下)。

図-7 Froude 数 Fr に対する無次元波数 ka の変化; $L=150$ mm, $F=0.85$ を固定条件として a を変化させたもの (上), $a=60$ mm, $L=150$ mm を固定条件として F を変化させたもの (下)。

ケースにおいて, 一度 Ω_f に到達し, 一様エアチューブが形成された場合, さらに回転数の増加に対しても再分裂が発生することはなかった。これら分裂過程を支配するメカニズムは後に再度議論する。

一方, 波峰長を模擬する円筒長さ L の差異は, 合体

が完了し一様エアチューブとなる終局回転数 Ω_f に影響を与えるが、限界回転数 Ω_c 及び平均分裂波数には大きく寄与しない（図-6 中）。それ故、 $L=150$ mm のケースを代表として、以降の議論を行う。

同一円筒径（ $a=60$ mm）に対する分裂波数の体積率依存性を（図-6 下）に表す。これは、同一遠心力に対するエアチューブ相対径の分裂波数への影響を表すものと解釈できる。体積率が大きいほど（空気量が小さいほど）、限界回転数 Ω_c は低く、終局回転数 Ω_f は高くなる一方、低体積率のケース（ $F \leq 0.75$ ）では、 Ω_c 及び Ω_f の差異は減少し、また分裂波数にも有意な差異はない。

(2) 支配パラメータ

回転円筒内のエアチューブに作用する支配的な力は、浮力及び遠心力である。上述した気体セルの分裂波数遷移を説明するために、 k 及び Ω を円筒半径 a 、一様エアチューブ半径 $\alpha = a\sqrt{1-F}$ で無次元化し、無次元波数 ka を遠心力と浮力との比として定義する Froude 数 $Fr = \Omega\sqrt{a/g(1-F)}$ によって記述する。図-7 は、無次元波数 ka と Fr の関係を表す。同一体積率のケースにおいて（図-7 上）、分裂後の無次元波数は、小径円筒のケース（ $a=20, 40$ mm）では $ka \approx 7$ 程度を値を示し、大径円筒のケース（ $a=60, 80$ mm）では $ka \approx 14$ を平均とした Fr に対する変動をもつ（図-7 上）。即ち、円筒径に依存した 2 つの約 2 倍異なる無次元波数での分裂（つまり倍のセル数）が発生する。さらに、同一円筒径（ $a=60$ mm）のケース（図-7 下）に対して、体積率 F に依存せず、分裂が開始する Fr はおよそ一意（ $Fr_c \approx 1.3$ ）に決定することができる。表面張力が分裂過程に影響を与えていると考えられる $a=20$ mm のケース（図-7 上）及び大量の気泡生成が気体セルの分裂に何らかの影響を与えている可能性がある $a=80$ mm のケースは、同一の限界 Froude 数 $Fr_c \approx 1.3$ から逸脱するため、他のパラメータが影響している可能性があるが（後に再度議論する）、上述の議論から、 Fr が全体的な気体分裂の特徴を記述するパラメータであると結論付けられる。

(3) エアチューブ周りの流れの安定性

Rayleigh の識別条件、 $\phi(r) < 0$ 、が回転体流れの不安定を説明することは良く知られている。ここで、 $\phi = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} (r^4 \omega^2)$ 、 ω は角速度、 r は回転軸からの距離である。Taylor 渦で有名な、角速度 ω_1 で回転する半径 R_1 の内円筒、角速度 ω_2 で回転する半径 R_2 の外円筒の間の流れの角速度は次式で表される。

$$\omega_T(r) = \frac{\omega_1 (R_1^2/r^2 - R_1^2/R_2^2) + \omega_2 (1 - R_1^2/r^2)}{1 - R_1^2/R_2^2} \quad (1)$$

図-8 回転数 Ω に対する気体セルの平均重心座標（ C_y/a , C_z/a ）； $L=150$ mm, $F=0.85$ を固定条件として a を変化させたもの（上）、 $a=60$ mm, $L=150$ mm を固定条件として F を変化させたもの（下）。

この流れは、 $\omega_2/\omega_1 < R_1^2/R_2^2$ の時、常に $\phi < 0$ となり不安定となる。一方、内円筒の代わりに半径 R_1 の円筒状エアチューブがある場合、同様な計算から、自由水面と外円筒間の流れは次の様に求められる。

$$\omega_A(r) = \omega_2 (1 + R_1^2/r^2) / (1 + R_1^2/R_2^2) \quad (2)$$

この時、 $\phi = 4\omega_2^2 (1 + R_1^2/r^2) / (1 + R_1^2/R_2^2)^2$ となり、如何なる r に対しても $\phi > 0$ 、即ち流れは絶対安定となる。これは、終局回転数 Ω_f において円筒中央に形成された軸方向に一様な水面をもつエアチューブはその後円筒回転数を変化させても再分裂が発生しない本実験によって観察された事実の理論的根拠を表すものである。逆に考えれば、観察された気相分裂は、浮力の効果によりエアチューブの延長軸が回転軸と一致しない $\Omega < \Omega_f$ の条件において、円筒中のエアチューブ周辺において ω_A とは異なる非軸対象流れが不安定性を誘発するものと解釈できる。つまり、巻き波砕波のエアチューブの軸方向分裂は、エアチューブ周りの回転流れの非一様性が原因となると推察できる。次に、この不安定流れの原因となる回転数に応じたエアチューブの延長軸の座標変位を議論する。

(4) 気体セルの変位と変形

図-8 は、回転数に対する気体セルの平均相対重心座標（ C_y/a , C_z/a ）を表している。気相周辺の流れは回転数と共に遠心力が支配し、同一体積率の場合（図-8 上参照）、 C_z/a は全てのケースに対して、回転数と共に線形減少する。即ち、回転数の増加により空気セルは回

図-9 空気セルにはたらく力の概念図。

回転方向に移動する(図-9 左参照)。一方、気体セルの水平方向変位 C_y/a は、気体セルに作用する回転方向の抗力と浮力の回転方向成分がバランスする位置が反映されと考えられる。つまり、分裂開始後の無次元波数 ka が大きい(相対的なセル長が短い)大径円筒($a=60, 80$ mm)では(図-7 上参照), セルは相対的に小規模でその浮力は弱く、浮力の回転方向成分と抗力がより回転方向にずれた位置でバランスする(図-9 右参照)。回転数の増加(あるいは Froude 数の増加)と共に徐々に低下する ka に応じて、 C_y/a も減少することが確認できる。

体積率に応じて無回転時の鉛直重心位置が異なるため、 C_z/a に体積率依存性が現れる(図-8 下参照)。しかしながら、回転数に対する C_z/a の変化率は体積率に依存せず一定であり、全てのケースに対して、遠心力と浮力の単純なバランスで C_z/a が決定できる同様な説明を行うことができる(図-9 参照)。また、 C_y/a の変化についても同様に無次元波数の大小を基に、浮力と抗力のバランスで決定できる前述の説明に矛盾はない。

無回転時の気体層の高さ H_0 と水平幅 W_0 を基準とした相対気体セル高 H/H_0 及びセル幅 W/W_0 の回転数依存性を図-10 に表す。円筒半径並びに体積率とは無関係に、回転数に対して H/H_0 は増加し、 W/W_0 は僅かに減少を継続する。これは低回転時の扁平した形状の気体セルが徐々に円筒形状のエアチューブへと漸近することを表す。 H/H_0 が変動する回転数は、軸方向分裂波数の極大、極小値が現れる回転数と対応し(図-6 参照)、軸方向分裂と同期した回転方向形状の変化が生じる。

(5) 議論

一連の実験的調査結果をまとめて回転円筒内の気相分裂の原因について議論する。3(2)章で議論したように、本研究で定義した回転流れ中の浮力の相対効果を表す Froude 数 Fr が分裂開始及び分裂波数の大よその特徴を説明する。図-11 は円筒半径 a と限界回転数 Ω_c との関係を表す実験値と限界 Froude 数 $Fr_c \approx 1.3$ に対

図-10 回転数 Ω に対する気体セルの平均相対高さ H/H_0 と相対幅 W/W_0 の変化; $L=150$ mm, $F=0.85$ を固定条件として a を変化させたもの(上), $a=60$ mm, $L=150$ mm を固定条件として F を変化させたもの(下)。

図-11 円筒径 a に対する限界回転数 Ω_c の実験値(●)と限界 Froude 数 Fr_c 一定の曲線(実線)、限界 Weber 数 We_c 一定の曲線(破線)のダイアグラム。

する同様な関係を表している。相対的に大径($a \geq 0.04$ m)の円筒では、それぞれの F に対する Fr_c 一定曲線近傍に実験値がプロットされ、このパラメータが Ω_c を適切に記述することを再確認することができる。一方、実験を行った最小円筒径 $a=0.02$ m ($F=0.85$) のケースでは、 Ω_c が Fr_c 曲線を大きく逸脱する。これは、3(1)章で説明されたように分裂形態が他ケースとは大きく異なり、エアチューブ径が十分小さく高曲率水面に起因する表面張力による安定化が原因と考える。崩れ波砕波のモデルを想定するこのケースの分裂を記述するためにエアチューブにはたらく相対的な表面張力を表す Weber 数 $We = \rho r^2 a \Omega / \sigma = \rho a^3 (1 - F) \Omega^2 / \sigma$ を導

入する．ここで， ρ は密度， σ は表面張力係数である．限界 Weber 数 $We_c \approx 8.4$ の曲線は， $a=0.04$ m の Ω_c に矛盾することなく， $a=0.02$ m の表面張力による分裂を記述する．体積率が低いケース ($F \leq 0.7$) では，特に小径円筒において全く分裂しない安定したエアチューブが形成されることを確認している．また， $a=0.04$ m ($F = 0.70$) のケースにおいて Fr_c 曲線からの逸脱が生じた原因も同様な安定化によるものとする．3(3) 章で議論したように，エアチューブが回転円筒中央に位置するときの流れは完全に安定であり，エアチューブ周辺の流れの非一様性が流れの不安定化，さらに気相分裂の条件となる．ボイド率が高い (F が小さい) ケースでは，初期気泡層が回転軸近くに位置し，回転下において空気層が急速に回転軸へと接近する (図-8 参照)．エアチューブの相対容積が大きいくほど (F が小さいほど) 安定化する実験結果は，この説明に矛盾しない．

4. 結論

砕波過程において生じるエアチューブの軸方向分裂を模擬する気液を封入した水平回転円筒実験を行い，回転数，円筒幾何形状，封入水体積率に応じて変化するエアチューブの分裂現象を発見し，パラメータ化を通して，その分裂メカニズムを議論した．

低回転数では，軸方向にほぼ一様な水面をもつ空気層が円柱上部に停留するが，限界回転数を超えると突然複数の空気セルへと分裂する．さらなる高回転数帯では，セル間の平均波数はと共に一定のレンジで増減を繰り返す不安定な変動を伴う．これら分裂波数の変化並びにセル形状，流況は円筒径及び水の体積率に強く依存する．

限界回転数及び無次元分裂波数の全体的な特徴は，遠心力とエアチューブの浮力との比で定義される Froude 数でパラメータ化可能であることが明らかになった．

エアチューブの延長軸が回転軸上にある時，エアチ

ューブ周りの流れは完全に安定であることが，Rayleigh の識別条件から導かれた．これは，終局回転数を達成し，軸方向に様なエアチューブは更なる回転数の増減に対しても再分裂することはない本実験結果を理論的に保証する．観察された気相分裂は，浮力の効果によりエアチューブの延長軸が回転軸と一致しない条件において，円筒中のエアチューブ周辺非軸対象流れが不安定性を誘発するものと解釈できる．

エアチューブの重心座標及び形状は遠心力，浮力，抗力のバランスによって決定される．分裂を開始する限界回転数は，限界 Weber 数，限界 Froude 数そして Rayleigh の識別条件によって記述可能なことが明らかになった．

本研究の成果は，砕波形態及び規模の異なるエアチューブの崩壊過程に内在する基本メカニズムになるものとする．

謝辞： 本研究は，科学研究費補助金 (15H04043) による支援を受けた．

参考文献

- 1) 渡部靖憲, 大塚淳一, 安原幹雄, 加藤雅也, 王毅, 佐伯浩 : 実海域における砕波に伴う気泡生成及び連行特性, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp131-135, 2000.
- 2) Deane, G.B. and Stokes, M.D.: Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves, *Nature* 418, pp839-844, 2002.
- 3) Melville, W.K.: Energy dissipation by breaking waves, *J. Phys. Oceanogr.* 24., pp2041-2049, 1992.
- 4) Watanabe Y. and Ingram, D.M.: Transverse instabilities of ascending planar jets formed by wave impacts on vertical walls, *Proc. R. Soc. A* 471 (2182), 2015.
- 5) Duncan, J.H. and Kiger, K.T.: Air-Entrainment Mechanisms in Plunging Jets and Breaking Waves, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 44, pp563-596, 2012.

(2017. 3. 15 受付)

UNSTABLE ROTATIONAL FLOW AROUND AN AIR TUBE

Yasunori WATANABE and Atsuki SUZUKI

A novel experiment of free-surface deformation in a rotating circular cylinder is proposed in this study, which physically models an air-tube fragment observed in a plunging wave breaking. It is found during the experiment that the fragment is induced by unstable anti-symmetric rotating flows around air-tube affected by centrifugal force, surface tension, buoyancy and drag force. Overall features of the fragment wave-number and critical rotation frequency can be described in terms of Froude and Weber numbers.